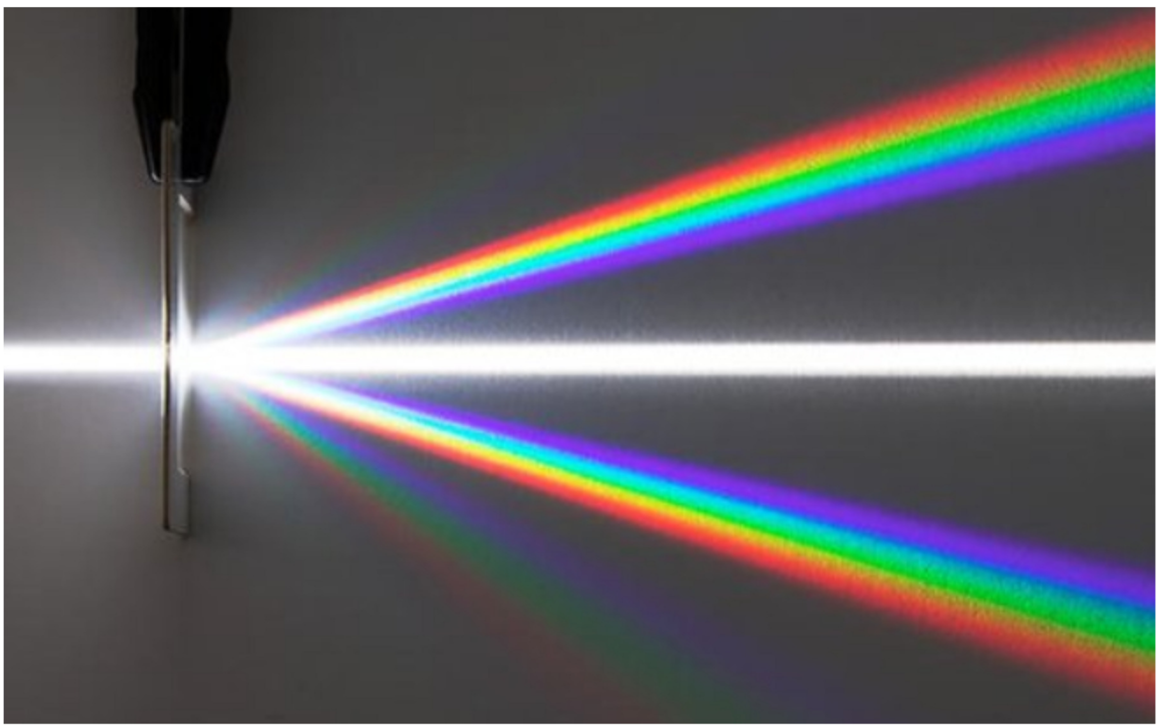
6 LA SUPERPOSITION D'ONDES EN 2 OU 3 DIMENSIONS

Voici le spectre obtenu sur un écran en faisant passer de la lumière dans un réseau ayant 100 fentes/mm. On remarque dans le spectre d'ordre 1 qu'il manque une couleur à 4,12 cm du maximum central, ce qui signifie que cette couleur est absente de la lumière émise par la source. Quelle est la longueur d'onde de la lumière manquante sachant que la distance entre le réseau et l'écran est de 70 cm ?



fineartamerica.com/featured/light-dispersed-by-diffraction-grating-giphotostock.html?product=greeting-card

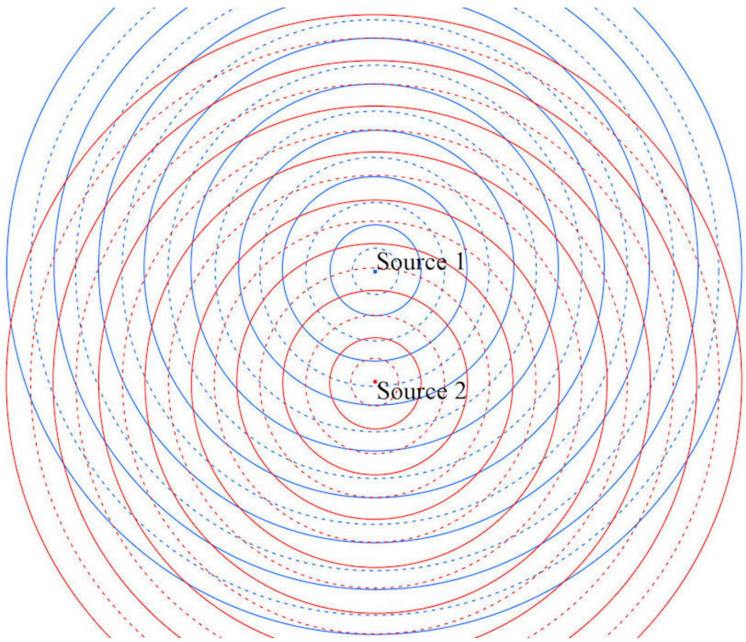
Découvrez comment résoudre ce problème dans ce chapitre.

6.1 SUPERPOSITION DES DEUX ONDES

On va maintenant examiner la superposition d'ondes en 2 ou 3 dimensions.

Le résultat de la superposition varie selon les endroits

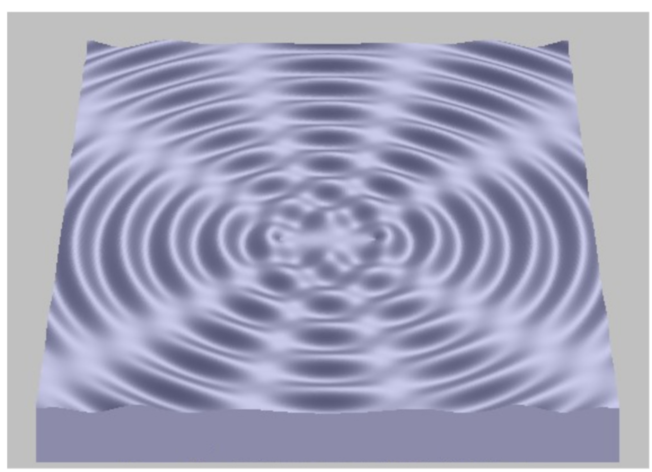
Voici les ondes émises par deux sources. Ici, les lignes pleines représentent les maximums de l'onde (crêtes) et les lignes pointillées représentent les minimums de l'onde (creux).



Le résultat de cette superposition peut ressembler à ceci (figure de droite).

Il y a des endroits où l'onde résultante a une grande amplitude. À ces endroits, il y a de l'interférence constructive.

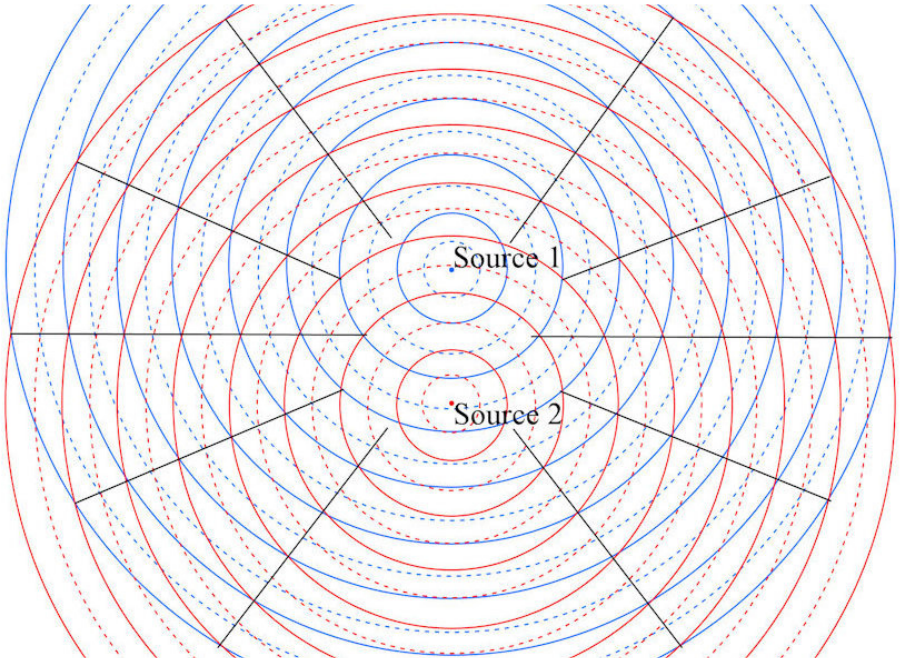
Il y a d'autres endroits où l'onde résultante a une amplitude pratiquement nulle. À ces endroits, il y a de l'interférence destructive.



