Solutionnaire du chapitre 9

1. a) Le taux de transfert de chaleur est

$$\begin{aligned} P &= k\frac{A}{\ell}\Delta T \\ &= 34,7\tfrac{W}{m°C}\cdot\frac{\pi\cdot(0,02m)^2}{2m}\cdot 100°C \\ &= 2,180W \end{aligned}$$

En 1 heure, l'énergie totale est

$$\begin{aligned} E &= P\cdot\Delta t \\ &= 2,180W\cdot 3600s \\ &= 7849J \end{aligned}$$

b) Entre le bout à gauche de la tige et l'endroit à 10 cm de ce bout, la longueur est de 10 cm. Comme P est le même partout dans la tige, on doit avoir, pour le petit bout de tige de 10 cm,

$$\begin{aligned} P &= k\frac{A}{\ell}\Delta T \\ 2,180W &= 34,7\tfrac{W}{m°C}\cdot\frac{\pi\cdot(0,02m)^2}{0,1m}\cdot\Delta T \\ \Delta T &= 5°C \end{aligned}$$

Comme un bout est à 100 °C, une différence de 5°C signifie que la température à 10 cm du bout est de 95 °C.

2. On a

$$\begin{aligned} P &= k\frac{A}{\ell}\Delta T \\ 20W &= 427\tfrac{W}{m°C}\cdot\frac{(0,03m\cdot 0,03m)}{4m}\Delta T \\ \Delta T &= 208,2°C \end{aligned}$$

3. a)

Comme la chaleur qui passe dans la tige 1 doit ensuite passer dans la tige 2, les valeurs de P doivent être identiques pour les deux tiges.

Pour la 1re tige, on a

$$\begin{aligned} P &= k_1 \frac{A}{\ell} \Delta T \\ &= k_1 \frac{A}{\ell} \left(100°C - T_j\right) \end{aligned}$$

où T_j est la température à la jonction des tiges. Pour la tige 2, on a

$$\begin{aligned} P &= k_2 \frac{A}{\ell} \Delta T \\ &= k_2 \frac{A}{\ell} \left(T_j - 0°C\right) \end{aligned}$$

Puisque les P sont égaux, on a

$$\begin{aligned} k_1 \frac{A}{\ell}\left(100°C - T_j\right) &= k_2 \frac{A}{\ell}\left(T_j - 0°C\right) \\ k_1 \left(100°C - T_j\right) &= k_2 \left(T_j - 0°C\right) \\ 34,7 \tfrac{W}{m°C} \cdot \left(100°C - T_j\right) &= 79,5 \tfrac{W}{m°C} \cdot \left(T_j - 0°C\right) \\ 3470°C - 34,7 \cdot T_j &= 79,5 \cdot T_j \\ 3470°C &= 114,2 \cdot T_j \\ T_j &= 30,39°C \end{aligned}$$

b)

On peut trouver le taux de transfert en examinant n'importe laquelle des 2 tiges. Prenons la tige 1.

$$\begin{aligned} P &= k_1 \frac{A}{\ell} \Delta T \\ &= 34,7 \tfrac{W}{m°C} \cdot \frac{\pi \cdot \left(0,02m\right)^2}{1m} \cdot \left(100°C - 30,39°C\right) \\ &= 3,036W \end{aligned}$$

4. Comme la chaleur qui passe dans la tige 1 doit ensuite passer dans la tige 2, les valeurs de P doivent être identiques pour les deux tiges.

Pour la 1re tige, on a

$$\begin{aligned} P &= k_1 \frac{A}{\ell} \Delta T \\ &= k_1 \frac{A}{\ell} (100°C - 40°C) \\ &= k_1 \frac{A}{\ell} \cdot 60°C \end{aligned}$$

où T_j est la température à la jonction des tiges. Pour la tige 2, on a

$$\begin{aligned} P &= k_2 \frac{A}{\ell} \Delta T \\ &= k_2 \frac{A}{\ell} (40°C - 0°C) \\ &= k_2 \frac{A}{\ell} \cdot 40°C \end{aligned}$$

Puisque les P sont égaux, on a

$$\begin{aligned} k_1 \frac{A}{\ell} \cdot 60°C &= k_2 \frac{A}{\ell} \cdot 40°C \\ k_1 \cdot 60°C &= k_2 \cdot 40°C \\ 100 \tfrac{W}{m°C} \cdot 60°C &= k_2 \cdot 40°C \\ k_2 &= 150 \tfrac{W}{m°C} \end{aligned}$$

