8 LA DIFFRACTION

À quelle distance est une voiture quand on commence à distinguer, à l'œil nu, qu'il y a deux phares à l'avant de la voiture ? Les deux phares sont distants de 1,5 m.

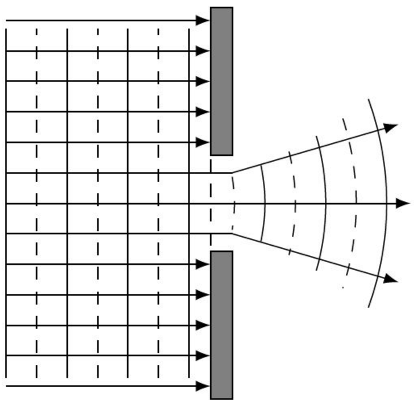
scienceblogs.com/startswithabang/2011/02/18/open-wide-what-do-you-mean-my/

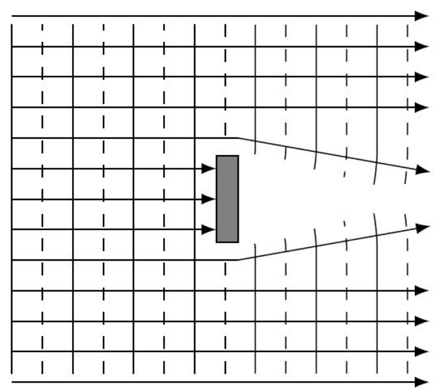
Découvrez comment résoudre ce problème dans ce chapitre.

8.1 QU'EST-CE QUE LA DIFFRACTION ?

Étalement de l'onde

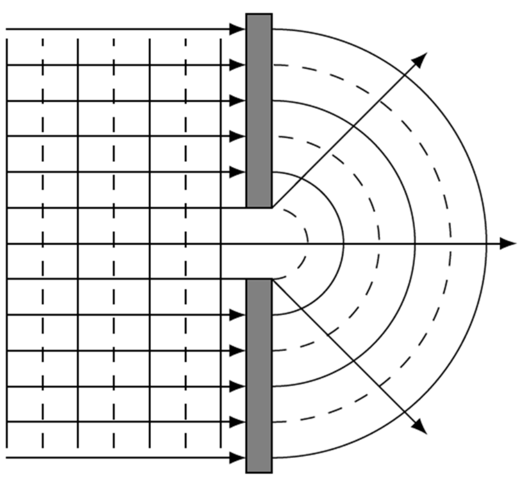
La diffraction est un phénomène qui se produit quand une onde rencontre un objet ou passe dans un trou dont les dimensions ne sont pas trop grandes par rapport à la longueur d'onde. Dans ce cas, l'onde s'étale un peu en passant autour de l'objet ou en passant dans le trou.





$a > \lambda$

(a est la dimension de l'objet ou du trou.)

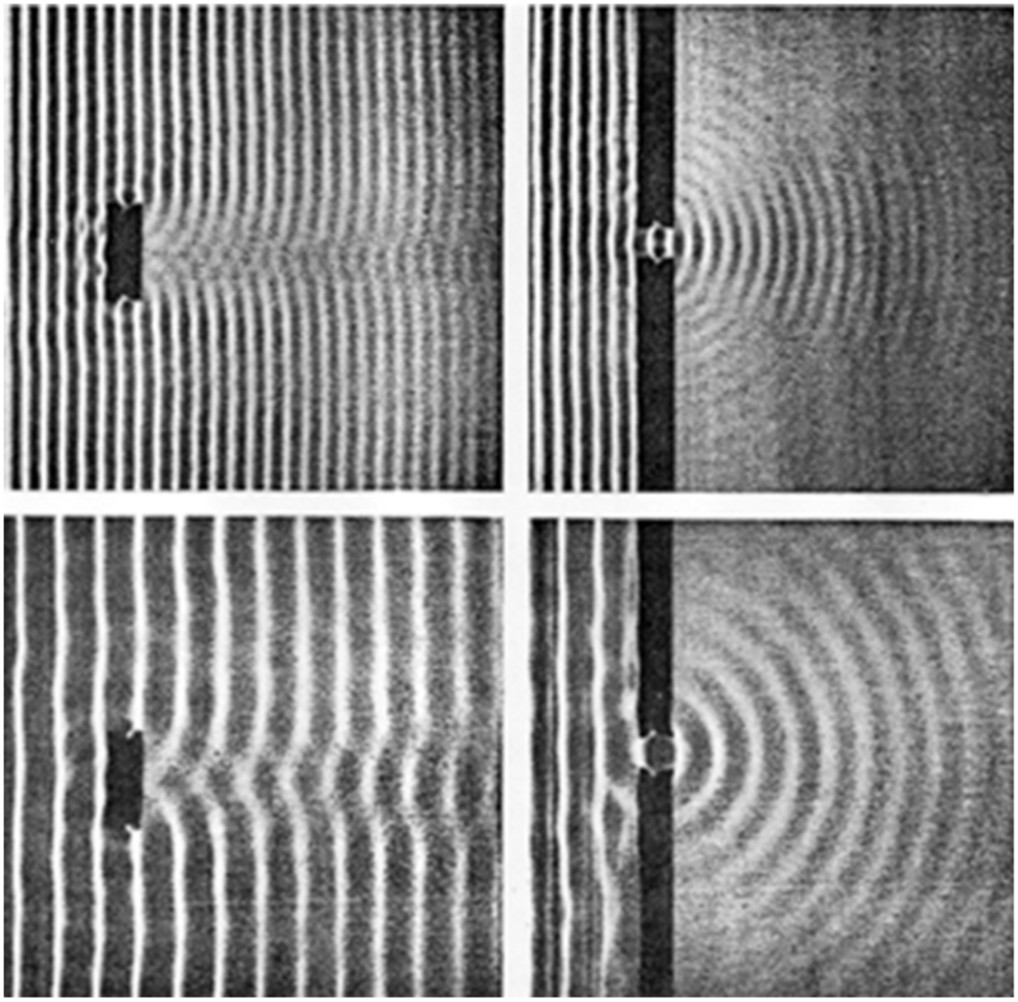


$a < \lambda$

Si la lumière rencontre un objet encore plus petit ou si on passe dans un trou encore plus petit, l'étalement de l'onde est encore plus important.

C'est cette déviation de l'onde qui est la diffraction.

Les images suivantes ont été obtenues en faisant passer des vagues dans de petites ouvertures ou en plaçant un obstacle sur la route de ces vagues. Sur toutes ces images, la diffraction est évidente. Sur les images du bas, la longueur d'onde est plus grande que sur les images du haut. On voit assez bien que sur les images du bas, les ondes contournent davantage l'obstacle et s'étalent davantage en passant dans le trou que sur les images du haut. C'est normal puisqu'il y a davantage de diffraction quand les obstacles ont des dimensions plus près de la longueur d'onde.



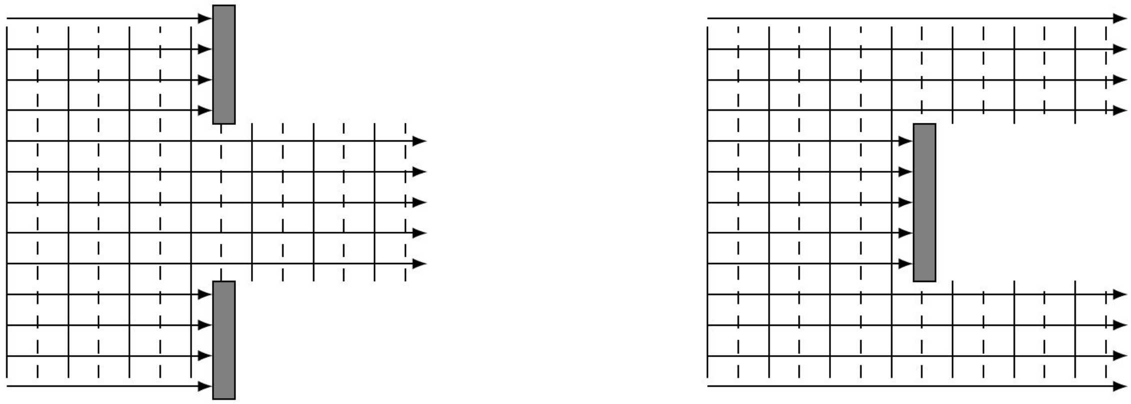
www.joeruff.com/artruff/physics/Student_Pages/Wave_Behavior/moooo.wps.htm

Vous pouvez également voir la diffraction des ondes dans ce vidéo.
http://www.youtube.com/watch?v=lIn-BLJNXpY

Première observation avec la lumière

La diffraction est un phénomène particulier aux ondes. On pourrait donc penser que ce phénomène aurait permis de déterminer facilement la nature de la lumière. En faisant passer de la lumière dans un trou, on peut voir si l'onde s'étale ou non. Si elle s'étale, la lumière est une onde. Si elle ne s'étale pas, la lumière est une particule.

Ce n'est toutefois pas aussi simple. L'étalement de l'onde dépend de la largeur du trou par rapport à la longueur d'onde. Plus le trou est petit et plus l'onde s'étale. Toutefois, quand le trou est beaucoup plus grand que la longueur d'onde, il n'y a pratiquement pas d'étalement de l'onde.



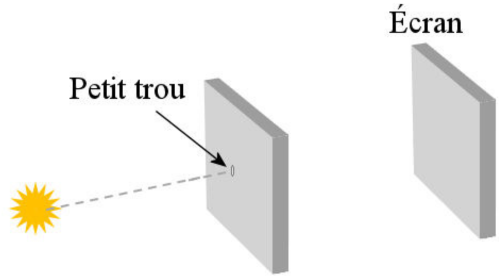
$a \gg \lambda$

Comme la longueur d'onde de la lumière n'est que de quelques centaines de nanomètres, les dimensions des trous et des objets sont souvent beaucoup plus grandes que la longueur d'onde de la lumière. Il faut vraiment que le trou soit très petit pour qu'on puisse facilement observer qu'il y a de la diffraction avec la lumière visible.

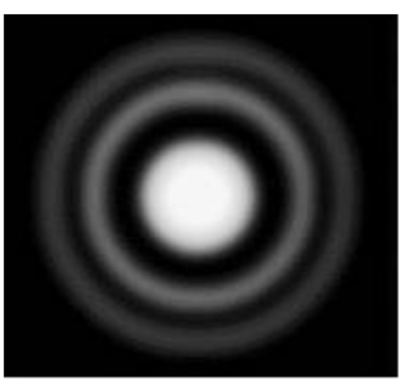
Malgré ces difficultés, la diffraction de la lumière fut observée pour la première fois un peu avant 1663 par Francesco Maria Grimaldi. (Son livre fut publié en 1665, 2 ans après sa mort.) Bien qu'attribuable à la nature ondulatoire de la lumière, la diffraction ne constituait pas une preuve bien convaincante à cette époque. Les partisans de la théorie corpusculaire de la lumière expliquaient l'étalement en invoquant simplement une attraction entre les particules de lumière et les parois du trou ou de l'objet.

Plus complexe qu'un simple étalement de la lumière

La diffraction est beaucoup plus complexe qu'une simple déviation de l'onde. Pour montrer cette complexité, voyons ce qu'on observe si on examine la lumière arrivant sur un écran après le passage de la lumière dans un petit trou circulaire.

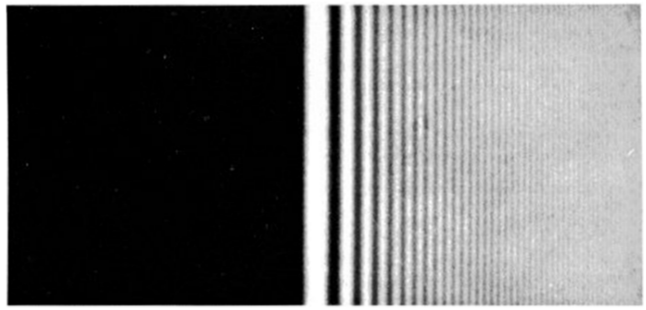


www.vision-doctor.com/en/optic-quality/limiting-resolution-and-mtf.html



Sur l'écran, on observe ce qu'on voit sur la figure de gauche. On remarque premièrement que l'onde s'étale en passant dans le trou puisque la tache lumineuse au centre est plus grande que le trou (c'est la tache lumineuse ronde au centre). Mais on obtient aussi des anneaux circulaires autour de la tache centrale. Cette alternance de maximums et de minimums est aussi caractéristique de la diffraction.

en.wikipedia.org/wiki/Diffraction



www.arne-lueker.de/Objects/archives/MathcadMatlab/Fresneldiffration/Fresnel.html

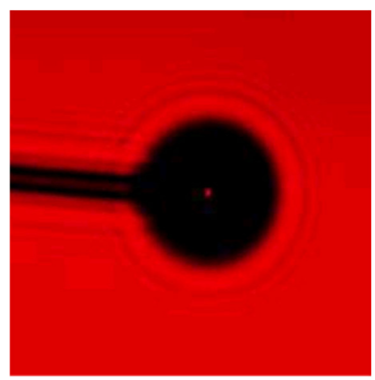
Sur la figure de droite, on peut voir cette suite de maximums et de minimums sur le bord de l'ombre d'un objet.

La présence de ces maximums et minimums d'intensité restait inexpliquée, tant pour les partisans de la théorie ondulatoire que pour les partisans de la théorie corpusculaire jusqu'à ce que Augustin Fresnel se lance, en 1815, dans les calculs de l'intensité de la lumière qu'on devrait obtenir si on considère que la lumière est une onde. À sa grande satisfaction, la théorie ondulatoire prévoyait l'existence de ces minimums et maximums d'intensité exactement aux endroits où ils étaient observés.

En 1819, Fresnel veut présenter ses travaux à l'académie des sciences. Siméon-Denis Poisson entend bien défendre la théorie corpusculaire en étudiant en détail le mémoire déposé d'avance par Fresnel pour y trouver des éléments douteux. Il arrive finalement à déduire, à partir de la théorie de Fresnel qu'il devrait y avoir un petit point lumineux au centre de l'ombre d'un objet circulaire ! Selon Poisson, cela était totalement absurde et montrait que Fresnel avait surement tort. Toutefois, François-Dominique-Jean Arago (qui deviendra plus tard premier ministre de France) décida de vérifier si ce point lumineux existait. À la surprise de tous les partisans de la théorie corpusculaire, ce point existe bel et bien !