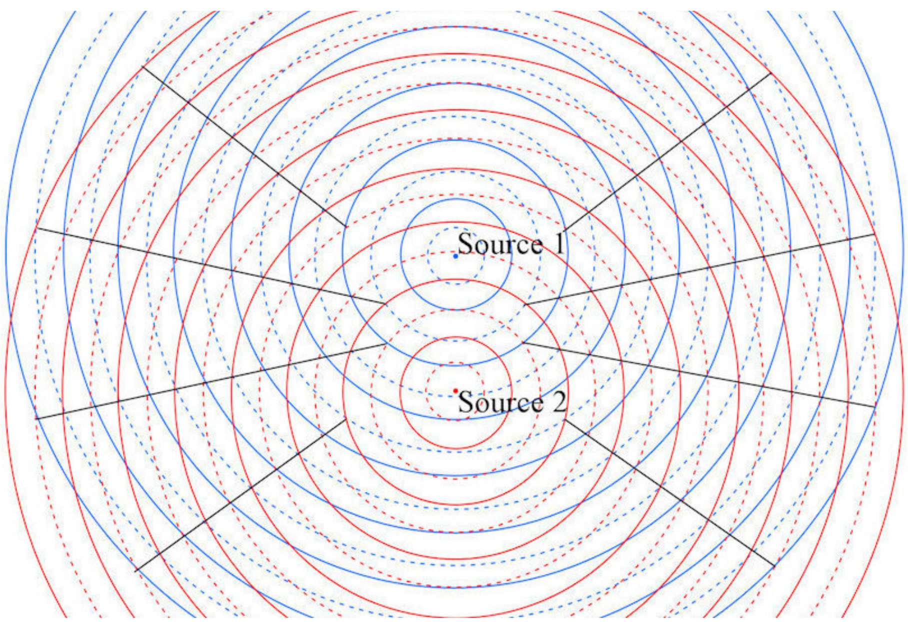
www.ottisoft.com/rippletank.htm

On peut aussi le voir dans ce clip : http://www.youtube.com/watch?v=5PmnaPvAvQY

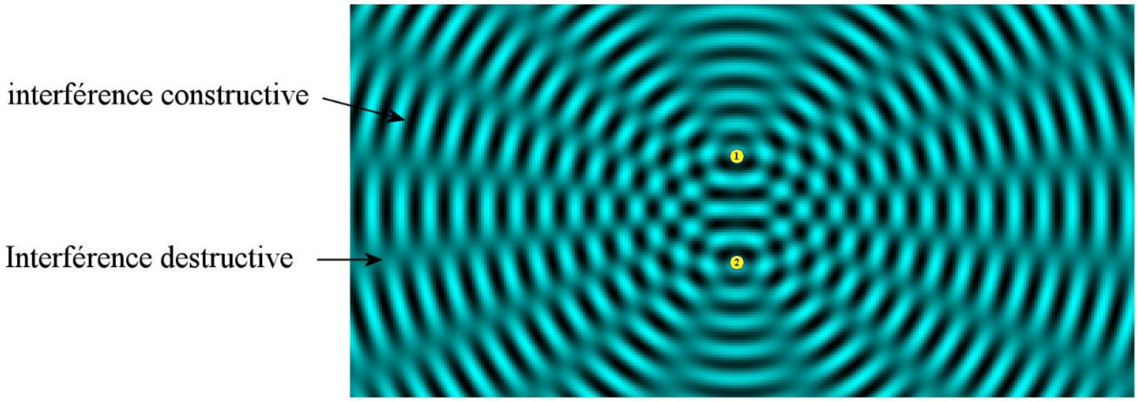
Aux endroits où il y a de l'interférence constructive, les maximums des deux ondes (cercles avec des lignes pleines) se superposent pour donner une onde de grande amplitude. C'est ce qui se produit le long des lignes. C'est le long de ces lignes que les cercles pleins représentant les maximums des ondes se croisent.



Aux endroits où il y a de l'interférence destructive, les maximums d'une des ondes (cercles avec des lignes pleines) se superposent au minimum de l'autre onde (cercles en pointillé) pour donner une onde d'amplitude nulle. Tout le long des lignes, on a de l'interférence destructive.



Le résultat de l'addition des 2 ondes varie donc d'un endroit à l'autre. À certains endroits, on a de l'interférence constructive et à certains autres endroits, on a de l'interférence destructive.



Voici une animation de superposition d'ondes avec les fronts d'onde :
http://www.youtube.com/watch?v=PCYv0_qPk-4

Déphasage pour deux sources l'une à côté de l'autre

Le déphasage total entre les deux ondes est toujours donné par

$$\Delta\phi = \Delta\phi_T + \Delta\phi_S + \Delta\phi_R$$

S'il n'y a que deux sources une à côté de l'autre, il n'y a pas de réflexion. En utilisant la formule de déphasage dû à la différence de temps, on a

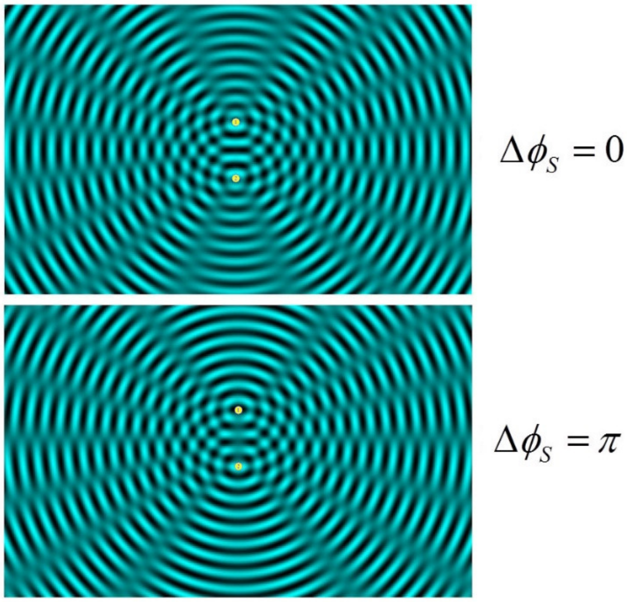
$$\Delta\phi = -\frac{\Delta t}{T} 2\pi + \Delta\phi_S$$

Si la vitesse des ondes est la même, ce déphasage est

$$\Delta\phi = -\frac{\Delta r}{\lambda} 2\pi + \Delta\phi_S$$

Cette formule signifie que si les deux sources ne sont pas à la même distance de l'observateur, il y aura un déphasage entre les ondes reçues dû à la différence de distance, ce qui influence l'amplitude de l'onde résultante. Dès que l'observateur change de position, la différence de marche des ondes peut changer et l'amplitude de l'onde résultante peut changer. L'amplitude de l'onde résultante peut donc changer d'une place à l'autre. C'est pourquoi on peut avoir de l'interférence constructive à certains endroits et de l'interférence destructive à certains autres.

Notez que si on changeait soudainement $\Delta\phi_S$, le résultat de l'interférence changerait partout. Par exemple, si on passait d'un déphasage de 0 à un déphasage de π entre les sources, les endroits où il y avait de l'interférence constructive (où le déphasage était un nombre pair de π) deviendraient les endroits où il y a de l'interférence destructive (où le déphasage est un nombre impair de π) puisqu'on ajouterait π partout au déphasage total.



Le vidéo (pas très récent et en anglais) résume bien les effets des changements de $\Delta\phi_T$ et $\Delta\phi_S$.
http://www.youtube.com/watch?v=J_xd9hUZ2AY

(Notez que la formule

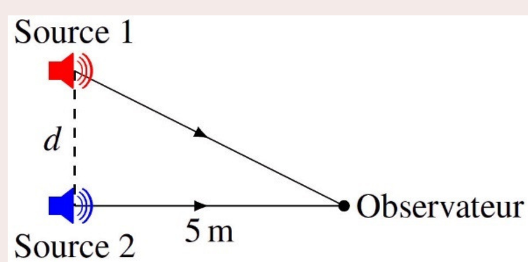
$$\Delta\phi = -\frac{\Delta r}{\lambda}2\pi + \Delta\phi_S$$

est valide uniquement si la vitesse des deux ondes est la même. La vitesse pourrait être différente ici. Par exemple, avec des sources d'onde sonore, la vitesse pourrait être différente si l'air était plus chaud sur le chemin de l'onde provenant de la source 1. Dans le cas de source lumineuse, on pourrait mettre une substance transparente, un bloc de verre par exemple, sur le chemin d'une onde lumineuse pour la ralentir. On n'explorera pas ces situations ici, mais si vous tombez un jour sur ces situations, vous devez calculer le déphasage avec

$$\Delta\phi = -\frac{\Delta t}{T}2\pi + \Delta\phi_S$$

et calculer le temps d'arrivée de chaque onde.)