5. a) On a

$$\begin{aligned} P &= k \frac{A}{\ell} \Delta T \\ &= 0,837 \tfrac{W}{m°C} \cdot \frac{(1,25m \cdot 0,5m)}{0,012m} \cdot 35°C \\ &= 1526W \end{aligned}$$

b) Comme la puissance qui passe dans la 1re vitre doit ensuite passer dans l'espace d'air et ensuite dans la 2e vitre, les valeurs de P doivent être identiques pour les vitres et l'espace d'air.

Pour la 1re vitre (celle à l'intérieur), on a

$$\begin{aligned} P &= k_v \frac{A}{\ell} \Delta T \\ &= k_v \frac{A}{\ell} \left(15°C - T_{j1}\right) \end{aligned}$$

où T_{j1} est la température à la jonction entre la 1re vitre et l'air entre les vitres. Pour l'espace d'air, on a

$$\begin{aligned} P &= k_a \frac{A}{\ell} \Delta T \\ &= k_a \frac{A}{\ell} \left(T_{j1} - T_{j2}\right) \end{aligned}$$

où T_{j2} est la température à la jonction entre l'air entre les vitres et la 2e vitre. Pour la 2e vitre, on a

$$\begin{aligned} P &= k_v \frac{A}{\ell} \Delta T \\ &= k_v \frac{A}{\ell} \left(T_{j2} - -20°C\right) \end{aligned}$$

Puisque les P sont égaux, on a, pour les 2 vitres

$$\begin{aligned} k_v \frac{A}{\ell} \left(15°C - T_{j1}\right) &= k_v \frac{A}{\ell} \left(T_{j2} - -20°C\right) \\ 15°C - T_{j1} &= T_{j2} + 20°C \end{aligned}$$

et pour l'air et la 2e vitre

$$\begin{aligned} k_a \frac{A}{\ell} \left(T_{j1} - T_{j2}\right) &= k_v \frac{A}{\ell} \left(T_{j2} - -20°C\right) \\ k_a \left(T_{j1} - T_{j2}\right) &= k_v \left(T_{j2} + 20°C\right) \end{aligned}$$

Isolons T_{j1} dans la 1re équation

$$\begin{aligned} 15°C - T_{j1} &= T_{j2} + 20°C \\ T_{j2} &= -T_{j1} - 5°C \end{aligned}$$

et remplaçons dans la 2e équation.

$$k_a\left(T_{j1}-T_{j2}\right)=k_v\left(T_{j2}+20°C\right)$$
$$k_a\left(T_{j1}-\left(-T_{j1}-5°C\right)\right)=k_v\left(-T_{j1}-5°C+20°C\right)$$
$$k_a\left(2T_{j1}+5°C\right)=k_v\left(-T_{j1}+15°C\right)$$
$$2k_aT_{j1}+k_a\cdot 5°C=-k_vT_{j1}+k_v\cdot 15°C$$
$$2k_aT_{j1}+k_vT_{j1}=k_v\cdot 15°C-k_a\cdot 5°C$$
$$\left(2k_a+k_v\right)T_{j1}=k_v\cdot 15°C-k_a\cdot 5°C$$
$$T_{j1}=\frac{k_v\cdot 15°C-k_a\cdot 5°C}{2k_a+k_v}$$

Avec les valeurs, on a

$$\begin{aligned}T_{j1}&=\frac{k_v\cdot 15°C-k_a\cdot 5°C}{2k_a+k_v}\\&=\frac{0,837\,\frac{W}{m°C}\cdot 15°C-0,0234\,\frac{W}{m°C}\cdot 5°C}{2\cdot 0,0234\,\frac{W}{m°C}+0,837\,\frac{W}{m°C}}\\&=14,0733°C\end{aligned}$$

La puissance passant par la 1re fenêtre est donc

$$\begin{aligned}P&=k_v\frac{A}{\ell}\Delta T\\&=0,837\,\frac{W}{m°C}\cdot\frac{1,25m\cdot 0,5m}{0,006m}\left(15°C-14,0733°C\right)\\&=80,79W\end{aligned}$$

C'est quand même une bonne réduction par rapport au 1526 W sans la couche d'air !