On peut voir ce point sur cette image. (Notez aussi la présence de franges brillantes et sombres sur le tour de l'ombre.) Pour obtenir ce point, il faut que l'obstacle soit très petit pour que le point soit suffisamment brillant pour être observable. Fresnel remporta le prix de l'académie en 1819.

C'était une grande victoire pour la théorie ondulatoire, mais il restait encore quelques partisans de la théorie corpusculaire.



dusty.physics.uiowa.edu/~goree/teaching/MCAT/

La fin de la théorie corpusculaire

<u>L'explication de la polarisation garde la théorie corpusculaire en vie</u>

Malgré les succès de Fresnel pour expliquer la diffraction avec la théorie ondulatoire, la théorie corpusculaire n'était pas morte. En fait, la théorie corpusculaire survivait toujours parce qu'elle avait beaucoup plus de succès pour expliquer la polarisation que la théorie ondulatoire. En jouant avec la forme des particules de lumière, on avait fait une théorie expliquant comment on pouvait avoir deux réfractions différentes dans la calcite selon l'orientation de la particule de lumière quand elle entre dans la substance.

Ce n'était pas parfait, mais c'était beaucoup mieux que ce que pouvaient faire les partisans de la théorie ondulatoire. En effet, ceux-ci ne parvenaient pas du tout à expliquer la biréfringence et quelques autres phénomènes liés à la polarisation.

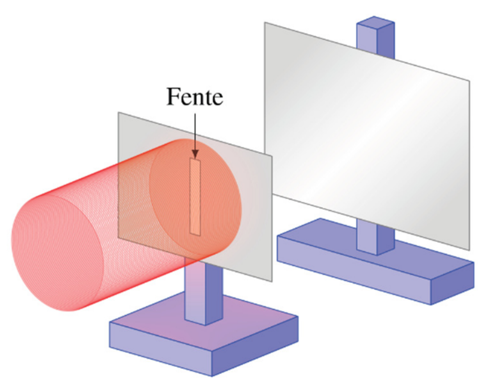
De nouvelles observations

En 1808, Étienne-Louis Malus découvrit qu'il y a quelque chose de spécial avec la biréfringence. On avait toujours cru que les deux images issues de la double réfraction de la calcite avaient la même intensité. Malus découvrit que ce n'est pas vrai pour la lumière qui a fait une réflexion sur une surface avant de passer à travers la calcite. En observant la réflexion de la lumière sur les fenêtres du palais du Luxembourg à Paris à travers un cristal de calcite (ne me demandez pas comment il en est arrivé à faire ça !), il remarqua que les deux images n'ont pas la même intensité. On peut également changer l'intensité des deux images l'une par rapport à l'autre en tournant le cristal et on peut même faire disparaitre une des deux images dans des conditions particulières. On sait maintenant qu'il y a une telle différence parce que la lumière réfléchie peut être totalement ou partiellement polarisée. On ne le savait pas à cette époque, mais cette découverte relança l'étude de la polarisation et mena à la victoire de la théorie ondulatoire.

La victoire de la théorie ondulatoire

C'est alors qu'André-Marie Ampère sortit finalement la théorie ondulatoire de l'impasse en proposant, en 1816, que la lumière est une onde transversale. Augustin Fresnel développa cette idée en 1822 et il parvint à fournir une explication de tous les phénomènes associés à la polarisation. Le dernier bastion de la théorie corpusculaire venait de tomber, ce qui signifiait la mort de celle-ci et le triomphe de la théorie ondulatoire. Après 1822, on ne trouve plus aucun partisan d'importance de la théorie corpusculaire (jusqu'à son retour en 1905… à voir dans un autre chapitre plus loin). Toutefois, les propriétés un peu bizarres de l'éther provoquaient un certain malaise qui subsista tout au long du 19e siècle. (Comment l'éther pouvait-il n'offrir aucune résistance tout en étant rigide ?)

8.2 LA DIFFRACTION PAR UNE FENTE



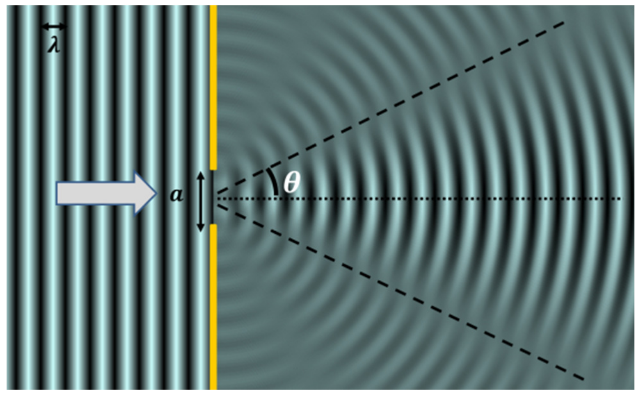
Dans cette section, nous allons calculer, avec la théorie ondulatoire, comment l'onde s'étale quand elle passe dans une fente très mince. Plus précisément, on veut savoir ce qu'on verra sur l'écran situé à une distance L de la fente (si L est plus beaucoup plus grand que la largeur de la fente).

En fait, ce cas est, de loin, le cas le plus simple. Généralement, les calculs de diffraction sont assez difficiles. Même les cas qui semblent simples, comme un trou circulaire, demandent des connaissances mathématiques supérieures. (On doit connaitre les fonctions de Bessel pour un trou circulaire.)

L'intensité lumineuse

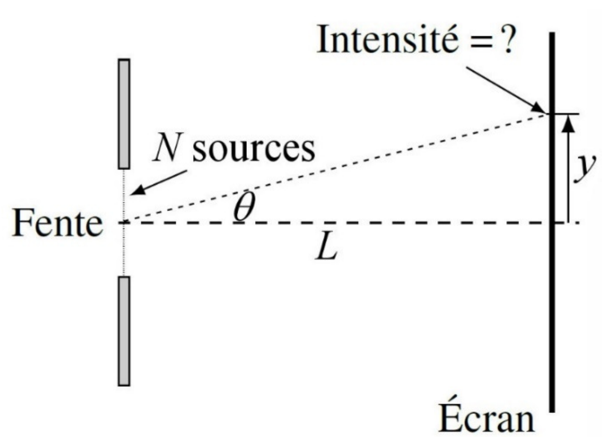
En passant dans la fente, l'onde s'étale.

Comme mentionné précédemment, il y a plus qu'un simple étalement. La ligne pointillée montre une direction où l'intensité est nulle. À des angles plus grands, on remarque qu'il y a d'autres petits maximums et d'autres minimums.



tsiastnicolas.free.fr/Physique_Chimie/TSI1/Signaux%20Physiques/SP1%20-%20Propagation%20d'un%20signal/sp1_web.publi/web/co/module_SP1_-_Propagation_d_un_signal_34.html

On veut connaitre l'intensité de la lumière au point sur l'écran montré sur la figure. La position du point sur l'écran peut être donnée par y ou θ. Selon ce qu'on peut voir sur la figure, le lien entre y et θ est le même qu'au chapitre précédent



$$\tan\theta = \frac{y}{L}$$

Pour déterminer le résultat du passage de l'onde dans une fente, on va utiliser le fait que chaque atome qui n'est pas à sa position d'équilibre dans le milieu exerce une force sur tous les atomes voisins et les entraine alors dans son mouvement. Chaque atome du milieu peut donc être considéré comme une source d'onde. C'est le principe de Huygens.

Donc, selon le principe de Huygens, chaque point dans la fente peut être considéré comme une source. Comme il y a une infinité de points, on va supposer qu'il y a N sources qui envoient la lumière vers ce point et on examinera ce qui arrive si N tend vers l'infini.

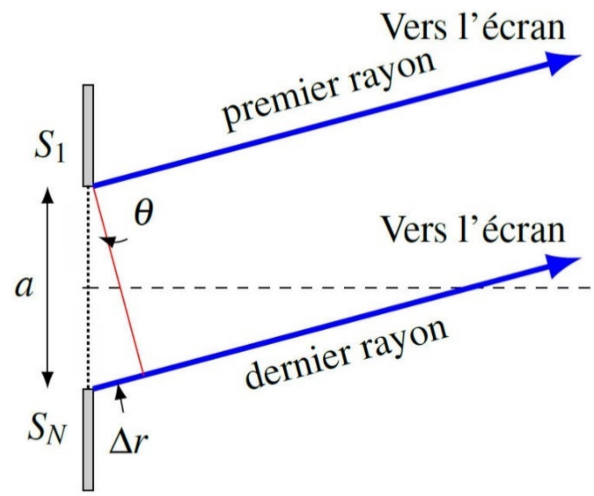
On sait déjà, avec ce qu'on a fait avec les réseaux, que l'amplitude résultante de l'onde provenant de N sources est

$$A_{tot} = A_1 \frac{\sin\left(\frac{N\Delta\phi}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right)}$$

Reste à faire tendre N vers l'infini. Toutefois, cela fera tendre la distance entre les sources vers 0 et cela fera tendre le déphasage $\Delta\phi$ vers 0. On aura alors de la difficulté à voir vers quoi va tendre $N\Delta\phi$. On contourne ce problème en utilisant le déphasage entre le premier et le dernier rayon passant dans la fente, un déphasage qu'on va appeler α.

Le déphasage α

Le déphasage α entre le premier et le dernier rayon vient de la différence de distance qui correspond au petit côté du triangle rectangle (Δr sur la figure). (On suppose que l'écran est très loin de la fente.)



La valeur de Δr est

$$\Delta r = a \sin\theta$$

Comme le déphasage entre les rayons est

$$\alpha = \frac{\Delta r}{\lambda} 2\pi$$

le déphasage est

Déphasage d'un côté à l'autre de la fente

$$\alpha = \frac{a \sin\theta}{\lambda} 2\pi$$

L'amplitude

Revenons maintenant à notre amplitude

$$A_{tot} = A_1 \frac{\sin\left(\frac{N\Delta\phi}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right)}$$

Le déphasage entre la source 1 et la source 2 est $\Delta\phi$, le déphasage entre la source 1 et la source 3 est $2\Delta\phi$, le déphasage entre la source 1 et la source 4 est $3\Delta\phi$, le déphasage entre la source 1 et la source 5 est $4\Delta\phi$, et ainsi de suite. Ainsi, le déphasage entre la source 1 et la source N est $(N-1)\Delta\phi$. Ce déphasage entre la première et la dernière source est aussi α.

$$\alpha = (N-1)\Delta\phi$$

Quand le nombre de sources est très grand, on a

$$\alpha = (N-1)\Delta\phi \approx N\Delta\phi$$

Puisque $N\Delta\phi = \alpha$, l'amplitude devient

$$A_{tot} = A_1 \frac{\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\alpha}{2N}\right)}$$

Au dénominateur, le terme à l'intérieur du sinus devient très petit si N est très grand et on peut donc utiliser l'approximation que $\sin\theta \approx \theta$ pour arriver à

$$A_{tot} = A_1 \frac{\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)}{\left(\frac{\alpha}{2N}\right)}$$

$$A_{tot} = A_1 N \frac{\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)}{\left(\frac{\alpha}{2}\right)}$$

L'intensité

Avec de la lumière, cette amplitude est une amplitude de champ électrique. On a donc

$$E_{0tot} = E_{01} N \frac{\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)}{\left(\frac{\alpha}{2}\right)}$$

L'intensité de la lumière est donc

$$\begin{aligned} I_{tot} &= \frac{1}{2} cn\varepsilon_0 E_{0tot}^2 \\ &= \frac{1}{2} cn\varepsilon_0 E_{01}^2 N^2 \left(\frac{\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)}{\left(\frac{\alpha}{2}\right)} \right)^2 \end{aligned}$$

Encore une fois, on veut comparer cette intensité à une autre intensité. Ici, on va comparer cette intensité à l'intensité de la lumière au centre de la figure de diffraction obtenue sur l'écran ($\theta = 0$). À cet endroit, le déphasage α est

$$\alpha = \frac{a \sin 0°}{\lambda} 2\pi = 0$$

et l'intensité à $\theta = 0$ (qu'on va appeler I_0) est donc

$$\begin{aligned} I_0 &= \lim_{\alpha \to 0} \frac{1}{2} cn\varepsilon_0 E_{01}^2 N^2 \left(\frac{\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)}{\left(\frac{\alpha}{2}\right)} \right)^2 \\ &= \frac{1}{2} cn\varepsilon_0 E_{01}^2 N^2 \left(\lim_{\alpha \to 0} \frac{\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)}{\left(\frac{\alpha}{2}\right)} \right)^2 \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{2} cn\varepsilon_0 E_{01}^2 N^2 \left(\lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{x} \right)^2$$

Comme cette limite est 1, on obtient

$$I_0 = \frac{1}{2} cn\varepsilon_0 E_{01}^2 N^2$$

Le rapport de nos intensités est donc

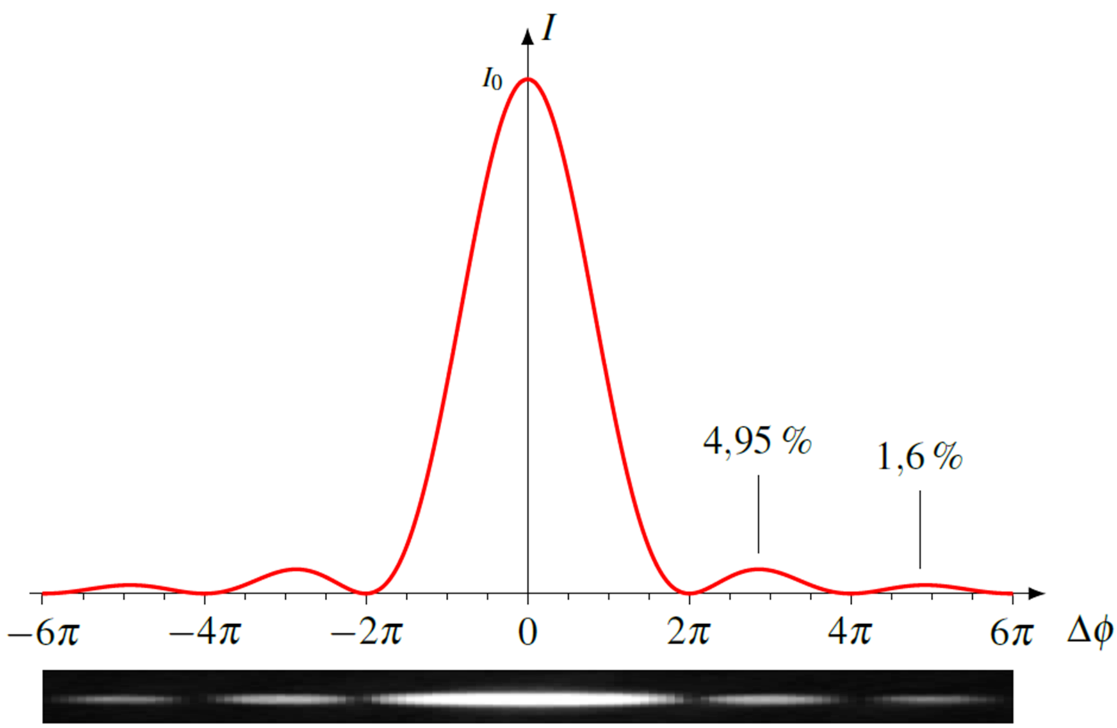
$$\frac{I_{tot}}{I_0} = \left(\frac{\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)}{\left(\frac{\alpha}{2}\right)} \right)^2$$

On obtient alors le résultat suivant.