Exemple 6.1.1



Deux sources sonores déphasées de 1/8 de cycle (la source 1 devance la source 2) émettent des ondes d'une fréquence de 1360 Hz. Quelle doit être la valeur minimum de d pour qu'il y ait de l'interférence constructive à l'endroit où est l'observateur ? (La vitesse du son est de 340 m/s.)

Si on a de l'interférence constructive, alors le déphasage total doit être

$$\Delta\phi = 2m\pi$$

Ce déphasage peut venir de trois éléments : la différence de temps d'arrivée, le déphasage des sources et le déphasage dû aux réflexions. De toute évidence, le déphasage dû aux réflexions est nul puisqu'il n'y a pas de réflexion ici.

$$\Delta\phi = \Delta\phi_T + \Delta\phi_S + \cancel{\Delta\phi_R}$$

Le déphasage $\Delta\phi_T$ est

$$\begin{aligned}
\Delta\phi_T &= -\frac{\Delta r}{\lambda}2\pi \\
&= -\frac{r_2 - r_1}{\lambda}2\pi \\
&= -\frac{5m - hypoténuse}{\lambda}\cdot 2\pi \\
&= \frac{hypoténuse - 5m}{\lambda}\cdot 2\pi \\
&= \frac{\sqrt{(5m)^2 + d^2} - 5m}{\lambda}\cdot 2\pi
\end{aligned}$$

La longueur d'onde du son est

$$\begin{aligned}
\lambda &= \frac{v}{f} \\
&= \frac{340\frac{m}{s}}{1360Hz} \\
&= 0,25m
\end{aligned}$$

Ce qui nous donne un déphasage $\Delta\phi_T$ de

$$\Delta\phi_T = \frac{\sqrt{(5m)^2 + d^2} - 5m}{0,25m}\cdot 2\pi$$

Pour le $\Delta\phi_S$, on va supposer que la source 1 a une constante de phase nulle. Puisque la source 2 est en retard sur la source 1, la constante de phase de la source 2 sera négative. L'écart entre les deux sources étant de 1/8 de cycle, la constante de phase de la source 2 est

$$\phi_{\text{source 2}} = -\frac{\pi}{4}$$

Le déphasage des sources $\Delta\phi_S$ est donc

$$\begin{aligned}\Delta\phi_S &= \phi_{\text{source 2}} - \phi_{\text{source 1}} \\ &= -\frac{\pi}{4} rad - 0 rad \\ &= -\frac{\pi}{4} rad\end{aligned}$$

Le déphasage total est donc de

$$\begin{aligned}\Delta\phi &= \Delta\phi_T + \Delta\phi_S \\ &= \frac{\sqrt{(5m)^2 + d^2} - 5m}{0,25m} \cdot 2\pi + -\frac{\pi}{4}\end{aligned}$$

Avec la condition pour l'interférence constructive, on doit avoir

$$2m\pi = \frac{\sqrt{(5\text{m})^2 + d^2} - 5\text{m}}{0,25\text{m}} \cdot 2\pi + -\frac{\pi}{4}$$

$$m = \frac{\sqrt{(5\text{m})^2 + d^2} - 5\text{m}}{0,25\text{m}} - \frac{1}{8}$$

(Attention de ne pas confondre les *m* de mètre et le *m* qui est un entier. Dans ces trois dernières lignes, l'entier *m* est en italique, mais pas les mètres.)

Cette équation nous indique que *m* doit être nul ou positif. Comme le premier terme est nécessairement positif (l'hypoténuse est surement plus grande que l'autre côté du triangle), on ne pourra pas avoir *m* = -1 en soustrayant 1/8 à un nombre positif. Si on isole *d*, on arrive à

$$d = \sqrt{\left(\left(m + \tfrac{1}{8}\right) \cdot (0,25\text{m}) + 5\text{m}\right)^2 - (5\text{m})^2}$$

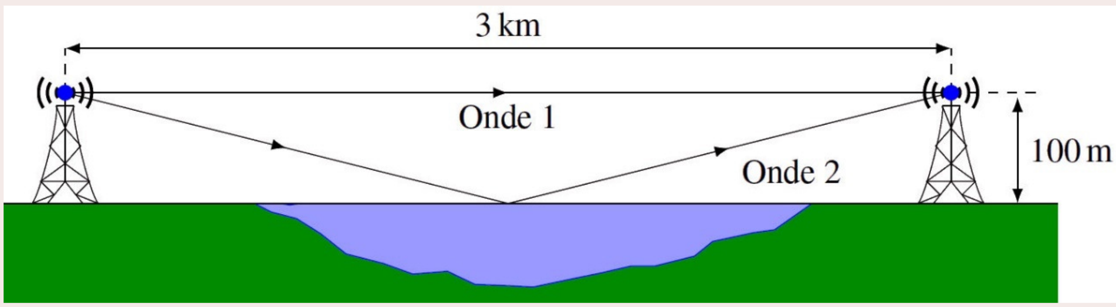
On trouve la valeur minimum de *d* en trouvant la valeur de *d* avec différentes valeurs de *m*.

m = 0 donne *d* = 0,56 m
m = 1 donne *d* = 1,70 m
Les *m* plus grands donnent un *d* encore plus grand.

La réponse est donc *d* = 0,56 m.

Exemple 6.1.2

Une antenne de 100 m de haut envoie des ondes radio ayant une longueur d'onde de 1 m vers une antenne réceptrice aussi à 100 m de haut et distante de 3 km. Toutefois, il y a des ondes qui se réfléchissent sur un lac situé à mi-chemin entre les tours. L'antenne réceptrice capte donc les ondes directes et les ondes réfléchies qui interfèrent. Quelle est l'amplitude de l'onde reçue par rapport à celle qu'on recevrait s'il n'y avait pas de réflexion si on suppose que l'amplitude de l'onde réfléchie est égale à la moitié de celle de l'onde qui arrive directement ?



On va trouver l'amplitude de l'onde résultante avec la formule

$$A_{tot} = \sqrt{A_1^2 + 2A_1A_2\cos(\Delta\phi) + A_2^2}$$

Il faut donc trouver le déphasage entre les deux ondes reçues par le récepteur. Le déphasage total est

$$\Delta\phi = \Delta\phi_T + \Delta\phi_S + \Delta\phi_R$$

On peut éliminer ici le déphasage des sources, car c'est la même source qui fait les deux ondes. Le déphasage dû à la différence de temps d'arrivée est

$$\begin{aligned}
\Delta\phi_T &= -\frac{\Delta r}{\lambda} 2\pi \\
&= -\frac{r_2 - r_1}{\lambda} 2\pi \\
&= -\frac{2 \cdot \sqrt{(1500m)^2 + (100m)^2} - 3000m}{1m} \cdot 2\pi \\
&= -\frac{6,659m}{1m} \cdot 2\pi \\
&= -41,84rad
\end{aligned}$$

Pour le déphasage dû aux réflexions, on remarque que l'onde radio se reflète sur un milieu d'indice de réfraction plus élevé que celui du milieu où l'onde se propage. L'onde est donc inversée et subit un changement de phase de π. Ainsi $\phi_{R2} = \pi$. L'autre onde (l'onde qui va directement de la source au récepteur) n'est pas réfléchie et ne subit pas de tel changement de phase. Ainsi $\phi_{R1} = 0$. Le déphasage est donc

$$\begin{aligned}\Delta\phi_R &= \phi_{R2} - \phi_{R1} \\ &= \pi - 0 \\ &= \pi\end{aligned}$$

Le déphasage total est donc de

$$\begin{aligned}\Delta\phi &= \Delta\phi_T + \Delta\phi_S + \Delta\phi_R \\ &= -41,84rad + 0 + \pi rad \\ &= -38,70rad\end{aligned}$$

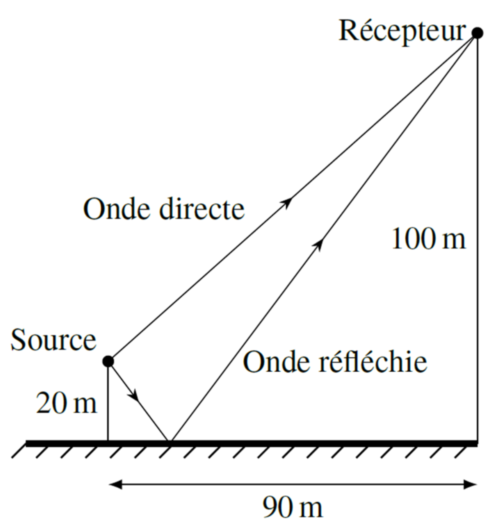
Puisque $A_2 = A_1/2$, l'amplitude est

$$\begin{aligned}A_{tot} &= \sqrt{A_1^2 + 2A_1A_2\cos(\Delta\phi) + A_2^2} \\ &= \sqrt{A_1^2 + 2A_1\tfrac{A_1}{2}\cos(-38,70rad) + \tfrac{A_1^2}{4}} \\ &= \sqrt{A_1^2 + A_1^2\cos(-38,70rad) + \tfrac{A_1^2}{4}} \\ &= \sqrt{A_1^2\left(1 + \cos(-38,70rad) + \tfrac{1}{4}\right)} \\ &= A_1\sqrt{\left(1 + \cos(-38,70rad) + \tfrac{1}{4}\right)} \\ &= A_1 \cdot 1,338\end{aligned}$$