6. La longueur d'onde du pic est

$$\begin{aligned}\lambda_{pic}&=\frac{2,898\times 10^{-3}mK}{T}\\&=\frac{2,898\times 10^{-3}mK}{3273K}\\&=885nm\end{aligned}$$

C'est une lumière dans l'infrarouge.

7. On a

$$\lambda_{pic} = \frac{2,898\times10^{-3}mK}{T}$$
$$502\times10^{-9}m = \frac{2,898\times10^{-3}mK}{T}$$
$$T = 5773K$$

8. La puissance est

$$\begin{aligned} P &= \varepsilon\sigma AT^4 \\ &= 1\cdot 5,67037\times10^{-8}\,\tfrac{W}{m^2K^4}\cdot 4\pi\left(3,2\times10^{10}m\right)^2\cdot\left(6015K\right)^4 \\ &= 9,551\times10^{29}W \end{aligned}$$

Ce qui est environ 2500 fois plus lumineux que le Soleil.

9. a) La puissance est

$$\begin{aligned} P &= \varepsilon\sigma A\left(T^4 - T_0^4\right) \\ &= 0,98\cdot 5,67037\times10^{-8}\,\tfrac{W}{m^2K^4}\cdot 1,8m^2\cdot\left(\left(310K\right)^4 - \left(293K\right)^4\right) \\ &= 186,6W \end{aligned}$$

(C'est la même puissance que pour faire du vélo avec un effort à peine soutenu.)

b) La puissance est

$$\begin{aligned} P &= \varepsilon\sigma A\left(T^4 - T_0^4\right) \\ &= 0,98\cdot 5,67037\times10^{-8}\,\tfrac{W}{m^2K^4}\cdot 1,8m^2\cdot\left(\left(310K\right)^4 - \left(243K\right)^4\right) \\ &= 575,0W \end{aligned}$$

(C'est équivalent à un exercice vraiment très soutenu. Allez sur un vélo stationnaire qui affiche la puissance et essayez d'atteindre cette puissance…)

10. On trouve la température à partir de la puissance avec

$$P = \varepsilon\sigma A\left(T^4 - T_0^4\right)$$

Pour la trouver, on doit trouver l'aire du filament.

Le filament est un cylindre dont l'aire est (on néglige les bouts)

$$\begin{aligned} A &= 2\pi rl \\ &= 2\pi \cdot 0,0005m \cdot 0,1m \\ &= 3,1416\times10^{-4} m² \end{aligned}$$

On a donc

$$\begin{aligned} P &= \varepsilon\sigma A\left(T^4 - T_0^4\right) \\ 60W &= 0,20 \cdot 5,67037\times10^{-8} \tfrac{W}{m^2K^4} \cdot 3,1416\times10^{-4} m² \cdot \left(T^4 - \left(293K\right)^4\right) \\ T &= 2026K = 1752°C \end{aligned}$$

11. La température d'équilibre de la Terre est donnée par

$$T_e = \sqrt[4]{\frac{Q(1-A)}{\sigma}}$$

où Q est donnée par

$$Q = \frac{I}{4}$$

et où I est l'intensité du rayonnement arrivant du Soleil. Cette intensité est

$$I = \frac{P_{étoile}}{4\pi D^2}$$

Quand la Terre est au périhélie, l'intensité du rayonnement est

$$\begin{aligned} I &= \frac{P_{étoile}}{4\pi D^2} \\ &= \frac{3,828\times10^{26}W}{4\pi \cdot \left(1,471\times10^{11}m\right)^2} \\ &= 1407,79 \tfrac{W}{m²} \end{aligned}$$

La valeur de Q est alors

$$\begin{aligned}Q &= \frac{I}{4}\\ &= \frac{1407,79\,\frac{W}{m^2}}{4}\\ &= 351,95\,\frac{W}{m^2}\end{aligned}$$

et la température d'équilibre est

$$\begin{aligned}T_e &= \sqrt[4]{\frac{Q(1-A)}{\sigma}}\\ &= \sqrt[4]{\frac{351,95\,\frac{W}{m^2}\cdot(1-0,30)}{5,67037\times 10^{-8}\,\frac{W}{m^2K^4}}}\\ &= 256,74K\end{aligned}$$