Intensité de la lumière pour la diffraction dans une fente

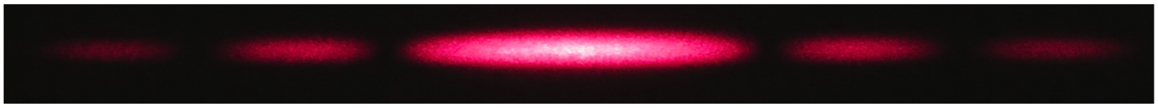
$$I = I_0 \left(\frac{\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)}{\left(\frac{\alpha}{2}\right)} \right)^2$$

Voici ce que donne le graphique de cette intensité.

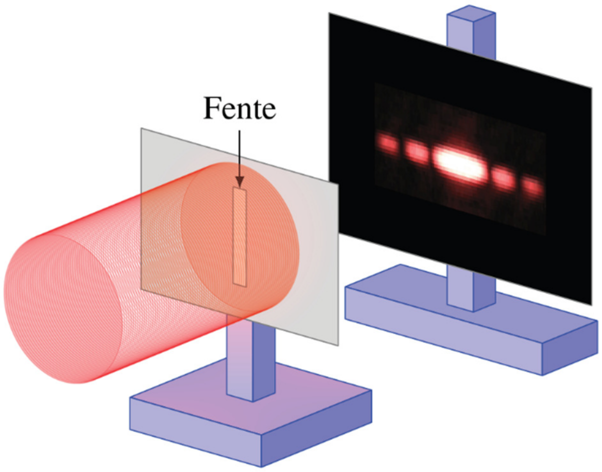


On peut voir sous le graphique ce que cela signifie vraiment. On aura une tache lumineuse centrale très brillante entourée de maximums beaucoup moins intenses. Remarquez que le maximum central est deux fois plus large que les autres maximums.

Voici ce qu'on obtient si on fait vraiment passer un laser dans une mince fente.



Sans l'ombre d'un doute, c'est exactement ce que prévoit la théorie.



Remarque importante ici : On obtient une figure de diffraction horizontale, comme celle de la figure, en utilisant une fente verticale. Plus le trou est petit, plus il y a de la diffraction. L'onde s'étale donc dans le sens horizontal parce que la dimension horizontale de la fente est petite. Elle ne s'étend pas beaucoup dans le sens vertical, car la fente a une dimension verticale beaucoup plus grande.

La position des minimums (I = 0)

Au minimum, on a $I = 0$. Pour avoir cette valeur, il faut que le numérateur dans l'équation de l'intensité soit nul.

$$\sin\left(\tfrac{\alpha}{2}\right) = 0$$

Donc que

$$\frac{\alpha}{2} = \pm\pi, \pm 2\pi, \pm 3\pi, \pm 4\pi, \ldots$$

$$\frac{\alpha}{2} = M\pi$$

où M est un entier. (M ne peut toutefois pas être 0, car alors le dénominateur est aussi nul dans la formule de l'intensité. On a alors une division de 0 par 0 et il faut faire la limite quand α tend vers 0 pour trouver l'intensité. C'est ce qu'on a fait précédemment pour trouver I_0 et nous n'avons pas obtenu 0, ce qui élimine $M = 0$).

En utilisant la formule de α, on arrive à

$$\frac{1}{2}\frac{a\sin\theta}{\lambda}2\pi = M\pi$$

Ce qui nous donne

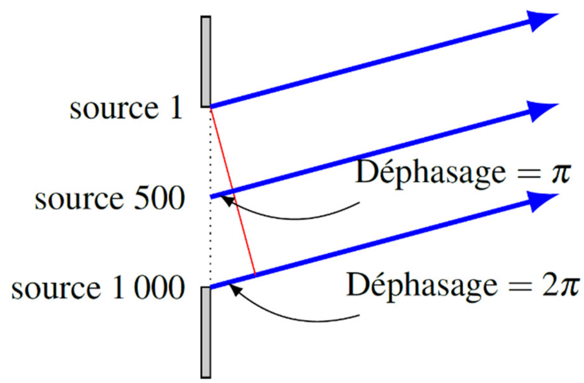
Angle des minimums de diffraction pour une fente

$$a\sin\theta = M\lambda \quad \text{où } M \text{ est un entier non nul}$$

Voici à quoi correspondent les valeurs de M des minimums sur l'écran.

Il existe une formule pour trouver les maximums, mais elle est assez complexe. On pourrait penser qu'ils sont exactement entre les minimums, mais ce n'est pas le cas, car la courbe d'intensité n'est pas symétrique entre deux minimums. Le maximum est toujours décalé un peu vers le maximum central.

On peut se demander pourquoi il y a des minimums à ces endroits. Regardons les ondes qui arrivent au premier minimum. Même s'il y a une infinité de sources, prenons-en 1000 pour simplifier le raisonnement.



Comme on est au premier minimum, le déphasage (α) entre le premier rayon (source 1) et le dernier rayon (source 1000) est 2π, cela veut dire qu'entre la source 1 et la source 501, il y a un déphasage de π. Ainsi, les sources 500 et 1000 s'annulent ensemble (déphasage de π). Il se passe la même chose avec les sources 499 et 999, 498 et 998, 497 et 997 et ainsi de suite jusqu'aux sources 1 et 501. Comme toutes les ondes se sont annulées 2 à 2, il ne reste plus rien et l'intensité est nulle.

La largeur du maximum central

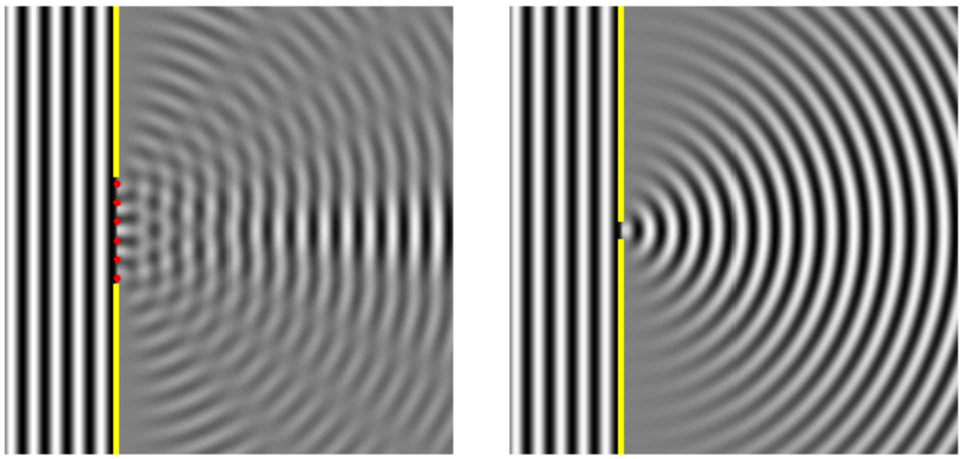
Le maximum central se termine au premier minimum. Ainsi, l'angle entre le centre du maximum central et la fin du maximum central, ce que nous appellerons la demi-largeur du maximum central, est

Demi-largeur du maximum central

$$\sin\theta = \frac{\lambda}{a}$$

Pourquoi la fente doit-elle être mince ?

On sait par la première section de ce chapitre que la diffraction est importante seulement si la fente n'est pas trop grande par rapport à la longueur d'onde. On voit très bien cet effet dans la formule qui donne la demi-largeur du maximum central : plus a est petit, plus l'angle θ augmente. Cela signifie qu'en diminuant la largeur de la fente, le maximum central s'étale de plus en plus.



en.wikipedia.org/wiki/Huygens–Fresnel_principle

La formule qui donne la demi-largeur du maximum central indique aussi que l'angle sera très faible si la largeur de la fente est beaucoup plus grande que la longueur d'onde. Cela signifie qu'il n'y aura pas beaucoup de diffraction dans ce cas. Comme la lumière visible a une petite longueur d'onde (quelques centaines de nanomètres), la fente doit être très mince pour que la diffraction soit importante. C'est pour cela qu'il fallut beaucoup de temps pour mettre en évidence la nature ondulatoire de la lumière par la diffraction.

Notez que si la largeur de la fente devient plus petite que la longueur d'onde, il n'y a plus de minimum (car il n'y a plus de solution à l'équation des minimums). Cela veut dire que le maximum central s'est étalé sur 180° et qu'il y a de l'onde diffractée dans toutes les directions.

Exemple 8.2.1

De la lumière ayant une longueur d'onde de 632 nm passe dans une fente de 0,1 mm de large.

a) Quelle est la largeur du maximum central sur un écran situé à 3 m de distance de la fente ?

La demi-largeur du maximum central est

$$\sin\theta = \frac{\lambda}{a}$$

$$\sin\theta = \frac{632\times10^{-9}m}{0,1\times10^{-3}m}$$
$$\theta = 0,3625°$$

(On voit que la diffraction n'est pas très grande ici. C'est parce que la fente est 158 fois plus grande que la longueur d'onde. C'est beaucoup.) Sur l'écran cela correspond à une distance de

$$\tan\theta = \frac{y}{L}$$
$$\tan\left(0,3625°\right) = \frac{y}{3m}$$
$$y = 1,9cm$$

La largeur totale est donc de 2 · 1,9 cm = 3,8 cm. C'est quand même plus que la tache lumineuse de 0,1 mm de large qu'on aurait eu sans diffraction.

b) Quelle est l'intensité de la lumière à 1 cm du centre du maximum central ?

L'intensité se trouve avec

$$I = I_0\left(\frac{\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)}{\left(\frac{\alpha}{2}\right)}\right)^2$$

On doit donc trouver le déphasage à cette position, déphasage qui se trouve à partir de l'angle à cette position.

À 1 cm du centre du maximum central, l'angle est de

$$\tan\theta = \frac{y}{L}$$
$$\tan\theta = \frac{1cm}{300cm}$$
$$\theta = 0,191°$$

À cet angle, le déphasage est

$$\begin{aligned}\alpha &= \frac{a\sin\theta}{\lambda}2\pi \\ &= \frac{0,1\times10^{-3}m\cdot\sin\left(0,191°\right)}{632\times10^{-9}m}\cdot2\pi \\ &= 3,314rad\end{aligned}$$

Ce qui nous donne une intensité de

$$\begin{aligned} I &= I_0 \left(\frac{\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)}{\left(\frac{\alpha}{2}\right)} \right)^2 \\ &= I_0 \left(\frac{\sin\left(\frac{3,314 rad}{2}\right)}{\left(\frac{3,314}{2}\right)} \right)^2 \\ &= 0,362 I_0 \end{aligned}$$

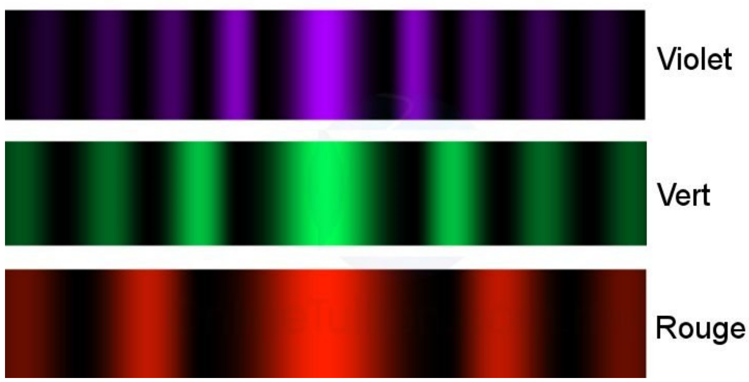
On a donc 36,2 % de l'intensité au centre du maximum central.

La diffraction avec différentes couleurs

Dans la formule de la diffraction

$$a \sin\theta = M\lambda$$

on voit bien que la longueur d'onde influence la position des minimums. Plus la longueur d'onde est petite, plus l'angle des minimums est petit. Si on projette sur un écran qui est toujours à la même distance, cela se traduira par une plus petite distance entre les minimums si la longueur d'onde est plus petite, comme on peut le voir sur cette figure.



spmphysics.onlinetuition.com.my/2013/07/diffraction-of-light-wave.html

La diffraction avec la lumière blanche

La position des minimums dépend de la longueur d'onde. Plus la longueur d'onde est petite, plus les maximums de diffraction sont près les uns des autres. Ainsi, si on fait passer de la lumière blanche dans une fente, chaque couleur fera une figure de diffraction différente. On obtiendra alors cette figure de diffraction.

www.itp.uni-hannover.de/~zawischa/ITP/diffraction.html

On peut voir sur la figure que le maximum central du rouge est plus large que celui du bleu, ce qui fait que les bords du maximum central sont rouges. Le premier maximum de diffraction se fait à un angle plus petit pour le violet que pour le rouge, c'est ce qui cause cette séparation de couleur au premier maximum. Il se produit la même chose pour les autres maximums, mais c'est moins évident parce qu'il y a superposition des maximums. Par exemple, le deuxième maximum du rouge n'est pas très loin du troisième maximum du violet.