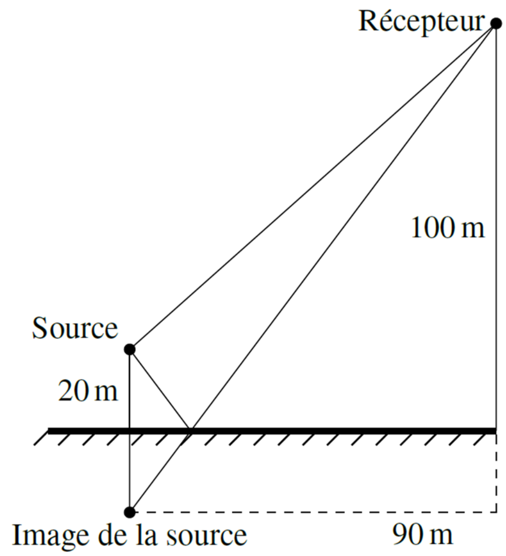
S'il n'y avait pas de réflexion, on recevrait seulement l'onde 1 et l'amplitude serait simplement A_1. Avec la réflexion, l'amplitude est donc 1,338 fois plus grande.

Ici, c'était assez facile de connaitre la longueur du trajet de l'onde 2, car on savait que la réflexion se ferait en plein milieu puisque les deux tours avaient la même hauteur. Ç'aurait été plus difficile si les tours n'avaient pas eu la même hauteur.

On peut cependant facilement calculer la longueur du trajet dans des situations plus complexes. Prenons le cas d'une source à 20 mètres d'un mur et un récepteur à 100 mètres d'un mur, telle qu'illustrée sur la figure de droite.



Pour trouver facilement la longueur du trajet de l'onde réfléchie, il faut remarquer que cette longueur est la même que la longueur du trajet qu'on aurait si l'onde provenait de l'image de la source. Ainsi, avec l'image, on n'a qu'une seule hypoténuse à calculer pour trouver la longueur du trajet.



Dans ce cas, la longueur du trajet est donc

$$r = \sqrt{(90m)^2 + (120m)^2} = 150m$$

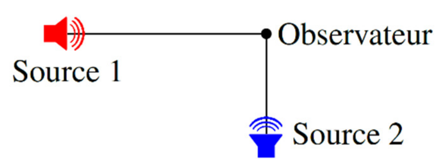
Direction de l'oscillation

Notez qu'il y a une petite subtilité quand on est en 2 ou 3 dimensions. Pour que les oscillations s'additionnent ou s'annulent selon les formules que l'on a données, il faut que les oscillations faites par chacune des ondes se fassent dans la même direction.

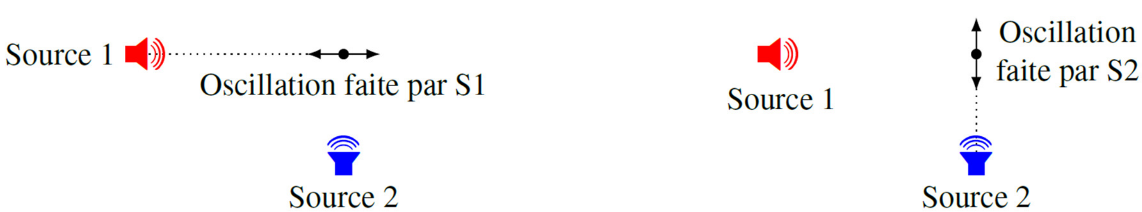
Onde longitudinale

Avec une onde longitudinale (comme le son), l'oscillation du milieu se fait dans la même direction que la direction de propagation de l'onde.

Pour illustrer ce que cela implique, imaginons deux sources d'ondes sonores dans la situation montrée sur la figure de droite.



L'image suivante montre la direction de l'oscillation des molécules d'air faite par les ondes sonores émises par chacun des haut-parleurs.

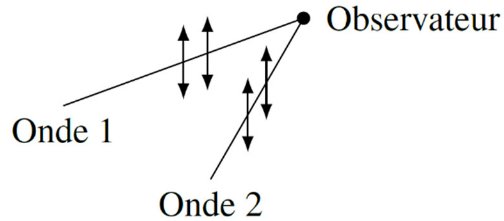


De toute évidence, le mouvement d'oscillation n'est pas dans la même direction pour les deux ondes. Quand les oscillations ne sont pas dans la même direction, il faut les additionner vectoriellement et le résultat est différent de ce qu'on a obtenu au chapitre précédent. Par exemple, dans la situation montrée sur la figure, on ne pourrait pas obtenir une amplitude nulle même si les deux ondes avaient la même amplitude et étaient déphasées de π. Pour illustrer la complexité de cette situation, sachez que les molécules feraient un mouvement circulaire si les deux ondes avaient la même amplitude et était déphasées de π/2 !

Toutefois, les résultats obtenus pour les conditions d'interférence constructive (plus grande amplitude) et destructive (plus petite amplitude) restent valides pourvu que l'angle entre les deux sources mesuré à partir de la position où est l'observateur ne soit pas trop grand (disons 45° en gros). Quant à la formule de l'amplitude de l'onde résultante, elle donne une approximation de l'amplitude si l'angle entre les deux sources est petit.

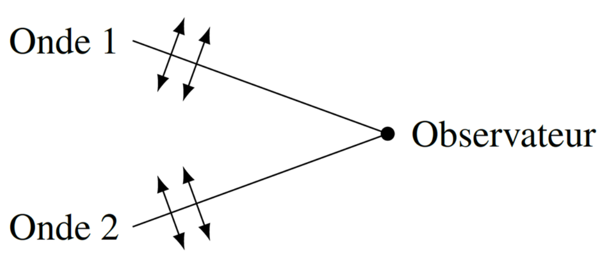
Ondes transversales

On n'a pas ce problème avec des ondes transversales (comme la lumière) si elles sont polarisées dans une certaine direction. Peu importe leurs positions, deux sources peuvent générer des oscillations dans la même direction. Pour que les formules soient bonnes, il faut que les 2 ondes aient une polarisation dans une direction perpendiculaire au plan formé par l'observateur et les deux sources, comme sur cette figure.



Dans ce cas, nos formules pour les conditions d'interférence constructive et destructive et les formules pour l'amplitude résultante de l'onde restent bonnes. Ainsi, pour que le résultat de l'exemple 6.1.2 (celui où les ondes radio se reflètent sur le lac) soit valable, il aurait fallu spécifier que les ondes étaient polarisées horizontalement pour que les deux oscillations soient dans la même direction en arrivant à l'observateur.

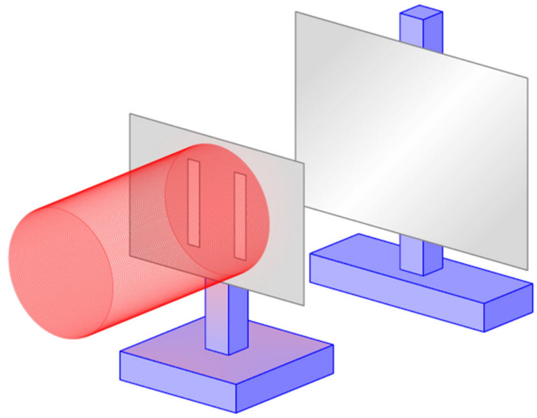
Si les ondes n'ont pas cette polarisation, les oscillations ne seront pas dans la même direction en arrivant à l'observateur.



Dans ce cas, on revient à ce qu'on avait dit pour les ondes longitudinales : si l'angle entre les deux sources n'est pas trop grand, les résultats obtenus pour les conditions d'interférence constructive et destructive restent valides et la formule de l'amplitude de l'onde résultante devient une approximation.