Quand la Terre est à l'aphélie, l'intensité du rayonnement est

$$\begin{aligned}I &= \frac{P_{étoile}}{4\pi D^2}\\ &= \frac{3,828\times 10^{26}W}{4\pi\cdot\left(1,521\times 10^{11}m\right)^2}\\ &= 1316,75\,\frac{W}{m^2}\end{aligned}$$

La valeur de Q est alors

$$\begin{aligned}Q &= \frac{I}{4}\\ &= \frac{1316,75\,\frac{W}{m^2}}{4}\\ &= 329,19\,\frac{W}{m^2}\end{aligned}$$

et la température d'équilibre est

$$\begin{aligned} T_e &= \sqrt[4]{\frac{Q(1-A)}{\sigma}} \\ &= \sqrt[4]{\frac{329,19\,\frac{W}{m^2}\cdot(1-0,30)}{5,67037\times10^{-8}\,\frac{W}{m^2K^4}}} \\ &= 252,48K \end{aligned}$$

La différence de température est donc

$$256,74\text{ K} - 252,48\text{ K} = 4,26\text{ K}$$

12. La température d'équilibre de la Terre est donnée par

$$T_e = \sqrt[4]{\frac{Q(1-A)}{\sigma}}$$

où Q est donnée par

$$Q = \frac{I}{4}$$

et où I est l'intensité du rayonnement arrivant du Soleil. Cette intensité est

$$\begin{aligned} I &= \frac{P_{étoile}}{4\pi D^2} \\ &= \frac{3,828\times10^{26}W\cdot1,1}{4\pi\cdot\left(1,496\times10^{11}m\right)^2} \\ &= 1497,24\,\frac{W}{m^2} \end{aligned}$$

La valeur de Q sera alors

$$\begin{aligned} Q &= \frac{I}{4} \\ &= \frac{1497,24\,\frac{W}{m^2}}{4} \\ &= 374,31\,\frac{W}{m^2} \end{aligned}$$

et la température d'équilibre sera

$$\begin{aligned} T_e &= \sqrt[4]{\frac{Q(1-A)}{\sigma}} \\ &= \sqrt[4]{\frac{374,31\frac{W}{m^2}\cdot(1-0,3)}{5,67037\times 10^{-8}\frac{W}{m^2K^4}}} \\ &= 260,72K \end{aligned}$$

Comme la température d'équilibre est de 254,58 K en ce moment, cela correspond à une augmentation de 6,14 °C.

13. La température d'équilibre de la Terre est donnée par

$$T_e = \sqrt[4]{\frac{Q(1-A)}{\sigma}}$$

Si on veut que la température soit de 273,15 K, on doit avoir

$$\begin{aligned} 273,15K &= \sqrt[4]{\frac{340,275\frac{W}{m^2}\cdot(1-A)}{5,67037\times 10^{-8}\frac{W}{m^2K^4}}} \\ A &= 0,0723 \end{aligned}$$

14. La température d'équilibre de la Terre est donnée par

$$T_e = \sqrt[4]{\frac{Q(1-A)}{\sigma}}$$

Si on veut que la température soit de 353,15 K, on doit avoir

$$\begin{aligned} 353,15K &= \sqrt[4]{\frac{Q\cdot(1-0,3)}{5,67037\times 10^{-8}\frac{W}{m^2K^4}}} \\ Q &= 1259,94\frac{W}{m^2} \end{aligned}$$

Cela signifie qu'on devrait recevoir une intensité de

$$Q = \frac{I}{4}$$

$$1259,94\tfrac{W}{m^2} = \frac{I}{4}$$

$$I = 5039,76\tfrac{W}{m^2}$$

Pour recevoir cette intensité, on doit avoir

$$I = \frac{P_{étoile}}{4\pi D^2}$$

$$5039,76\tfrac{W}{m^2} = \frac{3,828\times 10^{26} W}{4\pi D^2}$$

$$D = 7,775\times 10^{10} m$$

$$D = 77\ 750\ 000 km$$

C'est environ la moitié de la distance actuelle.