8.3 L'INTENSITÉ LUMINEUSE AVEC PLUSIEURS FENTES

Au chapitre précédent, toutes nos formules d'intensité lumineuse (avec deux ou plusieurs fentes) prévoyaient que tous les maximums d'interférence devaient avoir la même intensité. Toutefois, les maximums d'interférence n'ont pas tous la même intensité. On peut maintenant expliquer pourquoi on n'obtenait pas les bonnes formules.

Formule de l'intensité de la lumière avec 2 fentes

La formule de l'intensité avec deux fentes obtenue au chapitre précédent était

$$I_{tot} = 4I_1 \cos^2 \frac{\Delta\phi}{2}$$

Quand on a fait cette formule, nous avons supposé que l'amplitude des ondes émises par les sources était la même dans toutes les directions. Or, ce n'est pas le cas avec des fentes. Les fentes émettent des ondes parce que l'onde s'étale à cause de la diffraction. Mais avec la diffraction, l'intensité de l'onde n'est pas la même dans toutes les directions. En fait, l'intensité de la lumière émise par une fente est plutôt donnée par

$$I_1 = I_{10} \left(\frac{\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)}{\left(\frac{\alpha}{2}\right)} \right)^2$$

où I_{10} est l'intensité faite par une seule fente à $\theta = 0$ (c'est I un-zéro, pas I dix).

Pour obtenir la bonne formule de l'intensité, il faut simplement remplacer notre I_1 dans l'intensité totale de l'interférence par cette intensité pour obtenir

Intensité de la lumière dans l'expérience de Young

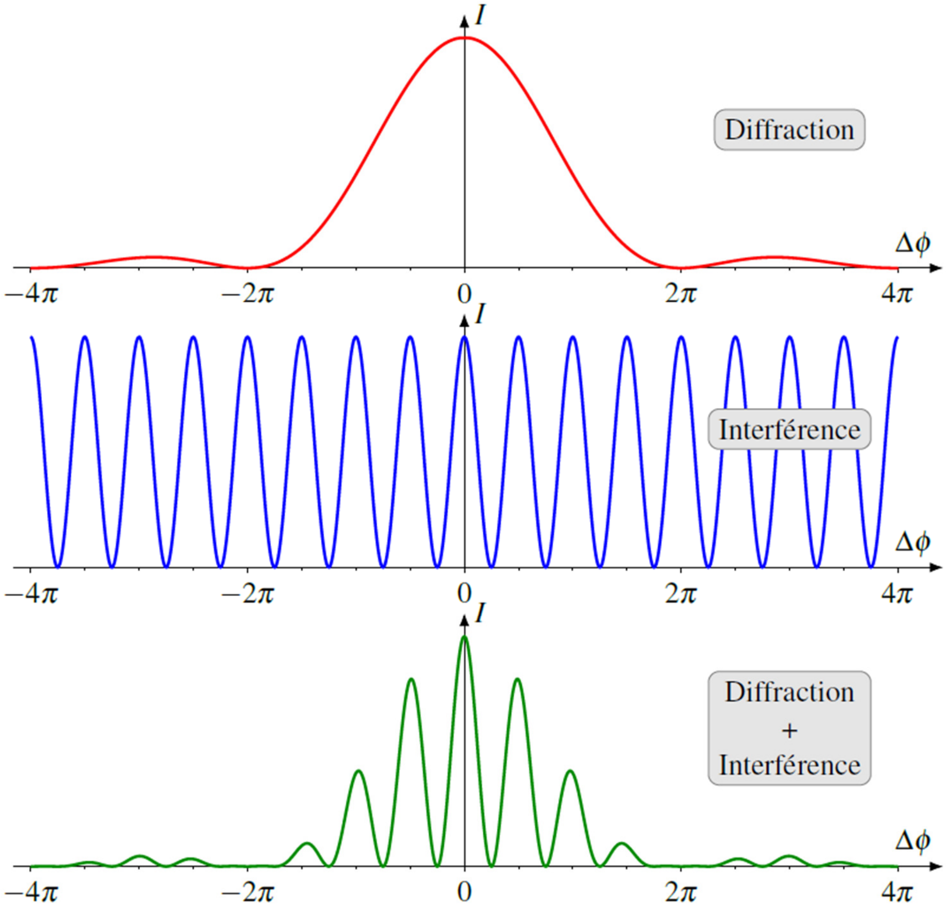
$$I_{tot} = 4I_{10} \left(\frac{\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)}{\left(\frac{\alpha}{2}\right)} \right)^2 \cos^2 \frac{\Delta\phi}{2}$$

Dans cette formule, les déphasages sont

$$\Delta\phi = \frac{d \sin\theta}{\lambda} 2\pi \qquad\qquad \alpha = \frac{a \sin\theta}{\lambda} 2\pi$$

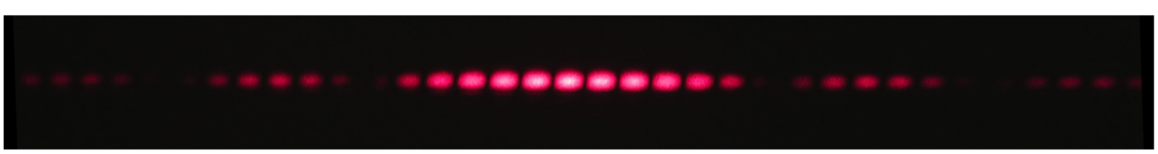
(Il y en a un qui dépend de la distance entre les fentes d et un autre de la largeur des fentes a.)

Les graphiques suivants montrent ce que ça donne comme intensité si $d = 4a$.



Le dernier graphique, qui est notre intensité, est la multiplication des deux graphiques précédents. Cela donne des pics d'interférence à la même place qu'on devrait les avoir avec l'interférence seule, mais avec une intensité qui diminue en suivant le graphique de la diffraction.

La diffraction explique donc pourquoi nos maximums d'interférence dans l'expérience de Young diminuaient d'intensité comme on peut le remarquer sur l'image suivante.



Exemple 8.3.1

De la lumière ayant une longueur d'onde de 540 nm passe par 2 fentes distantes de 0,1 mm et larges de 0,02 mm. Quelle est l'intensité de la lumière à 3 cm du maximum central par rapport à l'intensité du maximum central si l'écran est situé à 5 m de distance ?

L'intensité se trouve avec la formule suivante.

$$I_{tot} = 4I_{10}\left(\frac{\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)}{\left(\frac{\alpha}{2}\right)}\right)^2 \cos^2\frac{\Delta\phi}{2}$$

Il faut donc trouver les déphasages à 3 cm du centre. Pour y arriver, on va trouver l'angle à cette position, ce qui nous permettra ensuite de trouver le déphasage.

À 3 cm du maximum central, l'angle est de

$$\tan\theta = \frac{y}{L}$$
$$\tan\theta = \frac{3cm}{500cm}$$
$$\theta = 0{,}3438°$$

Les déphasages sont donc

$$\begin{aligned}\Delta\phi &= \frac{d\sin\theta}{\lambda}2\pi \\ &= \frac{0{,}1\times10^{-3}m\cdot\sin\left(0{,}3438°\right)}{540\times10^{-9}m}\cdot 2\pi \\ &= 6{,}981rad\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\alpha &= \frac{a\sin\theta}{\lambda}2\pi \\ &= \frac{0{,}02\times10^{-3}m\cdot\sin\left(0{,}3438°\right)}{540\times10^{-9}m}\cdot 2\pi \\ &= 1{,}396rad\end{aligned}$$

Ce qui nous donne une intensité de

$$\begin{aligned}I_{tot} &= 4I_{10}\left(\frac{\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)}{\left(\frac{\alpha}{2}\right)}\right)^2 \cos^2\frac{\Delta\phi}{2} \\ &= 4I_{10}\cdot\left(\frac{\sin\left(\frac{1{,}396rad}{2}\right)}{\left(\frac{1{,}396rad}{2}\right)}\right)^2\cdot\cos^2\left(\frac{6{,}981rad}{2}\right)\end{aligned}$$

$$= 2{,}994 I_{10}$$

On veut comparer à l'intensité du maximum d'interférence central, donc à $\theta = 0$. À cet endroit, l'intensité est

$$\begin{aligned} I_0 &= 4I_{10}\left(\lim_{\alpha\to 0}\frac{\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)}{\left(\frac{\alpha}{2}\right)}\right)^2 \cos^2 0 \\ &= 4I_{10} \end{aligned}$$

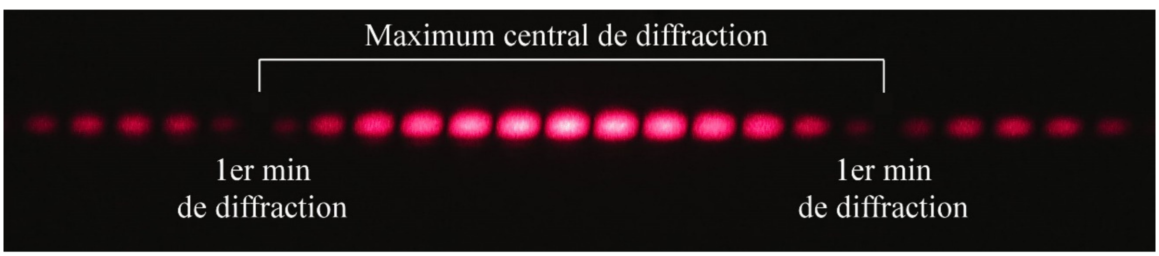
Le rapport des intensités est donc

$$\begin{aligned} \frac{I_{tot}}{I_0} &= \frac{2{,}994 I_{10}}{4I_{10}} \\ &= 0{,}7486 \end{aligned}$$

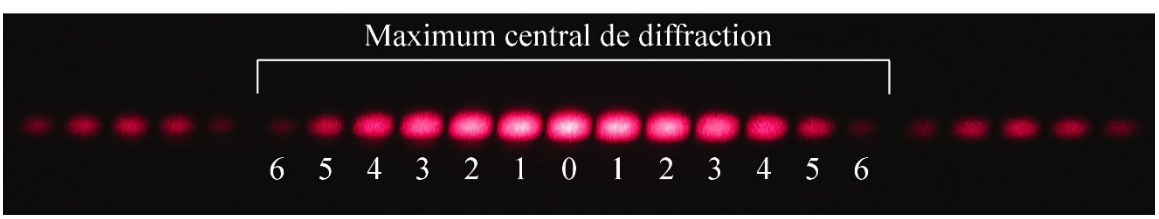
Cela signifie qu'à 3 cm du centre, l'intensité est de 74,86 % de l'intensité au centre de la figure d'interférence.

Le nombre de maximums d'interférence dans le maximum central de diffraction

On remarque qu'il y a un certain nombre de maximums d'interférence dans le maximum central de diffraction (il y en a 13 dans cette figure).



Pour trouver le nombre de maximums d'interférence dans le maximum central de diffraction, on va déterminer l'ordre du dernier maximum (m_d) d'interférence qui se forme à l'intérieur du maximum central de diffraction. Sur l'image, m_d est égal à 6.



Comme le maximum de diffraction se termine au premier minimum de diffraction, on trouve l'angle de la fin du maximum de diffraction avec

$$a\sin\theta = \lambda$$

À cet angle, l'ordre du maximum d'interférence est

$$d\sin\theta = m\lambda$$

$$d\frac{\lambda}{a} = m\lambda$$

$$m = \frac{d}{a}$$

Il se peut que ce calcul donne une réponse entière, supposons 6. Cela voudrait dire que le 6[e] maximum d'interférence arrive exactement à la même place que le premier minimum de diffraction, et qu'on ne peut donc pas le voir. On peut donc voir tous les maximums jusqu'à m = 5 dans le maximum central.

Il se peut aussi que d/a donne une réponse non entière, supposons 8,8. Cela voudrait dire que le maximum m = 8 se forme avant la fin du maximum central et le maximum m = 9 après la fin du maximum central. On a donc tous les maximums jusqu'à m = 8 dans le maximum central.

Valeur de *m* du dernier maximum d'interférence dans le maximum central de diffraction (m_d)

On calcule $\frac{d}{a}$

Si on a un entier, on soustrait 1 pour obtenir m_d.
Si on a un nombre non entier, on enlève les décimales pour obtenir m_d.

On peut ensuite trouver le nombre total de maximums d'interférence. On a m_d maximum d'un côté du maximum central d'interférence et m_d maximum de l'autre côté. Si on ajoute à cela le maximum central d'interférence, le nombre de maximums d'interférence est

Nombre de maximums d'interférence dans le maximum central de diffraction

$$Nombre = 2m_d + 1$$

On peut voir avec cette animation comment change le nombre de maximums d'interférence dans le maximum central de diffraction quand on change a tout en gardant d et λ identiques.
http://www.youtube.com/watch?v=sabP2TXDWGs

Exemple 8.3.2

De la lumière ayant une longueur d'onde de 632 nm passe dans deux fentes distantes de 0,058 mm et ayant 0,01 mm de large. On projette le tout sur un écran à 2 m des fentes.

a) Quel est le nombre de maximums d'interférence dans le maximum central de diffraction ?

On a

$$\frac{d}{a} = \frac{0,058mm}{0,01mm} = 5,8$$

Ce qui donne m_d = 5. Le nombre de maximums est donc 2 · 5 + 1 = 11. La figure d'interférence ressemble donc à la suivante.

voer.edu.vn/c/youngs-double-slit-experiment/0e60bfc6/24de44ca

b) Quelle est l'intensité du troisième maximum d'interférence par rapport à l'intensité du maximum d'interférence central ?