6.2 L'EXPÉRIENCE DE YOUNG

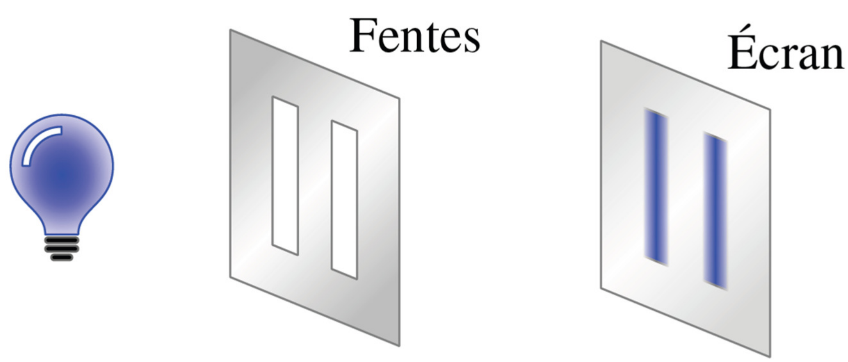
Qu'est-ce que l'expérience de Young ?



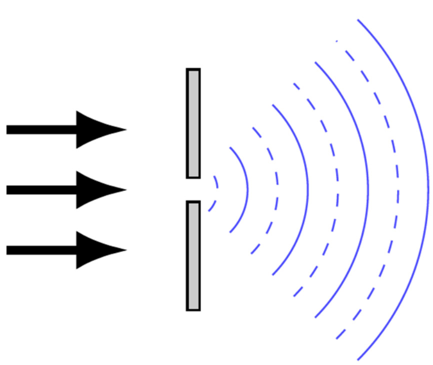
En 1803, Thomas Young fait passer de la lumière dans deux fentes très minces et observe le résultat sur un écran. (La largeur des fentes et la distance entre les fentes sont beaucoup plus petites que ce qu'on voit sur la figure. Typiquement, on parle d'une distance entre les fentes aux environs de 0,1 mm.)

Cette expérience fut d'une importance capitale, car elle fut la première expérience qui permit de déterminer la nature de la lumière. Rappelez-vous qu'à cette époque, on ne savait pas encore si la lumière était une onde ou une particule.

Selon la théorie corpusculaire, on devrait simplement voir deux zones lumineuses sur l'écran qui correspond à la lumière qui est passée dans chaque fente.

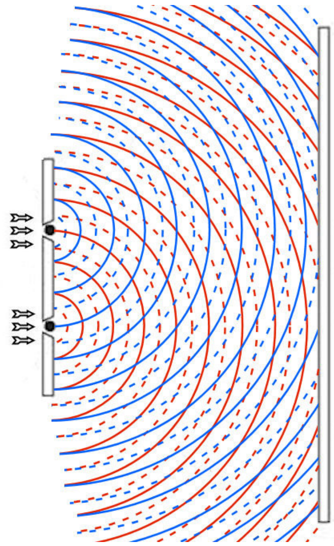


Selon la théorie ondulatoire, la situation est plus complexe.



Quand de la lumière provenant d'une source passe à travers une fente très mince, l'onde lumineuse s'étale. (Au chapitre suivant, on étudiera cet étalement de l'onde quand elle passe dans une petite ouverture.)

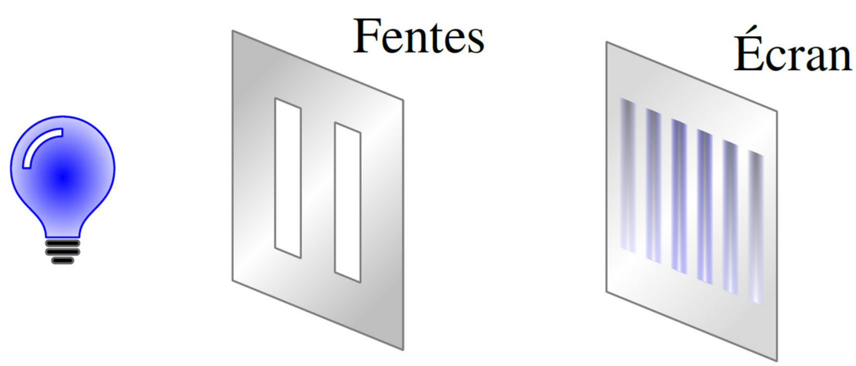
Si la lumière passe à travers deux fentes minces, on a alors la superposition des ondes provenant de chacune des fentes. On obtient alors la situation montrée sur la figure de droite.



On remarque alors que l'onde résultante qui arrive sur l'écran (qui est à droite sur la figure) a parfois une amplitude très importante. Cela se produit quand les maximums (cercles pleins) se croisent et qu'il y a alors de l'interférence constructive. L'onde résultante a parfois une amplitude nulle. Cela se produit quand les maximums d'une onde (cercles pleins) croisent les minimums de l'autre onde (cercles en pointillés) et qu'il y a alors de l'interférence destructive.

Quand l'amplitude est grande, l'intensité de la lumière est grande. On appelle cette région une *frange brillante*. Quand l'amplitude est nulle, l'intensité de la lumière est nulle. On appelle cette région une *frange sombre.*

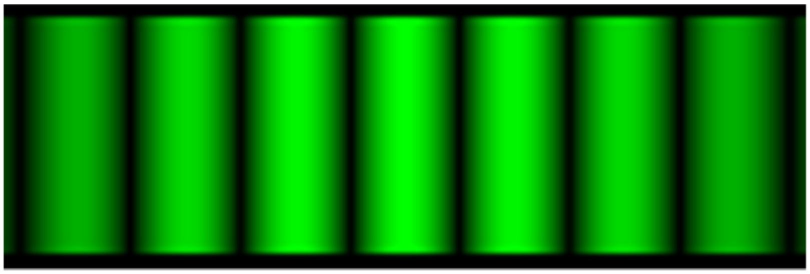
Ainsi, si la théorie ondulatoire est vraie, on devrait donc observer une alternance de franges brillantes et de franges sombres.



On reprend cette explication dans ce vidéo.
http://www.youtube.com/watch?v=dNx70orCPnA
Ce vidéo montre la différence entre les théories ondulatoire et corpusculaire.
http://www.youtube.com/watch?v=JMrvp9vzPys

On devrait donc voir uniquement deux zones lumineuses sur l'écran selon la théorie corpusculaire et on devrait voir une alternance de zones lumineuses et de zones sombres selon la théorie ondulatoire. Laquelle de ces théories est correcte ?

Voici ce qu'on obtient quand on fait cette expérience.



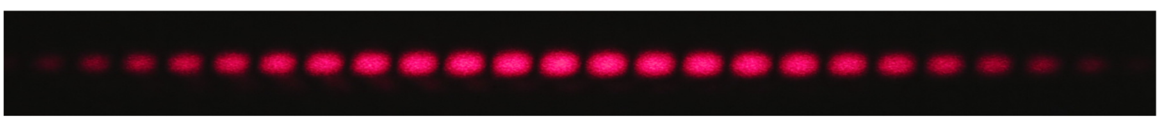
www.itp.uni-hannover.de/~zawischa/ITP/multibeam.html

On observe bel et bien l'alternance des maximums et des minimums prévue par la théorie ondulatoire. Ce qu'on voit sur l'écran s'appelle une *figure d'interférence*. En 1803, cette expérience était la première véritable preuve de la nature ondulatoire de la lumière.

(Cependant, certains partisans de la théorie corpusculaire sauvèrent la théorie corpusculaire avec quelques complications. En donnant une forme allongée et une rotation sur elles-mêmes aux particules de lumière, on parvenait à fournir une explication de l'apparition des franges brillantes et sombres de l'expérience de Young.)

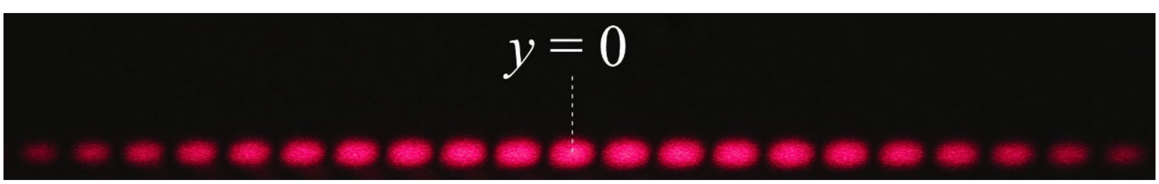
Calcul de la position des franges brillantes et sombres

Bien souvent, on fait l'expérience de Young en utilisant un laser. Comme le faisceau du laser est très concentré, le laser n'éclaire pas toute la hauteur des fentes. Ainsi, la figure d'interférence obtenue sur un écran n'est pas très étendue verticalement et ressemble davantage à ceci.