15. La température moyenne serait

$$\begin{aligned} T_s &= T_e \sqrt[4]{1-\ln\sqrt{1-\varepsilon}} \\ &= 254,58K \cdot \sqrt[4]{1-\ln\sqrt{1-0,80}} \\ &= 254,58K \cdot 1,1591 \\ &= 295,07K \\ &= 21,92°C \end{aligned}$$

16. Pour que la température de la Terre soit de 323,15 K, on doit avoir

$$\begin{aligned} T_s &= T_e \sqrt[4]{1-\ln\sqrt{1-\varepsilon}} \\ 323{,}15K &= 254{,}58K \cdot \sqrt[4]{1-\ln\sqrt{1-\varepsilon}} \\ 1{,}2682 &= \sqrt[4]{1-\ln\sqrt{1-\varepsilon}} \\ 2{,}5871 &= 1-\ln\sqrt{1-\varepsilon} \\ 1{,}5871 &= -\ln\sqrt{1-\varepsilon} \\ -1{,}5871 &= \ln\sqrt{1-\varepsilon} \\ e^{-1{,}5871} &= \sqrt{1-\varepsilon} \\ 0{,}2045 &= \sqrt{1-\varepsilon} \\ 0{,}04182 &= 1-\varepsilon \\ \varepsilon &= 0{,}9582 \end{aligned}$$

17. a) La température d'équilibre de la Mars est donnée par

$$T_e = \sqrt[4]{\frac{Q(1-A)}{\sigma}}$$

où Q est donnée par

$$Q = \frac{I}{4}$$

et où I est l'intensité du rayonnement arrivant du Soleil. Cette intensité est

$$\begin{aligned} I &= \frac{P_{étoile}}{4\pi D^2} \\ &= \frac{3{,}828\times 10^{26}W}{4\pi\cdot\left(2{,}2734\times 10^{11}m\right)^2} \\ &= 589{,}40\,\tfrac{W}{m^2} \end{aligned}$$

La valeur de Q sur Mars est donc

$$\begin{aligned} Q &= \frac{I}{4} \\ &= \frac{589{,}40\,\tfrac{W}{m^2}}{4} \\ &= 147{,}35\,\tfrac{W}{m^2} \end{aligned}$$

La température d'équilibre est donc

$$\begin{aligned} T_e &= \sqrt[4]{\frac{Q(1-A)}{\sigma}} \\ &= \sqrt[4]{\frac{147,35\,\frac{W}{m^2}\cdot(1-0,25)}{5,67037\times10^{-8}\,\frac{W}{m^2K^4}}} \\ &= 210,11K \\ &= -63,04°C \end{aligned}$$

Comme il n'y a pas d'effet de serre, cette température est la véritable température moyenne sur Mars.

b) Avec la nouvelle atmosphère, on a

$$\begin{aligned} T_s &= T_e\sqrt[4]{1-\ln\sqrt{1-\varepsilon}} \\ &= 210,11K\cdot\sqrt[4]{1-\ln\sqrt{1-0,70}} \\ &= 210,11K\cdot 1,125 \\ &= 236,38K \\ &= -36,77°C \end{aligned}$$

18. Si on veut que la température moyenne soit de 278,15 K, on doit avoir

$$\begin{aligned} T_s &= T_e\sqrt[4]{1-\ln\sqrt{1-\varepsilon}} \\ 278,15K &= T_e\cdot\sqrt[4]{1-\ln\sqrt{1-0,71}} \\ 278,15K &= T_e\cdot 1,1280 \\ T_e &= 246,59K \end{aligned}$$

On doit donc avoir

$$\begin{aligned} T_e &= \sqrt[4]{\frac{Q(1-A)}{\sigma}} \\ 246,59K &= \sqrt[4]{\frac{340,275\,\frac{W}{m^2}\cdot(1-A)}{5,67037\times10^{-8}\,\frac{W}{m^2K^4}}} \\ A &= 0,3839 \end{aligned}$$

19. Si le coefficient d'absorption est de 0,71, alors le coefficient de transmission est de 0,29. Avec 50 couches, on doit avoir

$$t_c^{50} = 0,29$$
$$t_c = \sqrt[50]{0,29}$$
$$t_c = 0,9755$$

Si le coefficient de transmission de chaque couche est de 0,9755, alors de coefficient d'absorption de chaque couche est