L'intensité est calculée avec

$$I_{tot} = 4I_{10}\left(\frac{\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)}{\left(\frac{\alpha}{2}\right)}\right)^2 \cos^2\frac{\Delta\phi}{2}$$

Pour la trouver, il nous faut les déphasages. Ces déphasages se trouvent à partir de l'angle. Trouvons donc l'angle du troisième maximum.

$$d\sin\theta = 3\lambda$$
$$0,058\times10^{-3}m\cdot\sin\theta = 3\cdot632\times10^{-9}m$$
$$\sin\theta = 0,03269$$

(Inutile de trouver l'angle, le sinus suffira.) À cet angle, les déphasages sont

$$\begin{aligned}\Delta\phi &= \frac{d\sin\theta}{\lambda}2\pi \\ &= \frac{0,058\times10^{-3}m\cdot0,03269}{632\times10^{-9}m}\cdot2\pi \\ &= 6\pi rad\end{aligned}$$

(On pouvait s'attendre à cette réponse pour le troisième maximum d'interférence.)

$$\begin{aligned}\alpha &= \frac{a\sin\theta}{\lambda}2\pi \\ &= \frac{0,01\times10^{-3}m\cdot0,03269}{632\times10^{-9}m}\cdot2\pi \\ &= 3,2499rad\end{aligned}$$

L'intensité est donc

$$\begin{aligned} I_{tot} &= 4I_{10}\left(\frac{\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)}{\left(\frac{\alpha}{2}\right)}\right)^2 \cos^2\frac{\Delta\phi}{2} \\ &= 4I_{10}\cdot\left(\frac{\sin\left(\frac{3,2499\,rad}{2}\right)}{\left(\frac{3,2499}{2}\right)}\right)^2\cdot\cos^2\left(\frac{6\pi}{2}rad\right) \\ &= 4I_{10}\cdot 0,3776\cdot 1 \\ &= 1,510 I_{10} \end{aligned}$$

Comme le maximum central a une intensité de $4I_{10}$, l'intensité du troisième maximum par rapport à l'intensité du maximum central est

$$\frac{1,510 I_{10}}{4I_{10}} = 0,3776$$

L'intensité est donc 37,76 % de l'intensité de maximum central d'interférence.

Exemple 8.3.3

La figure d'interférence suivante a été obtenue avec des fentes distantes de 0,25 mm.

Quelle est, approximativement, la largeur des fentes ?

À partir de la figure, on constate que le dernier maximum d'interférence à l'intérieur du maximum central de diffraction est le maximum d'ordre 3.

Cela signifie que m_d est égal à 3.

Cela signifie que d/a est entre 3 et 4 (3 non inclus et 4 inclus).

Avec la valeur minimum de d/a (3), on a

$$\frac{d}{a} = 3$$

$$\frac{0,25mm}{a} = 3$$
$$a = 0,0833mm$$

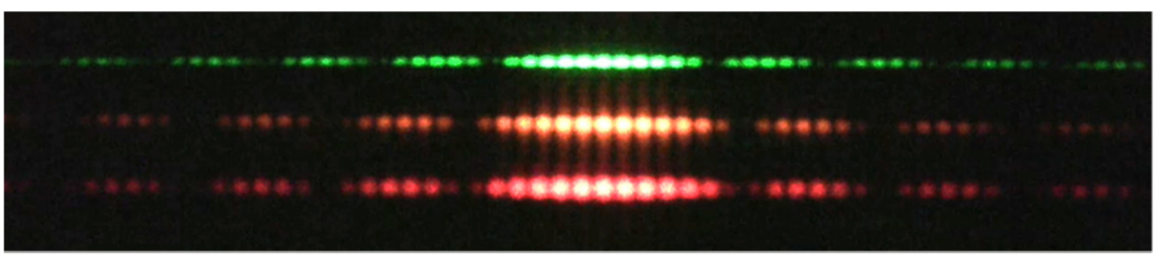
Avec la valeur maximale de *d/a* (4), on arrive

$$\frac{d}{a} = 4$$
$$\frac{0,25mm}{a} = 4$$
$$a = 0,0625mm$$

On pourrait donc dire que la largeur des fentes est entre 0,0625 mm et 0,0833 mm. On pourrait donc dire une largeur d'environ 0,07 mm (elle était de 0,08 mm en réalité).

L'expérience de Young avec différentes couleurs

On obtient quelques différences si on change de couleur dans l'expérience de Young. La position des maximums et des minimums d'interférence dépend de la longueur d'onde. Avec une petite longueur d'onde, les maximums sont plus près les uns des autres. Il se produit la même chose avec la diffraction : les maximums de diffraction sont plus près les uns des autres avec de petites longueurs d'onde. Par contre, le nombre de maximums d'interférence dans le maximum central de diffraction ne change pas puisqu'il dépend uniquement des dimensions des fentes et de la distance entre les fentes, qui n'ont pas changées. Cela donne donc les figures d'interférence suivantes.

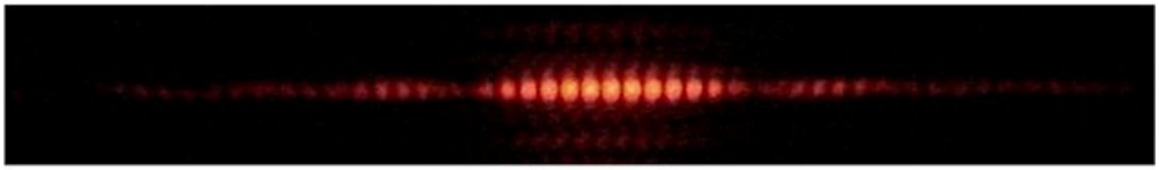


arstechnica.com/science/2012/05/disentangling-the-wave-particle-duality-in-the-double-slit-experiment/

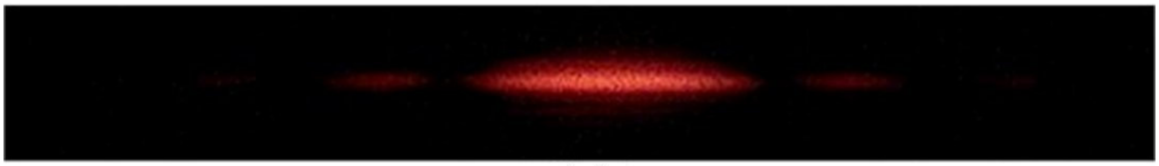
La figure d'interférence a donc la même allure pour toutes les couleurs, elle est juste plus « étirée » pour des longueurs d'onde plus grandes.

Que se passe-t-il si on bloque une fente ?

Au départ, avec les deux fentes, on a de la diffraction et de l'interférence. Si on bouche une des fentes, l'interférence va disparaitre et il ne restera que la diffraction. L'intensité va également diminuer parce que, bien sûr, il y a moins de lumière qui se rend à l'écran avec une seule fente.



2 fentes



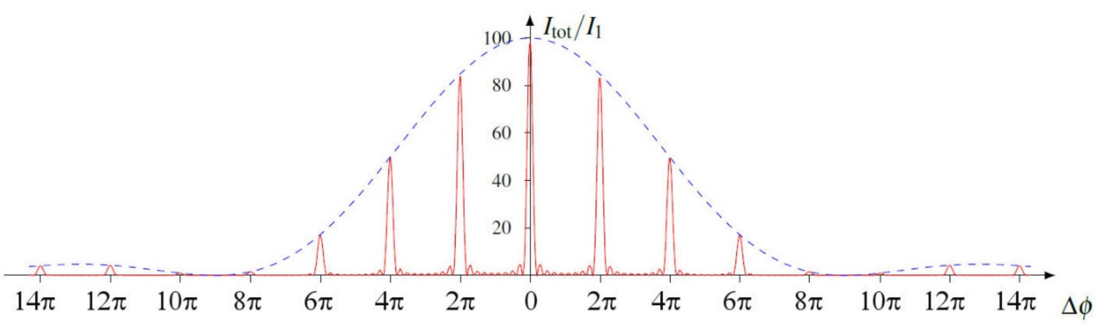
1 fente

en.wikipedia.org/wiki/File:Single_slit_and_double_slit2.jpg

Remarquez que la position des minimums et maximums de diffraction est restée la même si on bouche une des fentes.

Les fentes multiples et les réseaux

Avec plusieurs fentes, le résultat est similaire à celui qu'on a obtenu avec deux fentes : les maximums restent à la même place, mais leur intensité est modulée par la diffraction. Par exemple, voici le graphique de l'intensité pour 10 fentes quand la distance entre les fentes est 4,5 fois plus grande que la largeur des fentes.



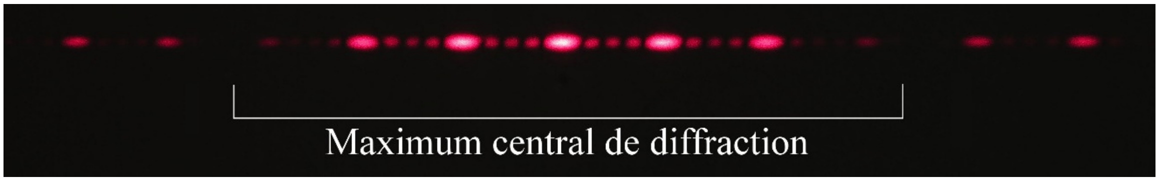
On sait qu'il y a 10 fentes puisqu'il y a 8 petits maximums entre les grands maximums. On remarque que l'intensité des grands maximums diminue maintenant en suivant la courbe de la diffraction (en pointillée). Comme la distance entre les fentes est 4,5 fois plus grande que la largeur des fentes, on a

$$\frac{d}{a} = 4,5$$

Ce qui signifie que

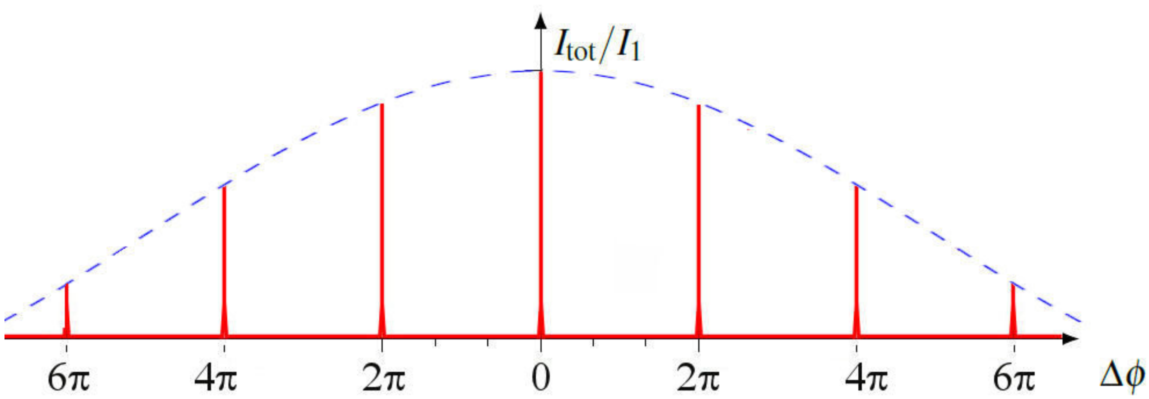
$$m_d = 4$$

Sur le graphique, on voit bien que le maximum d'ordre 4 (tout petit) est en effet le dernier maximum d'interférence dans le maximum central de diffraction.
On voit bien sur cette image que l'intensité des maximums obtenus avec 5 fentes est modulée par la diffraction.

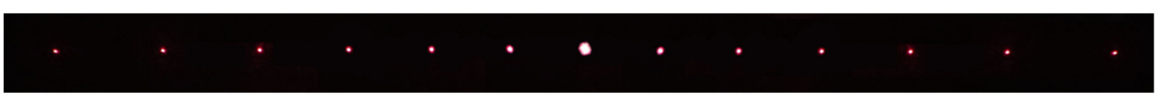


(Sur cette image, on remarque que m_d = 3, ce qui signifie que la distance entre les fentes est entre 3 et 4 fois plus grande que la largeur des fentes (ce qui était le cas puisqu'on avait d = 0,125 mm et a = 0,04 mm, ce qui signifie qu'on avait d/a = 3,125).

Le même phénomène se produit avec les réseaux. L'intensité de la lumière est modulée par la diffraction dans chaque fente. Le graphique de l'intensité de la lumière ressemble donc à cela.



On voit bien sur cette image que l'intensité des maximums obtenus avec le réseau est modulée par la diffraction.

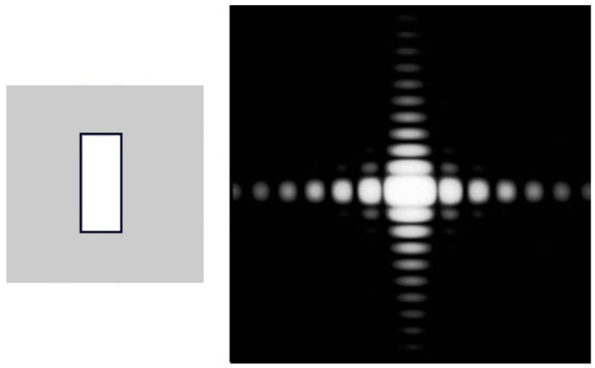


On voit la baisse graduelle d'intensité à mesure qu'on s'éloigne du centre de la figure d'interférence. Généralement, les fentes d'un réseau sont tellement minces (on n'a pas vraiment le choix quand il y a plusieurs centaines de fentes par millimètre) que le premier minimum de diffraction est très loin du centre sur la figure d'interférence.

8.4 LA FIGURE DE DIFFRACTION POUR DES TROUS OU DES OBSTACLES AYANT UNE AUTRE FORME

Le trou rectangulaire

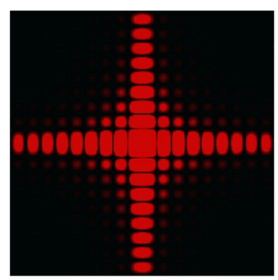
Le résultat de la figure de diffraction pour un trou rectangulaire est



minerva.union.edu/jonesc/scientific_photos%202010.htm

C'est en fait une combinaison en deux dimensions de ce qu'on sait de la fente mince et longue. Ici, les deux dimensions de la fente font de la diffraction, mais elle est plus importante dans la direction pour laquelle la fente est la plus mince. Sur la figure, la dimension horizontale de la fente est plus petite et l'onde s'étale davantage dans la direction horizontale que dans la direction verticale. Ce qu'on avait dans les sections précédentes était la version extrême de cette figure : la fente est très longue dans le sens vertical, ce qui éliminait la diffraction dans cette direction.