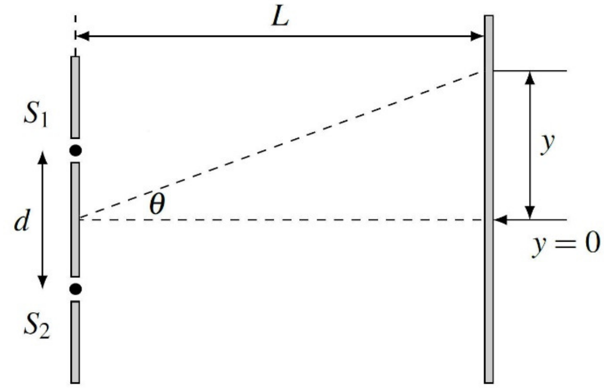


On veut maintenant connaitre la position des endroits où il y a beaucoup de lumière (interférence constructive) et des endroits où il y a peu de lumière (interférence destructive).

La position d'un point sur l'écran est notée par y (même si cette position n'est pas nécessairement verticale). Le $y = 0$ est exactement vis-à-vis le centre des fentes ce qui fait que, sur l'écran, le $y = 0$ est au centre de la figure d'interférence.



Lien entre la position et l'angle



On pourra aussi noter la position par l'angle θ, l'angle illustré sur la figure.

Selon ce qu'on peut voir sur la figure, le lien entre y et θ est

Position à partir de l'angle pour l'expérience de Young

$$\tan\theta = \frac{y}{L}$$

Le déphasage $\Delta\phi$

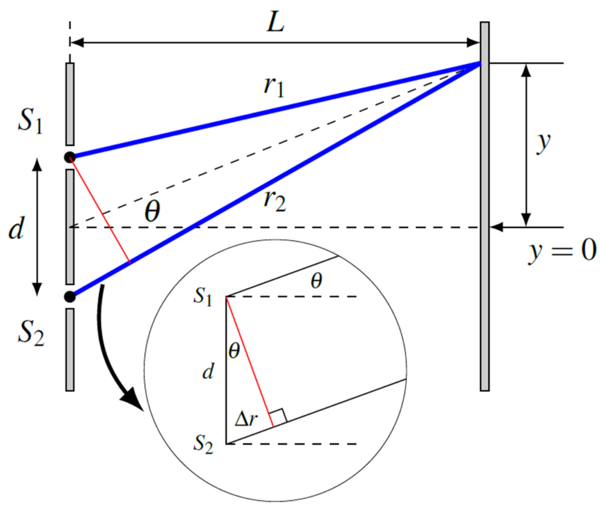
Si on veut connaitre le résultat de l'interférence des ondes à un endroit sur l'écran, on doit connaitre le déphasage entre les ondes quand elles arrivent à cet endroit. Le déphasage est

$$\Delta\phi = \Delta\phi_T + \Delta\phi_S + \Delta\phi_R$$

Ici, $\Delta\phi_S$ est nul, car c'est la même onde lumineuse qui fait les deux sources en passant par les fentes. $\Delta\phi_R$ est également nul puisqu'il n'y a aucune réflexion dans cette expérience. Le déphasage entre les ondes est donc

$$\begin{aligned}\Delta\phi &= \Delta\phi_T \\ &= -\frac{\Delta r}{\lambda}2\pi\end{aligned}$$

Pour trouver la différence de distance, nous allons faire une approximation : on va supposer que la distance de l'écran (L) est beaucoup plus grande que la distance entre les fentes (d).



On peut voir dans ce cas qu'à partir de la ligne rouge, les deux ondes ont la même distance à parcourir pour se rendre au point sur l'écran. La différence de longueur du trajet est donc simplement la petite portion indiquée Δr sur la figure. Or, si l'écran est très loin, les lignes r_1 et r_2 sont pratiquement parallèles et la ligne rouge est presque perpendiculaire à r_1 et

r_2 et on a un triangle rectangle (triangle avec un côté *d,* un côté Δr et l'angle θ). Avec ce triangle rectangle, on a

Différence de marche dans l'expérience de Young

$$\Delta r = d\sin\theta$$

Le déphasage est donc

$$\begin{aligned}\Delta\phi &= -\frac{\Delta r}{\lambda}2\pi \\ &= -\frac{d\sin\theta}{\lambda}2\pi\end{aligned}$$

Comme on peut toujours changer le signe du déphasage, on va laisser tomber le signe négatif pour arriver à

Déphasage entre les deux ondes dans l'expérience de Young

$$\Delta\phi = \frac{d\sin\theta}{\lambda}2\pi$$

Maximums sur l'écran

Si on veut de l'interférence constructive, ce déphasage doit être égal à $2m\pi$. On a donc

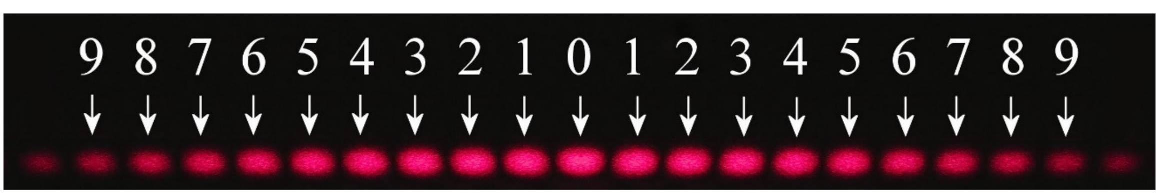
$$2m\pi = \frac{d\sin\theta}{\lambda}2\pi$$

En simplifiant, on arrive à

Angles des franges brillantes dans l'expérience de Young

$$d\sin\theta = m\lambda$$

m est un entier appelé *l'ordre du maximum*. Ici, les m sont des entiers positifs. Voici à quoi correspondent ces valeurs de m sur la figure d'interférence.

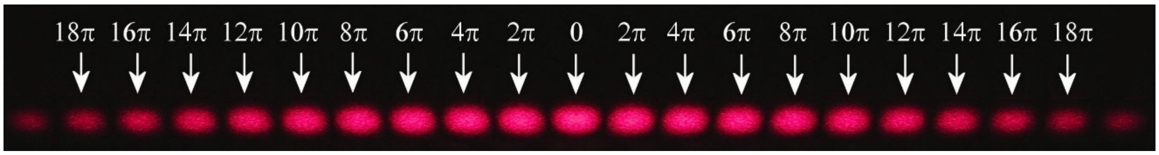


(Ici, on arrête à 9, mais il peut y en avoir beaucoup plus…)

Puisque $d\sin\theta = m\lambda$, le déphasage entre les deux ondes à ces maximums est

$$\begin{aligned}\Delta\phi &= \frac{d\sin\theta}{\lambda}2\pi \\ &= \frac{m\lambda}{\lambda}2\pi \\ &= m2\pi\end{aligned}$$

La figure suivante montre les déphasages entre les ondes pour chaque maximum.

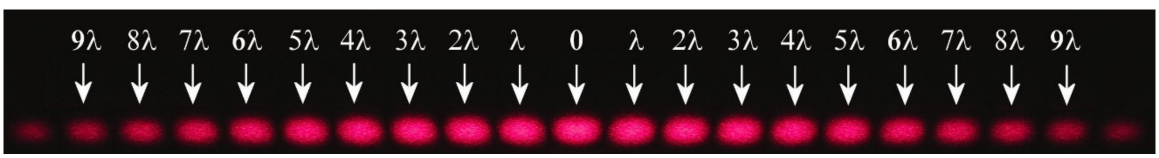


Ces résultats sont évidemment conformes au fait que les maximums correspondent à de l'interférence constructive et donc à un déphasage égal à un nombre pair de π.

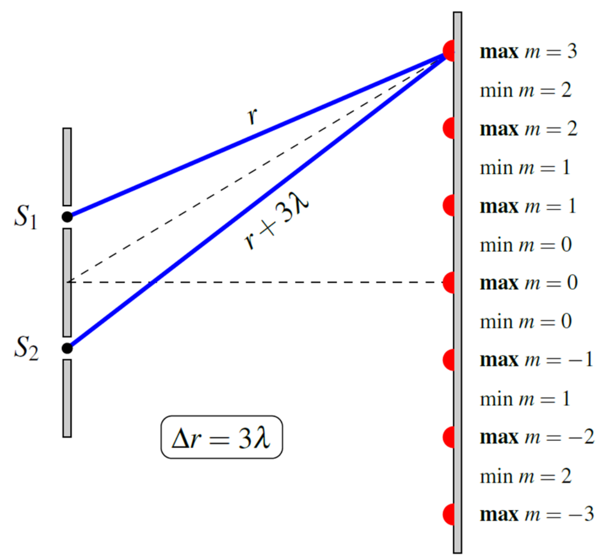
Puisque $\Delta r = d\sin\theta$ et que $d\sin\theta = m\lambda$, la différence de marche entre les deux ondes à ces maximums est

$$\Delta r = m\lambda$$

La figure suivante montre les différences de marche entre les ondes pour chaque maximum.