$$\begin{aligned}\varepsilon_c &= 1 - t_c \\ &= 0,0244\end{aligned}$$

20. En 1850, la température était de 286,75 K. La valeur de ε devait donc être

$$T_s = T_e \sqrt[4]{1 - \ln\sqrt{1-\varepsilon}}$$
$$286,75K = 254,58K \cdot \sqrt[4]{1 - \ln\sqrt{1-\varepsilon}}$$
$$1,1264 = \sqrt[4]{1 - \ln\sqrt{1-\varepsilon}}$$
$$1,6096 = 1 - \ln\sqrt{1-\varepsilon}$$
$$0,6096 = -\ln\sqrt{1-\varepsilon}$$
$$-0,6096 = \ln\sqrt{1-\varepsilon}$$
$$e^{-0,6096} = \sqrt{1-\varepsilon}$$
$$0,5436 = \sqrt{1-\varepsilon}$$
$$0,2954 = 1-\varepsilon$$
$$\varepsilon = 0,7045$$

En 2023, la température était de 287,95 K. La valeur de ε devait donc être

$$T_s = T_e \sqrt[4]{1 - \ln\sqrt{1-\varepsilon}}$$
$$287,95K = 254,58K \cdot \sqrt[4]{1 - \ln\sqrt{1-\varepsilon}}$$
$$1,1311 = \sqrt[4]{1 - \ln\sqrt{1-\varepsilon}}$$
$$1,6367 = 1 - \ln\sqrt{1-\varepsilon}$$
$$0,6367 = -\ln\sqrt{1-\varepsilon}$$
$$-0,6367 = \ln\sqrt{1-\varepsilon}$$
$$e^{-0,6367} = \sqrt{1-\varepsilon}$$
$$0,5290 = \sqrt{1-\varepsilon}$$
$$0,2799 = 1-\varepsilon$$
$$\varepsilon = 0,7201$$

La valeur de ε est donc passée de 0,7045 à 0,7201.

21. À 1000 ppm, le forçage radiatif serait de

$$\begin{aligned}\Delta F_{CO2} &\approx 5,35\tfrac{W}{m^2} \cdot \ln\left(\frac{C}{278\,ppm}\right)\\ &\approx 5,35\tfrac{W}{m^2} \cdot \ln\left(\frac{1000\,ppm}{278\,ppm}\right)\\ &\approx 6,85\tfrac{W}{m^2}\end{aligned}$$

L’augmentation de température serait alors de

$$\begin{aligned}\Delta T &\approx 0,55\tfrac{°Cm^2}{W} \cdot \Delta F_{CO2}\\ &\approx 0,55\tfrac{°Cm^2}{W} \cdot 6,85\tfrac{W}{m^2}\\ &\approx 3,8°C\end{aligned}$$

22. Comme 41 % des émissions restent dans l’atmosphère, la quantité de carbone ajouté sera de

$$0,41 \cdot 6000Gt = 2460Gt$$

Une telle quantité de carbone correspond à une augmentation de concentration de

$$\frac{2460Gt}{2,214\frac{Gt}{ppm}} = 1111\,ppm$$

On aurait alors une concentration de

$$278\,ppm + 1111\,ppm = 1389\,ppm$$

Le forçage radiatif serait de

$$\begin{aligned}\Delta F_{CO2} &\approx 5,35\tfrac{W}{m^2}\cdot \ln\left(\frac{C}{278\,ppm}\right)\\ &\approx 5,35\tfrac{W}{m^2}\cdot \ln\left(\frac{1389\,ppm}{278\,ppm}\right)\\ &\approx 8,61\tfrac{W}{m^2}\end{aligned}$$

L'augmentation température serait de

$$\begin{aligned}\Delta T &\approx 0,55\tfrac{°Cm^2}{W}\cdot \Delta F_{CO2}\\ &\approx 0,55\tfrac{°Cm^2}{W}\cdot 8,61\tfrac{W}{m^2}\\ &\approx 4,7°C\end{aligned}$$

23. Avec une température de 20°C, on a un réchauffement de 6,4 °C par rapport aux température préindustrielles. Cela correspond à un forçage radiatif de

$$\begin{aligned}\Delta T &\approx 0,55\tfrac{°Cm^2}{W}\cdot \Delta F_{CO2}\\ 6,4°C &\approx 0,55\tfrac{°Cm^2}{W}\cdot \Delta F_{CO2}\\ \Delta F_{CO2} &\approx 11,64\tfrac{W}{m^2}\end{aligned}$$

Pour avoir un tel forçage, on doit avoir la concentration de CO_2 suivante.