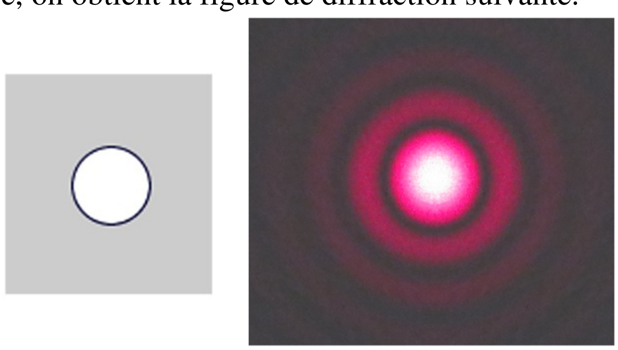
Si le trou est carré, la diffraction horizontale est identique à la diffraction verticale et on a la figure d'interférence de la figure de droite.



en.academic.ru/dic.nsf/enwiki/4998

Le trou circulaire

Avec un trou circulaire, on obtient la figure de diffraction suivante.



On peut montrer, suite à des calculs assez complexes, que le premier minium de diffraction est à la position donnée par

Angle du premier minimum de diffraction avec un trou circulaire

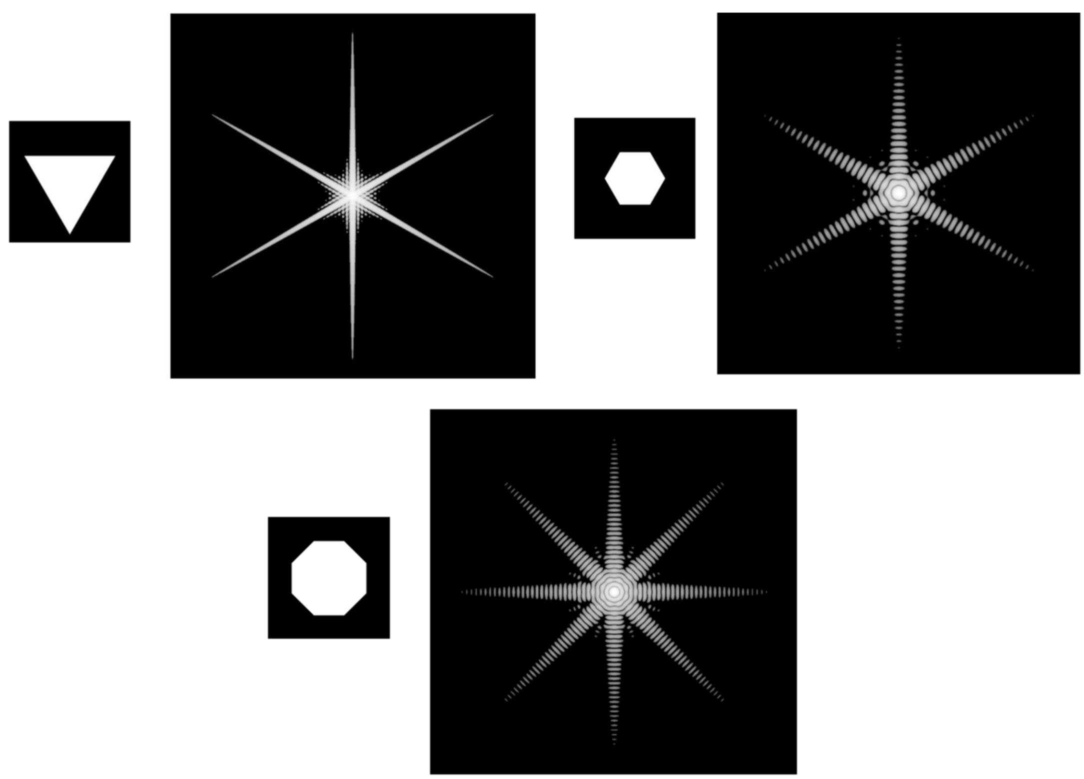
$$\sin\theta = 1,22\frac{\lambda}{a}$$

où a est le diamètre du trou. Cela permet de trouver le rayon du maximum central de diffraction puisque ce dernier se termine au premier minimum.

Voici une expérience avec un laser passant par des trous de dimensions variables.
http://www.youtube.com/watch?v=BD27GXVHg2c

Les trous triangulaire, hexagonal et octogonal

Voici les figures de diffraction obtenues avec des trous triangulaires, hexagonaux et octogonaux.



Faits par Jonathan Ruel

On peut voir assez souvent ce genre de diffraction sur des photographies. Le trou du diaphragme des appareils photo a souvent une forme hexagonale, octogonale ou même triangulaire, comme on peut le voir sur cette image.

www.fredmiranda.com/forum/topic/839374

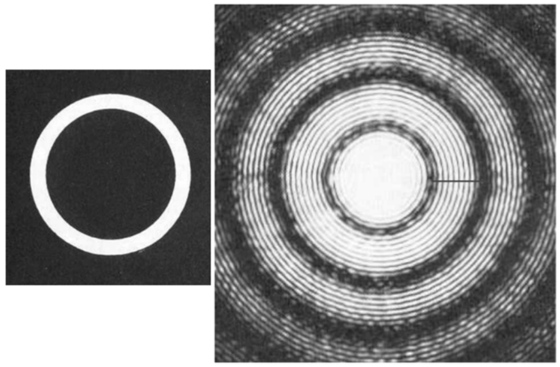
On peut alors voir la figure de diffraction sur les photographies.

www.slrlounge.com/school/diffraction-aperture-and-starburst-effects

Le trou formé par le diaphragme de cet appareil est de forme octogonale. Sur ces images, le diamètre de l'ouverture du diaphragme est différent. Sur l'image identifiée *f*/22 (qui signifie que l'ouverture est 22 fois plus petite que la distance focale), le diamètre de l'ouverture est très petit, ce qui forme beaucoup de diffraction. Comme il passe peu de lumière dans un trou aussi petit, le temps de pose est plus long. À l'autre extrême (image identifiée *f*/2,8), l'ouverture du diaphragme est plus grande et il n'y a pratiquement plus de diffraction. Avec un diaphragme laissant passer plus de lumière, le temps de pose est plus court.

Le trou en forme d'anneau

Avec un trou en forme d'anneau, on obtient la figure de diffraction suivante.

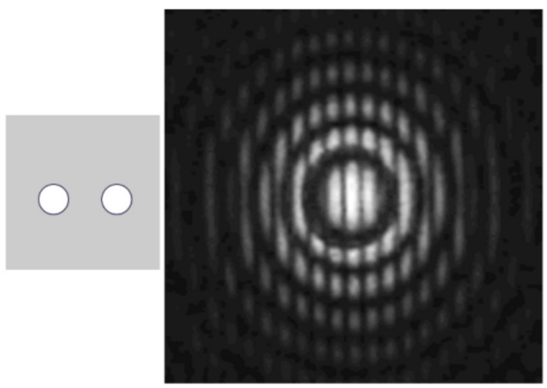


personal.ee.surrey.ac.uk/Personal/D.Jefferies/aperture.html

On semble retrouver un peu ce qu'on avait avec deux fentes, c'est-à-dire de l'interférence et de la diffraction, mais répartit sur un cercle.

Deux trous circulaires côte à côte

Avec deux trous circulaires, on obtient la figure de diffraction suivante.

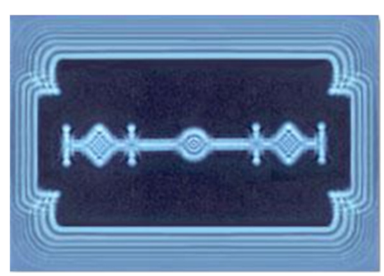


personal.ee.surrey.ac.uk/Personal/D.Jefferies/antennas.html

On peut reconnaitre la diffraction faite par les trous circulaires et les franges d'interférence faites par les deux sources.

Une lame de rasoir

Avec une lame de rasoir, on obtient la figure de diffraction de droite.

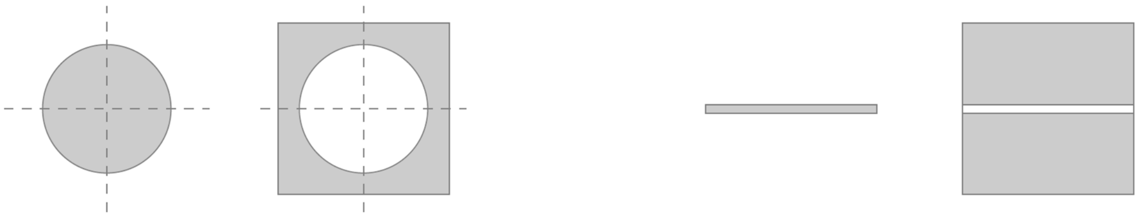


micro.magnet.fsu.edu/primer/lightandcolor/diffractionintro.html

On remarque un élément caractéristique de la diffraction : l'ombre n'est pas nette. On passe de la zone ombragée à la zone éclairée en passant par une série de maximum et de minimum. On retrouve également une série de maximum et de minimum dans les zones éclairées au centre.

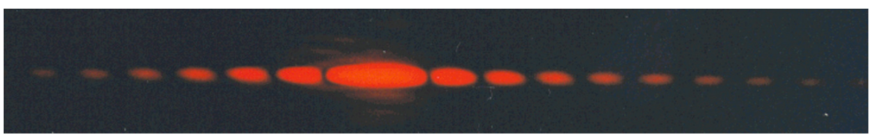
Le principe de Babinet

Ce principe stipule que la figure de diffraction est la même si elle est obtenue à partir d'un objet opaque ou à partir d'un trou dans une plaque ayant la même forme que l'objet, appelé le conjugué. Voici deux exemples d'un objet et de son conjugué.



En fait, il y a quelques restrictions. On parle de la figure de diffraction obtenue sur un écran très loin par rapport aux dimensions de l'objet et ailleurs qu'à $\theta = 0°$.

Cela veut dire que la figure de diffraction obtenue avec un cheveu est identique à la figure de diffraction obtenue avec une fente, sauf exactement au centre de la figure. Voici une figure de diffraction obtenue avec un cheveu en position verticale. On constate qu'elle est identique à celle obtenue avec une fente.



chem.lapeer.org/PhysicsDocs/Goals2000/Laser2.html

Voici comment on peut justifier ce principe. S'il n'y avait pas d'objet ou son conjugué, il n'y aurait pas de diffraction du tout et l'intensité serait nulle partout, sauf à $\theta = 0$. Or, cette situation est équivalente à ce qu'on aurait en additionnant la lumière provenant de la diffraction faite par l'objet et de la lumière provenant de la diffraction faite par son conjugué. Il faut donc que cette addition donne une intensité nulle. Cela veut dire que les deux figures de diffraction doivent avoir la même intensité, mais qu'elles sont déphasées de π.

Les couronnes

Quand la lumière du Soleil ou de la Lune traverse une région de l'atmosphère où il y a des gouttes d'eau, les gouttes d'eau agissent comme des obstacles circulaires et il y a de la diffraction. Selon le principe de Babinet, la diffraction faite par une goutte est identique à celle faite par un trou circulaire. Avec plusieurs gouttes distribuées au hasard, les effets de l'interférence disparaissent et il ne reste que la figure de diffraction. On peut alors voir une figure de diffraction autour du Soleil ou de la Lune.

en.wikipedia.org/wiki/Corona_(optical_phenomenon)

Dans ce cas, on voit essentiellement le maximum central de diffraction (qu'on appelle l'auréole). La taille de la couronne dépend du diamètre des gouttes. Il y a aussi séparation des couleurs puisque la largeur du maximum central dépend de la longueur d'onde. Puisque l'angle est plus petit pour les petites longueurs d'onde, le bleu fait un maximum central plus petit. Ainsi, le milieu de la couronne semble plutôt bleuté puisque le bleu y est plus concentré que les autres couleurs. Par contre, les bords de la couronne sont plutôt rouges puisque seul le rouge peut être diffracté à un angle si grand. Avec le Soleil, on peut parfois voir les autres maximums de diffraction. Pour qu'il y ait une couronne bien nette, il faut que la taille des gouttes d'eau soit assez uniforme.

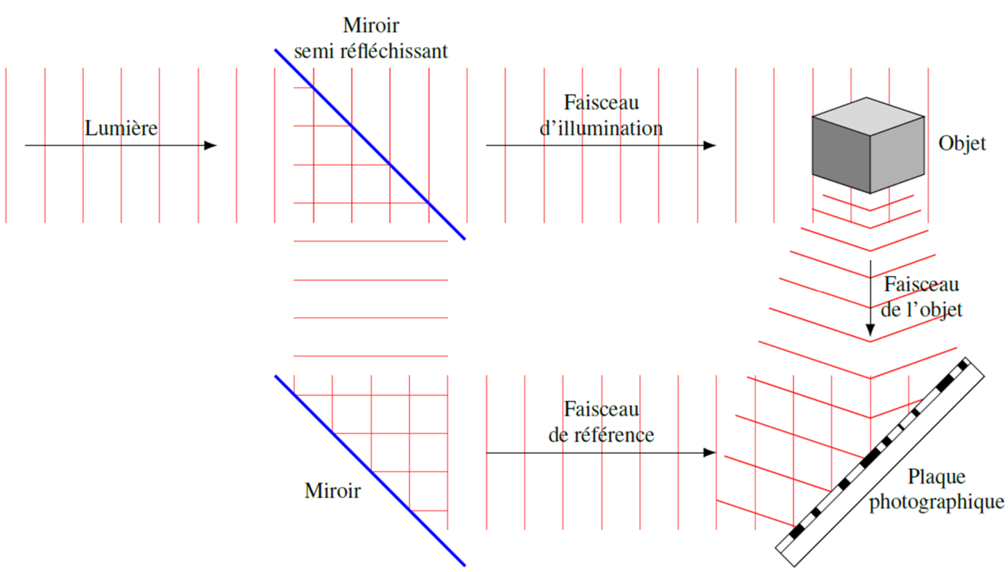
Il ne fait pas confondre ce phénomène avec les halos. Ces derniers se forment quand la lumière est réfractée par des cristaux de glace présents dans l'atmosphère. Dans sa version la plus simple, le halo est un cercle à 11° de la Lune ou du Soleil.

meteo-alpes.org/drupal/samedi-25-septembre-2010-halo-lunaire-lors-dun-bivouac-au-bord-du-joekulsarlon-islande

Les hologrammes

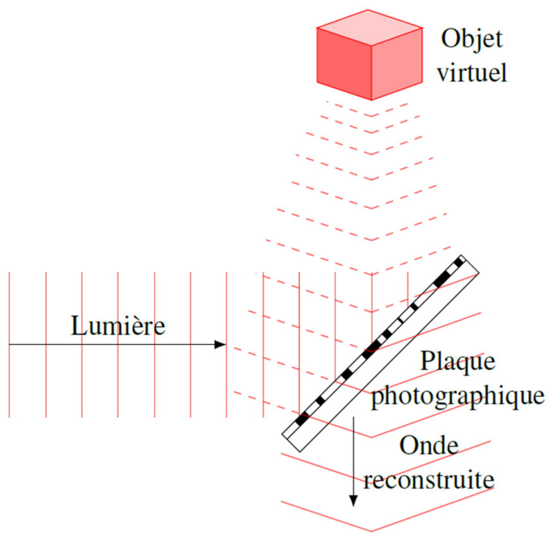
L'hologramme se fait à partir de l'interférence et de la diffraction. C'est en fait une figure de diffraction. On l'obtient en faisant passer la lumière à travers une plaque photographique un peu spéciale.