Clarifions un peu ce concept en prenant l'exemple du maximum d'ordre 3. Pour ce maximum, la différence de marche est de 3λ. Cela signifie que la longueur du trajet fait par une des ondes pour se rendre à l'écran est plus long d'une longueur égale à 3λ par rapport à la longueur du trajet de l'autre onde.



Minimums sur l'écran

Si on veut de l'interférence destructive, le déphasage doit être égal à $(2m+1)\pi$. On a donc

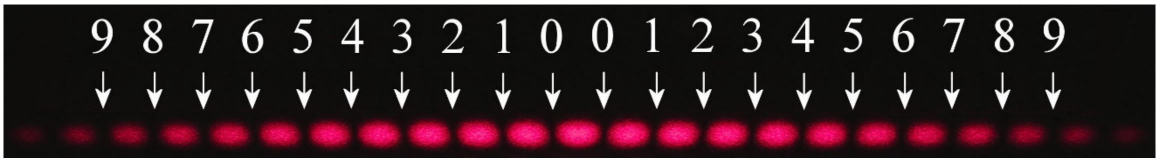
$$(2m+1)\pi = \frac{d\sin\theta}{\lambda}2\pi$$

Ce qui donne

Angles des franges sombres dans l'expérience de Young

$$d\sin\theta = \left(m+\tfrac{1}{2}\right)\lambda$$

m est *l'ordre du minimum* et c'est encore un entier positif. Voici à quoi correspondent ces valeurs de *m* sur la figure d'interférence.



(Encore ici, on arrête à 9, mais il peut y en avoir beaucoup plus…)

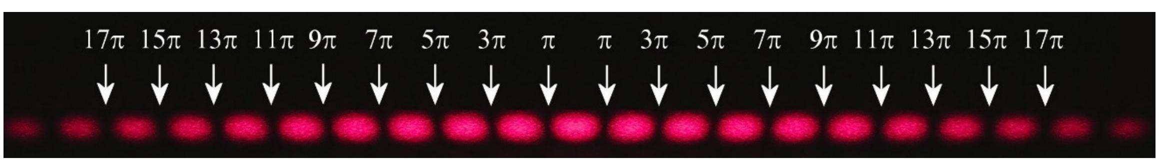
Erreur fréquente : prendre *m* = 1 pour le premier minimum

Toutes les valeurs de *m* entières positives sont bonnes dans cette formule. Celle qui donne le plus petit angle pour un minimum est *m* = 0 (0 est un entier positif). On doit donc prendre *m* = 0 pour trouver la position de premier minimum.

Puisque $d\sin\theta = \left(m+\tfrac{1}{2}\right)\lambda$, le déphasage entre les deux ondes à ces minimums est

$$\begin{aligned}\Delta\phi &= \frac{d\sin\theta}{\lambda}2\pi \\ &= \frac{\left(m+\tfrac{1}{2}\right)\lambda}{\lambda}2\pi \\ &= \left(2m+1\right)\pi\end{aligned}$$

La figure suivante montre les déphasages entre les ondes pour chaque minimum

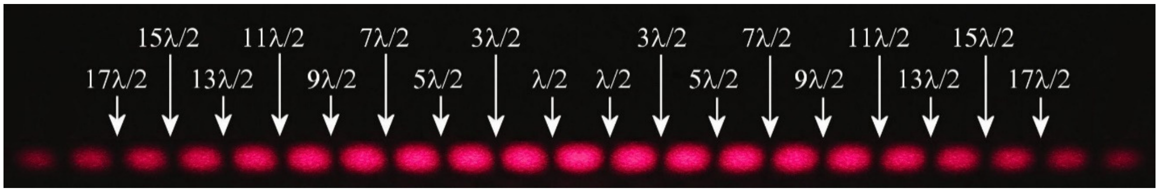


Ces résultats sont évidemment conformes au fait que les minimums correspondent à de l'interférence destructive et donc à un déphasage égal à un nombre impair de π.

Puisque $\Delta r = d\sin\theta$ et $d\sin\theta = \left(m+\tfrac{1}{2}\right)\lambda$, la différence de marche entre les deux ondes à ces minimums est

$$\Delta r = \left(m+\tfrac{1}{2}\right)\lambda$$

La figure suivante montre les différences de marche entre les ondes pour chaque minimum.



Approximation du calcul de la position des maximums et des minimums si θ est petit

Si l'angle est petit (ce qui n'est pas toujours le cas), alors sin $\theta \approx \theta$ et tan $\theta \approx \theta$ et on peut trouver la position de maximums avec les approximations suivantes.

$$d\theta = m\lambda \qquad \text{et} \qquad \theta = \frac{y}{L}$$

En combinant ces équations, on obtient

$$y = \frac{m\lambda L}{d}$$ (Position des franges brillantes si θ est petit.)

On peut faire de même pour les franges sombres pour obtenir

$$y = \frac{\left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda L}{d}$$ (Position des franges sombres si θ est petit.)

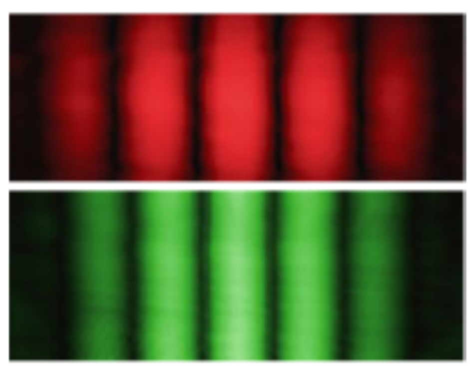
On peut souvent utiliser ces approximations avec l'expérience de Young, mais il faudrait faire attention parce que la distance entre les fentes peut être assez petite pour que l'angle soit grand. L'ennui, c'est que si on prend l'approximation, on ne calcule jamais l'angle et on ne sait donc pas s'il est petit…

Changement à la figure d'interférence selon la longueur d'onde

On voit avec la formule permettant de trouver la position des maximums

$$d \sin\theta = m\lambda$$

que cette position dépend de la longueur d'onde. Ainsi, avec une longueur d'onde plus petite, les angles sont plus petits et les maximums sont plus près du maximum central. Sur l'image de gauche, on a fait l'expérience avec de la lumière rouge et de la lumière verte en gardant la même distance entre les


www.sciencephoto.com/media/157198/view

fentes et la même distance de l'écran. On voit que les angles des maximums avec la lumière verte (qui a une longueur d'onde plus petite) sont plus petits. Les maximums sont donc plus rapprochés du maximum central que ceux de la lumière rouge.

Si on fait l'expérience avec de la lumière blanche, chaque couleur fera ses maximums à un angle différent, sauf pour le maximum central qui est à la même position ($\theta = 0$) pour toutes les couleurs. Le maximum d'ordre 1 du mauve sera celui le plus près du maximum central puisque c'est la longueur d'onde visible la plus petite alors que le maximum d'ordre 1 le plus éloigné du maximum central sera celui du rouge puisque c'est cette couleur du visible qui a la plus grande longueur d'onde. On aura alors la figure d'interférence suivante.

www.itp.uni-hannover.de/~zawischa/ITP/multibeam.html

Remarquez comment on passe du mauve au rouge pour les maximums d'ordre 1 qui sont de chaque côté du maximum central. Ça se complique un peu pour les autres maximums parce qu'il y a plusieurs superpositions. Par exemple, le maximum d'ordre 3 de mauve se fait avant le maximum d'ordre 2 du rouge.

Exemple 6.2.1

De la lumière ayant une longueur d'onde de 632 nm passe par 2 fentes distantes de 0,2 mm. On examine la figure d'interférence sur un écran situé à 3 m des fentes.

a) Quelle est la distance entre le maximum central et le maximum d'ordre 1 ?

L'angle du premier maximum est

$$d \sin\theta = m\lambda$$
$$0,2\times10^{-3}m \cdot \sin\theta = 1\cdot 632\times10^{-9}m$$
$$\theta = 0,181°$$

La position du maximum sur l'écran est donc

$$\tan\theta = \frac{y}{L}$$
$$\tan(0,181°) = \frac{y}{3m}$$
$$y = 9,492mm$$

Comme le maximum central est nécessairement à y = 0, la distance entre le maximum central et le premier maximum est donc de 9,492 mm.

b) Quelle est la distance entre le maximum central et le premier minimum ?