$$\begin{aligned}\Delta F_{CO2} &\approx 5,35\tfrac{W}{m^2}\cdot \ln\left(\frac{C}{278\,ppm}\right)\\ 11,64\tfrac{W}{m^2} &\approx 5,35\tfrac{W}{m^2}\cdot \ln\left(\frac{C}{278\,ppm}\right)\\ 2,175 &\approx \ln\left(\frac{C}{278\,ppm}\right)\\ e^{2,175} &= \frac{C}{278\,ppm}\\ C &= 2447\,ppm\end{aligned}$$

24. La température de la Terre est donnée par

$$\begin{aligned} T_S &= T_e \sqrt[4]{1-\ln\sqrt{1-\varepsilon}} \\ T_S &= \sqrt[4]{\frac{Q(1-A)}{\sigma}} \sqrt[4]{1-\ln\sqrt{1-\varepsilon}} \\ T_S^4 &= \frac{Q(1-A)}{\sigma}\left(1-\ln\sqrt{1-\varepsilon}\right) \end{aligned}$$

Si on veut que la température soit la même en 1850 et 2023, on a

$$\frac{Q(1-A)}{\sigma}\left(1-\ln\sqrt{1-\varepsilon}\right) = \frac{Q(1-A')}{\sigma}\left(1-\ln\sqrt{1-\varepsilon'}\right)$$

On a alors

$$\begin{aligned} \frac{Q(1-A)}{\sigma}\left(1-\ln\sqrt{1-\varepsilon}\right) &= \frac{Q(1-A')}{\sigma}\left(1-\ln\sqrt{1-\varepsilon'}\right) \\ (1-A)\left(1-\ln\sqrt{1-\varepsilon}\right) &= (1-A')\left(1-\ln\sqrt{1-\varepsilon'}\right) \\ (1-0,3)\left(1-\ln\sqrt{1-0,7045}\right) &= (1-A')\left(1-\ln\sqrt{1-0,7201}\right) \\ (1-0,3)(1,6095) &= (1-A')(1,6367) \\ 0,6884 &= 1-A' \\ A' &= 0,3116 \end{aligned}$$

25. Puisque chaque kWh génère 0,68 kg de CO_2, la quantité de CO_2 produite est

$$\begin{aligned} m_{CO_2} &= 1,1\times10^{11} kWh \cdot 0,68 \tfrac{kg}{kWh} \\ &= 7,5\times10^{10} kg \\ &= 75 Mt \end{aligned}$$

Ces 75 millions de tonnes de CO_2 correspond à

$$\frac{12}{44}\cdot 75Mt = 20Mt$$

de carbone. C'est près de 0,2 % de tout le carbone émis.

26. a) La force faite sur 1 m² est

$$\begin{aligned} F &= PA \\ &= 101\,300 Pa \cdot 1 m^2 \\ &= 101\,300 N \end{aligned}$$

b) Le poids de l'atmosphère au-dessus de 1 m² est donc de 101 300 N. La masse de ce poids est

$$\begin{aligned} F &= mg \\ 101\,300 N &= m \cdot 9,8 \tfrac{N}{kg} \\ m &= 10\,337 kg \end{aligned}$$

c) Si le rayon de la Terre est de 6371 km, alors sa surface est

$$\begin{aligned} A &= 4\pi r^2 \\ &= 4\pi \cdot \left(6,371 \times 10^6 m\right)^2 \\ &= 5,1 \times 10^{14} m^2 \end{aligned}$$

Puisqu'il y a 10 337 kg pour chaque m², la masse totale est de

$$\begin{aligned} m_{tot} &= 10\,337 \tfrac{kg}{m^2} \cdot 5,1 \times 10^{14} m^2 \\ &= 5,3 \times 10^{18} kg \end{aligned}$$

d) Si l'atmosphère était 90 fois plus massive, alors sa masse était de

$$90 \cdot 5,3 \times 10^{18} kg = 4,8 \times 10^{20} kg$$

e) Si 95 % de cette masse était du CO_2, alors la masse de CO_2 était de

$$0,95 \cdot 4,8 \times 10^{20} kg = 4,6 \times 10^{20} kg$$

Cela correspond à une masse de carbone de

$$\begin{aligned} \frac{12}{44} \cdot 4,6 \times 10^{20} kg &= 1,2 \times 10^{20} kg \\ &= 120\,000\,000 Gt \end{aligned}$$