On fait l'image sur la plaque photographique de la façon suivante : on envoie de la lumière monochromatique (une seule longueur d'onde, donc une seule couleur) et cohérente (qui garde toujours la même constante de phase) sur un miroir semi-réfléchissant qui sépare la lumière en deux parties. Une partie de cette lumière va, après réflexion sur un miroir, directement à la plaque photographique (c'est le faisceau de référence) et l'autre partie éclaire un objet (le faisceau d'illumination). La plaque photographique capte alors les ondes réfléchies par le miroir et les ondes réfléchies par l'objet (faisceau de l'objet).



Il y aura alors de l'interférence entre les deux ondes et il y aura une figure d'interférence. Avec la plaque photographique, on prend simplement une photo de la figure d'interférence, assez complexe par ailleurs. Cette plaque photographique est transparente. C'est une plaque de verre sur laquelle la figure d'interférence est tracée. Aux endroits où il y a des maximums d'interférence sur la plaque, elle noircit.

On prend ensuite cette plaque de verre et on fait passer de la lumière (identique à celle utilisée initialement) à travers cette plaque. La lumière peut alors passer à certains endroits et est bloquée à certains autres endroits selon ce qui est gravé sur la plaque. C'est comme si la lumière passait dans de nombreux petits trous difformes. Il y a alors de la diffraction et de l'interférence.

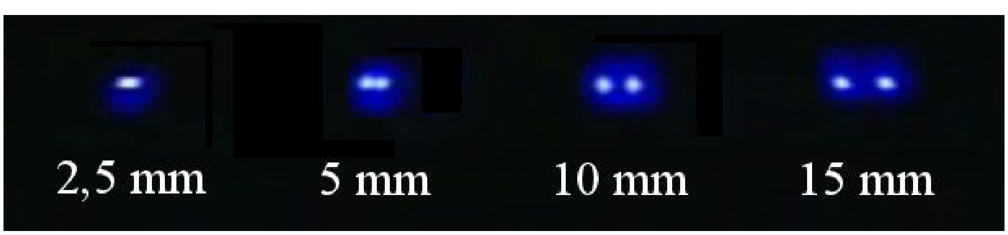


Ce qui est vraiment surprenant, c'est que l'onde qui sort de la plaque photographique suite à la diffraction et à l'interférence est absolument identique à l'onde qu'on aurait si la lumière provenait directement de l'objet (faisceau de l'objet). Comme l'onde est identique, il n'y a pas de différence pour l'œil entre cette onde provenant de la diffraction et de l'interférence et l'onde provenant de l'objet et on croit donc voir l'objet.

On peut voir ce que ça donne sur ce vidéo.
http://www.youtube.com/watch?v=cKlxsEd7p0w

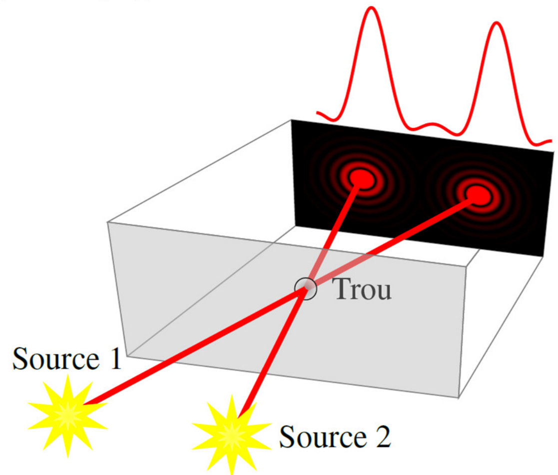
8.5 LA LIMITE DE RÉSOLUTION

Si on regarde deux sources lumineuses, on les verra séparément à condition qu'elles soient suffisamment espacées l'une de l'autre. On peut voir sur cette image qu'on voit bien les deux sources lumineuses séparées de 10 mm et 15 mm, mais c'est plus difficile si les sources sont à moins de 5 mm de distance.

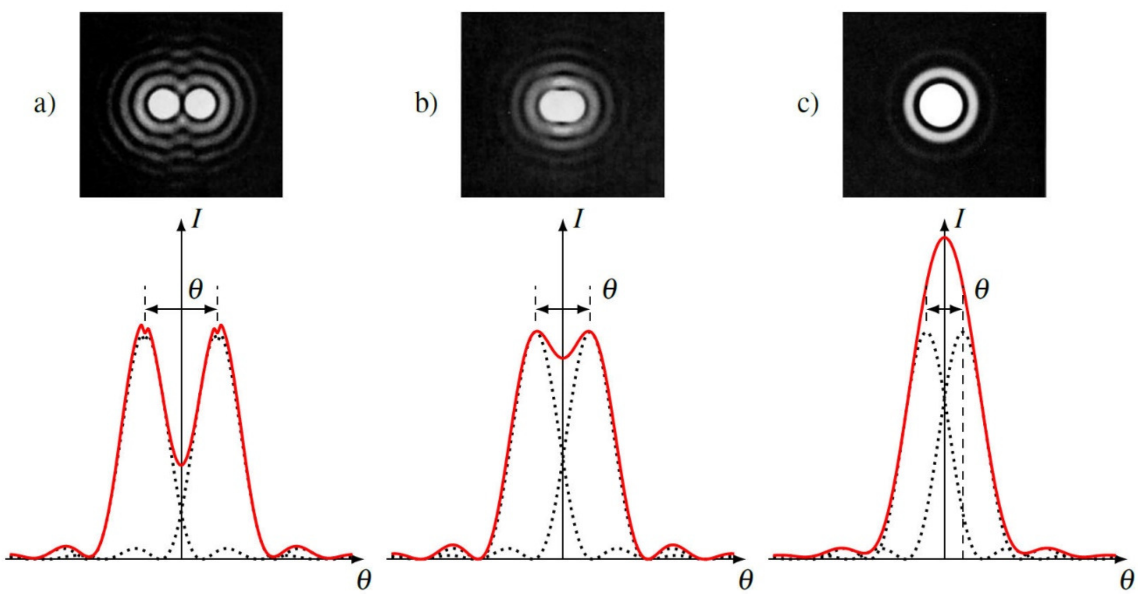


tsgphysics.mit.edu/front/?page=demo. php&letnum=Q%206&show=0

Ce qui limite la résolution de l'œil ou de l'appareil, c'est la diffraction de la lumière. Quand la lumière entre dans l'œil par la pupille ou passe dans l'ouverture de l'appareil, il y a de la diffraction. Ainsi, la lumière ne fait pas un simple point sur la rétine ou la plaque photographique, mais une figure de diffraction. Avec deux sources, on voit donc deux figures de diffraction qui se superposent.



Voici ce qu'on peut donc voir selon la séparation des sources.



Si l'angle entre les deux sources est suffisamment grand (cas a), alors les deux figures de diffraction se superposent peu et on peut voir deux pics d'intensité dans le graphique de l'intensité résultante. On voit donc bien qu'il y a deux sources.

Si l'angle est plus petit (cas c), alors les deux figures de diffraction se superposent et il n'y a qu'un seul pic sur le graphique de l'intensité quand on additionne les intensités de chaque figure de diffraction. On ne voit pas qu'il y a deux sources.

C'est assez difficile de déterminer exactement la séparation minimale qu'on doit avoir pour pouvoir distinguer la présence de deux sources. On utilise alors un critère un peu arbitraire : le critère de Rayleigh. Selon ce critère, on voit les deux sources séparément si le centre du maximum central de diffraction de l'une des sources est à la même place que le premier minimum de diffraction de l'autre source. On a alors le cas b de la figure. On peut voir qu'on distingue à peine la présence de deux sources dans ce cas.

La séparation angulaire minimale, qu'on va appeler l'*angle critique* (θ_c), est donc égale à l'angle entre le maximum central et le premier minimum. Avec un trou circulaire (ce qu'on retrouve dans l'œil et dans plusieurs instruments d'optique), cet angle est

Séparation angulaire minimale requise entre deux sources pour qu'on puisse les voir séparément

$$\sin\theta_c = 1,22\frac{\lambda}{a}$$

où a est le diamètre du trou.

Si la séparation angulaire entre les sources est supérieure à l'angle critique, on les voit séparément et si la séparation est inférieure à cet angle, on les voit comme une seule source. On ne pourra donc pas voir les détails dont la taille est inférieure à cet angle critique.

Exemple 8.5.1

À quelle distance est une voiture quand on commence à distinguer, à l'œil nu, qu'il y a deux phares à l'avant de la voiture ? Les deux phares sont distants de 1,5 m.

Pour résoudre ce problème, on doit connaitre l'angle critique. Cet angle est donné par

$$\sin\theta_c = 1,22\frac{\lambda}{a}$$

On doit donc trouver la longueur d'onde et le diamètre du trou.

Les phares émettent une lumière blanche, allant de 400 nm à 700 nm. Prenons une moyenne à 550 nm pour faire le calcul.

Mais attention, quand la lumière passe dans la pupille, elle est déjà dans l'œil. Cela change sa longueur d'onde, car l'œil est plein de liquide dont l'indice de réfraction est environ celui de l'eau. La longueur d'onde de la lumière dans l'œil est donc

$$\lambda = \frac{\lambda_0}{n} = \frac{550nm}{1,33} = 413,5nm$$

Reste à déterminer le diamètre de la pupille. Ce diamètre peut varier selon la luminosité et peut être, au maximum, d'environ 0,8 cm. (On prend la valeur maximale pour obtenir le moins de diffraction possible. De plus, on verra mieux les phares de l'automobile la nuit et c'est la nuit que la pupille est très grande). L'angle critique est donc

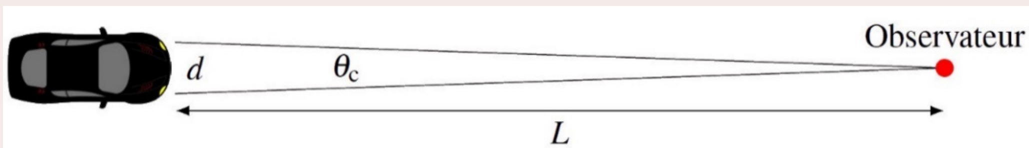
$$\sin\theta_c = 1,22\frac{\lambda}{a}$$

$$\sin\theta_c = 1,22\cdot\frac{413,5\times10^{-9}m}{0,8\times10^{-2}m}$$

$$\sin\theta_c = 6,306\times10^{-5}$$

$$\theta_c = 0,0036°$$

Cet angle de 0,2′ n'est pas très grand ! (Une minute d'arc, 1′, est 1/60 de degré. 1′ correspond environ à l'angle fait par une pièce de 1 $ à une distance de 90 m.) On trouve la distance de la voiture avec ce triangle.



Comme l'angle est petit, on peut dire que la distance entre les phares est un arc de cercle et l'angle, en radian, est donc

$$\theta_{c(rad)} = \frac{d}{L}$$

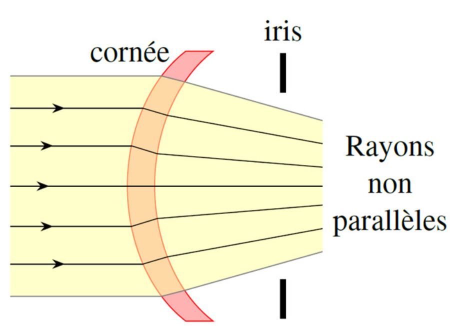
Ce qui nous donne

$$\begin{aligned} L &= \frac{d}{\theta_{c(rad)}} \\ &= \frac{1,5m}{6,306\times10^{-5}rad} \\ &= 23780m = 23,8km \end{aligned}$$

On peut donc dire qu'on verra qu'il y a deux phares quand l'auto sera plus près qu'une vingtaine de kilomètres. On donne une valeur un peu vague à cause des approximations faites et du côté un peu arbitraire du critère de Rayleigh.

Ça peut sembler beaucoup. En réalité, ce sera moins que cette distance à cause des défauts dans l'œil et de la turbulence de l'air.

En fait, on triche un peu dans cet exemple. La formule de diffraction obtenue dans ce chapitre est valide si les rayons sont pratiquement tous parallèles quand ils passent dans le trou. (On a imposé cette condition quand on a supposé que le déphasage entre les N sources dans la fente était toujours le même.) Cela signifie que la distance de la source doit être grande par rapport au diamètre du trou. Ici, avec des sources à quelques dizaines de kilomètres de la



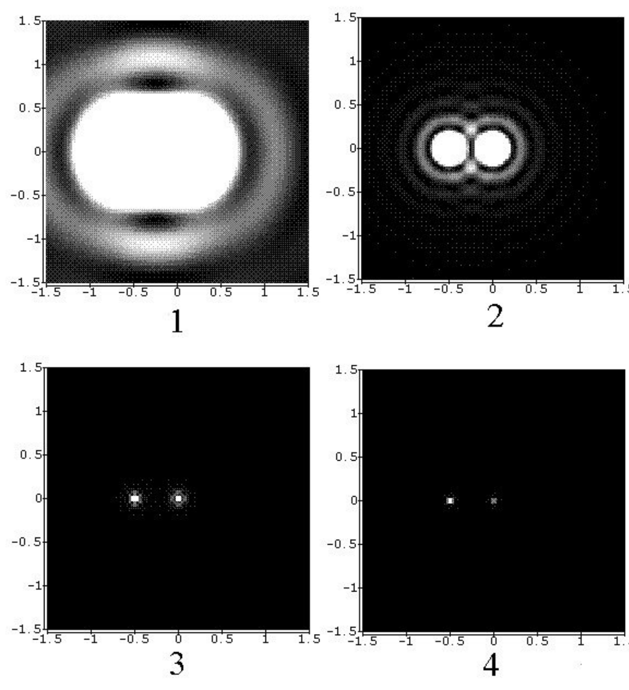
pupille, les rayons qui arrivent à l'œil sont presque tous parallèles et il semble que la condition est respectée. Toutefois, cette situation change quand les rayons pénètrent dans l'œil. Avec la réfraction faite par la cornée, les rayons ne sont plus parallèles quand ils traversent la pupille.

Ainsi, la formule de diffraction utilisée n'est pas vraiment bonne. Disons que ce qu'on a fait est simplement une approximation. En réalité, il y a plus de diffraction que ce qu'on a calculé. Pour avoir une valeur exacte de la distance, il faudrait faire le calcul de la diffraction quand les rayons ne sont pas parallèles, ce qui est nettement plus difficile (et pas du tout de niveau collégial). Reste que ces modifications ne changent pas énormément la limite théorique de résolution de l'œil due à la diffraction. Elle se situe aux environs de 0,35′ (10^{-4} rad).

En réalité, la limite de résolution de l'œil, qui est due à la diffraction et à tous les autres défauts de l'œil, est plutôt aux environs de 1,7′ (5×10^{-4} rad). (Dans des conditions optimales, certaines personnes peuvent aller jusqu'à 0,7′, c'est-à-dire 2×10^{-4} rad.) C'est quand même assez près de la limite théorique de 0,35′, ce qui est remarquable. Notez que la résolution nécessaire pour avoir une vision de 20/20 est de 4′ (12×10^{-4} rad),

Examinons maintenant ce que cela signifie pour un télescope. Voici quatre images de deux étoiles séparées de 0,5″ (1″ est 1°/3600) faites avec différents télescopes.

La première image a été obtenue avec un télescope ayant un diamètre de 15 cm, dont l'angle critique est de 1″. On ne voit pas vraiment qu'il y a deux étoiles. La deuxième image a été faite avec un télescope ayant un plus grand diamètre (50 cm) et ayant un angle critique de 0,3″. On voit maintenant qu'il y a deux sources, mais il y a encore beaucoup de diffraction. La troisième image a été faite avec un télescope ayant un diamètre de 2,4 m. l'angle critique étant alors de 0,06″, on voit les deux sources bien séparées et l'effet de la diffraction a diminuée. La dernière image a été faite avec un télescope ayant un diamètre de 5,1 m et un angle critique de 0,03″. Il y a encore moins de diffraction.



www.astro.ljmu.ac.uk/courses/phys134/scopes.html

Il y a aussi un autre avantage à avoir un grand diamètre : on capte beaucoup plus de lumière. On obtient la première image avec un temps de pose de 30 minutes alors qu'on obtient la dernière image avec un temps de pose de 1,6 seconde.

Exemple 8.5.2

Quelle est la taille du plus petit objet qu'on peut voir sur la Lune, à partir de la surface de la Terre, avec un télescope ayant un diamètre de 114 mm ?

Puisque la lumière blanche est composée de longueurs d'onde entre 400 nm à 700 nm, on va prendre une moyenne de 550 nm pour faire le calcul.

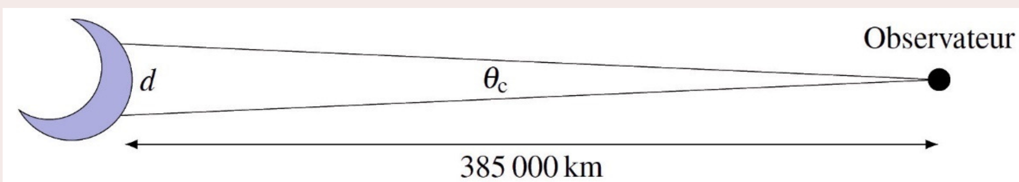
L'angle critique du télescope est

$$\sin\theta_c = 1,22\frac{\lambda}{a}$$

$$\sin\theta_c = 1,22\cdot\frac{550\times10^{-9}m}{114\times10^{-3}m}$$

$$\theta_c = 0,00034°$$

On trouve la distance entre les objets sur la Lune avec ce triangle.



Comme l'angle est petit, on peut dire que la distance entre les objets sur la Lune est un arc de cercle et l'angle, en radians, est donc

$$\theta_{c(rad)} = \frac{d}{L}$$

On a donc

$$\begin{aligned} d &= L\theta_{c(rad)} \\ &= 3,85\times10^8 m\cdot 5,89\times10^{-6} rad \\ &= 2,27 km \end{aligned}$$

Impossible donc de voir les traces de pas laissées par les astronautes sur la Lune.

La diffraction limite aussi la résolution des microscopes. Bien qu'on ne le prouvera pas, la résolution maximale des microscopes est égale à environ la moitié de la longueur d'onde de la lumière utilisée. On ne verra donc pas les détails dont la taille est inférieure à environ 200 nm avec un microscope. Impossible donc de voir des atomes, dont la taille est d'environ 1 nm, avec un microscope.

RÉSUMÉ DES ÉQUATIONS

Déphasage d'un côté à l'autre de la fente

$$\alpha = \frac{a \sin\theta}{\lambda} 2\pi$$

Intensité de la lumière pour la diffraction dans une fente

$$I = I_0 \left(\frac{\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)}{\left(\frac{\alpha}{2}\right)} \right)^2$$

Angle des minimums de diffraction pour une fente

$a \sin\theta = M\lambda$ où M est un entier non nul

Demi-largeur du maximum central

$$\sin\theta = \frac{\lambda}{a}$$

Intensité de la lumière dans l'expérience de Young

$$I_{tot} = 4I_{10} \left(\frac{\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)}{\left(\frac{\alpha}{2}\right)} \right)^2 \cos^2 \frac{\Delta\phi}{2}$$

Nombre de maximums d'interférence dans le maximum central de diffraction

On calcule $\frac{d}{a}$

Si on a un entier, on soustrait 1 pour obtenir m_d.
Si on a un nombre non entier, on enlève les décimales pour obtenir m_d.

$$Nombre = 2m_d + 1$$

Angle du premier minimum de diffraction avec un trou circulaire

$$\sin\theta = 1,22\frac{\lambda}{a}$$

Séparation angulaire minimale requise entre deux sources pour qu'on puisse les voir séparément

$$\sin\theta_c = 1,22\frac{\lambda}{a}$$

EXERCICES

8.2 La diffraction par une fente

1. On fait passer de la lumière ayant une longueur d'onde de 500 nm dans une fente ayant une largeur de 0,01 mm. On observe la figure de diffraction sur un écran situé à 2 m de la fente.

   a) Quelle est la distance entre le centre du maximum central et le premier minimum ?
   b) Quelle est la distance entre le centre du maximum central et le deuxième minimum ?

2. Quand on observe la figure de diffraction sur un écran situé à 5 m d'une fente, on remarque que le maximum central a une largeur de 4 cm. Quelle est la largeur de la fente si la longueur d'onde de la lumière est de 560 nm ?

3. On fait passer des micro-ondes dans une fente ayant une largeur de 1 cm. Sur un écran situé à 1,6 m de distance de la fente, on observe que le maximum central a une largeur de 50 cm. Quelle est la longueur d'onde des micro-ondes ?

4. On fait passer de la lumière ayant une longueur d'onde de 600 nm dans une fente ayant une largeur de 0,1 mm. On observe la figure de diffraction sur un écran situé à 2 m de la fente. Quelle est l'intensité à 0,5 cm du centre du maximum central ?

5. Quand on fait passer de la lumière violette ayant une longueur d'onde de 450 nm dans une fente, on observe que le maximum central a une largeur de 4 cm sur un écran situé à 3 m de la fente. Quelle sera la largeur du maximum central si on change la lumière pour de la lumière rouge ayant une longueur d'onde de 650 nm ?

6. Quand on observe la figure de diffraction sur un écran situé à 4 m d'une fente, on remarque que le maximum central a une largeur de 10 cm. Quelle est la distance entre le premier minimum et le deuxième minimum ?

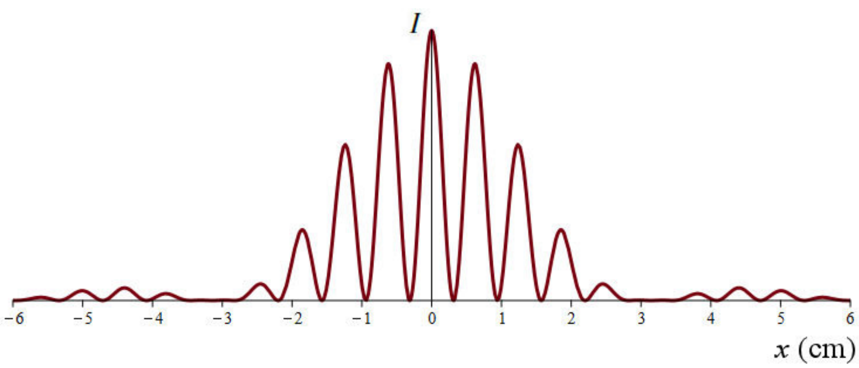
7. On fait passer des ondes dans une fente. On observe que l'angle du premier minimum est $\theta = 20°$. Dans quelles directions sont les autres minimums ?

8.3 L'intensité lumineuse avec plusieurs fentes

8. Dans l'expérience de Young, de la lumière ayant une longueur d'onde de 600 nm passe par des fentes larges de 0,04 mm et distantes de 0,2 mm. On observe la figure d'interférence sur un écran situé à 2,4 m des fentes.

   a) Combien y a-t-il de maximums d'interférence dans le maximum central de diffraction ?
   b) Quelle est l'intensité de la lumière à 3 cm du centre du maximum central d'interférence ?
   c) Quelle est l'intensité du maximum d'interférence d'ordre 1 par rapport à l'intensité du maximum central d'interférence ?

9. Voici le graphique de l'intensité lumineuse qu'on obtient sur un écran quand on fait passer de la lumière ayant une longueur d'onde de 650 nm dans deux fentes. La distance entre l'écran et les fentes est de 2 m.



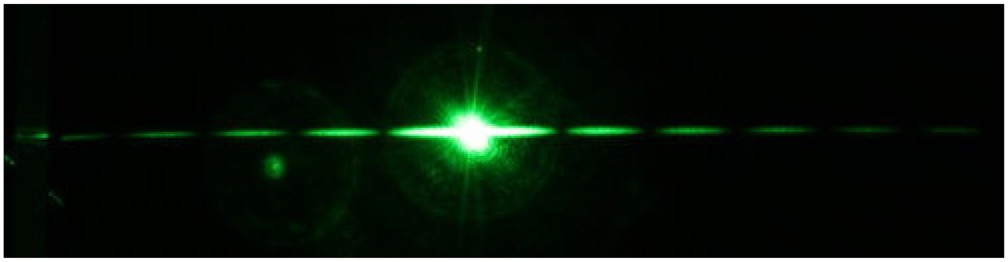
   a) Quelle est la distance entre les fentes ?
   b) Quelle est la largeur des fentes ?
   (Les réponses sont un peu approximatives, car on doit estimer les valeurs sur le graphique.)

8.4 Figure de diffraction pour des trous ou des obstacles ayant une autre forme

10. On fait passer de la lumière ayant une longueur d'onde de 560 nm dans un trou circulaire ayant un diamètre de 0,1 mm. On observe la figure de diffraction sur un écran situé à 2 m du trou. Quelle est la distance entre le centre du maximum central et le premier minimum ?

11. On fait passer de la lumière ayant une longueur d'onde de 620 nm dans un trou circulaire. Sur un écran situé à 1,8 m de distance du trou, on observe que le maximum central a un diamètre de 6 mm. Quel est le diamètre du trou ?

12. Voici la figure de diffraction obtenue en éclairant un cheveu avec un laser ayant une longueur d'onde de 523 nm. Le premier minimum de diffraction est à 6,5 cm du centre de la figure de diffraction. L'écran est à 9,67 m du cheveu. Quel est le diamètre du cheveu ?



ujap.de/index.php/view/HairMeasurement

8.5 Limite de résolution

13. Deux objets sont distants de 2 cm. À quelle distance maximum peut-on être de ces deux objets pour les voir séparément à l'œil nu si le diamètre de la pupille est de 3 mm ? (Utilisez la formule du trou circulaire comme approximation.)

14. Un satellite-espion est à une altitude de 200 km. Ce satellite observe ce qu'il y a sur Terre avec un télescope ayant un diamètre de 25 cm. Quelle est la distance minimale qu'il peut y avoir entre deux objets à la surface de la Terre pour que le satellite puisse percevoir qu'il y a deux objets ?

15. Deux étoiles sont situées à 5 années-lumière de la Terre (donc à $4,73 \times 10^{13}$ km). Quel est le diamètre minimal du télescope qui permettra de distinguer les deux étoiles si la distance entre les étoiles est de 80 millions de km ?

Défi

(Question plus difficile que les questions qu'il y aura à l'examen.)

16. De la lumière ayant une longueur d'onde de 600 nm passe dans une fente ayant une largeur de 0,1 mm. À quelle distance du centre du maximum central est le premier maximum de diffraction si l'écran est à 2 m de la fente ? (On veut la distance exacte, pas une approximation.)

    Normalement, vous allez tomber sur une équation que vous n'êtes pas capable de résoudre. Peut-être que ce site peut vous aider.
    http://www.wolframalpha.com/input/?i=x%3D2*sinx

RÉPONSES

8.2 La diffraction par une fente

1. a) 10,0 cm b) 20,1 cm
2. 0,14 mm
3. 1,544 mm
4. $0{,}5445 I_0$
5. 5,778 cm
6. 5,002 cm
7. Le 2e minimum est à 43,16°. Il n'y a pas d'autres minimums.

8.3 L'intensité lumineuse avec plusieurs fentes

8. a) 9 b) $0{,}1097 I_{10}$ c) 0,875
9. a) 0,2 mm b) 0,04 mm

8.4 Figure de diffraction pour des trous ou des obstacles ayant une autre forme

10. 1,366 cm
11. 0,4538 mm
12. 77,8 µm

8.5 Limite de résolution

13. 118,9 m
14. 53,7 cm
15. 39,7 cm

Défis

16. 1,716 cm