L'angle du premier minimum est

$$d\sin\theta = \left(m+\tfrac{1}{2}\right)\lambda$$
$$0,2\times 10^{-3}m\cdot\sin\theta = \left(0+\tfrac{1}{2}\right)\cdot 632\times 10^{-9}m$$
$$\theta = 0,0905°$$

La position du minimum sur l'écran est donc

$$\tan\theta = \frac{y}{L}$$
$$\tan(0,0905°) = \frac{y}{3m}$$
$$y = 4,74mm$$

Comme le maximum central est nécessairement à y = 0, la distance entre le maximum central et le premier minimum est donc de 4,74 mm.

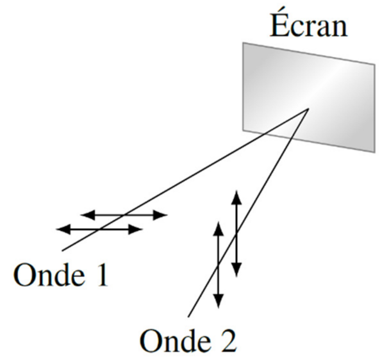
Les conditions nécessaires pour qu'on puisse voir l'interférence avec la lumière.

Pourquoi doit-on utiliser des fentes pour voir une figure d'interférence ? Ne pourrait-on pas prendre simplement deux ampoules et éclairer un mur pour voir l'interférence entre les deux ondes ? Deux éléments vont faire qu'on ne pourra pas voir d'interférence avec deux ampoules.

Premièrement, les deux sources doivent être très près l'une de l'autre pour qu'on puisse voir de l'interférence. On a vu que la position du premier maximum est $d\sin\theta = \lambda$. On remarque que si d augmente, θ diminue, ce qui veut dire que le premier maximum sera plus près du maximum central si la distance entre les sources devient plus grande. Avec deux ampoules, la distance est trop grande et les franges brillantes seront trop près les unes des autres pour qu'on puisse voir l'alternance entre les franges brillantes et sombres. Comme c'est presque impossible d'avoir des ampoules suffisamment près l'une de l'autre, on ne peut pas voir d'interférence. C'est donc pour cela que les fentes sont toujours très près les unes des autres dans l'expérience de Young.

Deuxièmement, les ampoules n'émettent pas une belle onde continue. Elles émettent plusieurs ondes d'une durée d'environ 10^{-8} seconde chacune. Or, la constante de phase de ces ondes n'est jamais la même et cela signifie que le déphasage des sources ($\Delta\phi_s$) change chaque 10^{-8} s environ. Ce changement de déphasage vient changer la position des maximums et des minimums. Comme les maximums changent de place chaque 10^{-8} seconde, il est impossible de les voir. En faisant passer la lumière provenant d'une seule source par deux fentes, on s'assure que le déphasage entre les deux sources est toujours nul puisque les deux ondes proviennent de la même source. En fait, c'est presque impossible de faire de l'interférence avec de la lumière provenant de deux sources lumineuses différentes. Dans pratiquement tous les cas, l'interférence est obtenue en combinant deux faisceaux de lumière provenant de la même source.

Finalement, il faut que les ondes qui interfèrent aient la même polarisation ou ne soient pas polarisées. Deux ondes ayant des polarisations à 90° (figure) ne peuvent pas faire d'interférence du tout. En ayant ainsi des directions d'oscillation différentes, les deux ondes ne peuvent pas s'annuler mutuellement aux endroits où il devrait y avoir de l'interférence destructive. Ainsi, la figure d'interférence disparait complètement. (Ce phénomène fut découvert par Augustin Fresnel et François Arago en 1819.) Cependant, les deux ondes ont très souvent la même polarisation et on a de l'interférence. Si les ondes ne sont pas polarisées, alors les 2 composantes de la polarisation sont présentes en même temps (disons horizontale et verticale). Dans ce cas, les 2 polarisations verticales interfèrent mutuellement et les 2 polarisations horizontales interfèrent mutuellement et on a une figure d'interférence.



L'intensité de la lumière sur l'écran

On a vu que quand deux ondes ayant la même amplitude interfèrent (comme c'est le cas avec l'expérience de Young), l'amplitude résultante est donnée par

$$A_{tot} = \left| 2A\cos\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right) \right|$$

Ici, on a une onde lumineuse. Cela signifie que cette amplitude est en fait l'amplitude du champ électrique. Comme l'amplitude du champ électrique est notée E_0 plutôt que A, on a

$$E_{0tot} = \left| 2E_0\cos\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right) \right|$$

Comme l'intensité de la lumière est donnée par

$$I_{tot} = \frac{cn\varepsilon_0 E_{0tot}^2}{2}$$

l'intensité de la lumière avec l'interférence est

$$I_{tot} = \frac{cn\varepsilon_0}{2}\left(2E_0 \cos\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right)\right)^2$$

On va comparer cette intensité à l'intensité obtenue avec une onde provenant d'une seule source (qu'on va appeler I_1.) L'intensité de cette onde, qui a une amplitude E_0, est

$$I_1 = \frac{cn\varepsilon_0 E_0^2}{2}$$

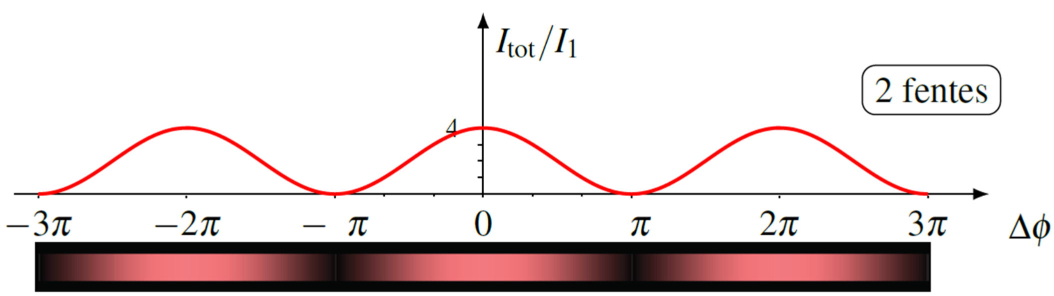
En divisant l'une par l'autre, on obtient

$$\frac{I_{tot}}{I_1} = \left(2\cos\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right)\right)^2$$

On arrive alors à

$$I_{tot} = 4I_1 \cos^2\frac{\Delta\phi}{2}$$

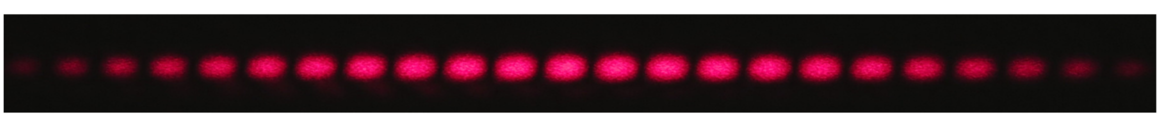
Voici le graphique de l'intensité de la lumière selon cette formule.



Sous le graphique, on voit la figure d'interférence qui correspond à ce graphique d'intensité. Ça ressemble pas mal à ce qu'on peut voir sur l'écran.

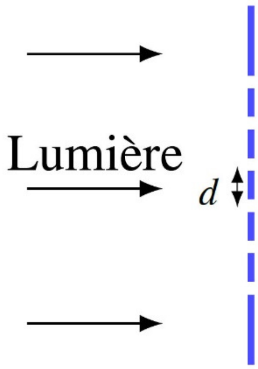
Au maximum, l'intensité est quatre fois plus grande que s'il y avait une seule source (une seule fente dans ce cas). Notez que la moyenne de l'intensité est de $2I_1$, ce qui semble tout à fait normal, car il y a deux sources ayant chacune une intensité I_1.

Toutefois, les maximums devraient tous avoir la même intensité selon cette formule. Mais si on regarde une véritable image de figure d'interférence obtenue par l'expérience de Young, on constate que les maximums n'ont pas tous la même intensité.



Notre formule d'intensité n'est donc pas encore au point. On pourra résoudre ce problème au chapitre suivant.

6.3 L'INTERFÉRENCE AVEC PLUSIEURS FENTES

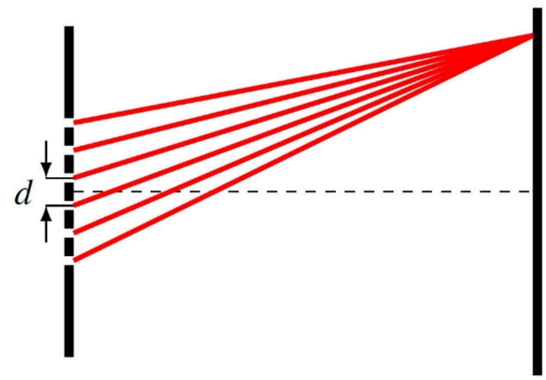


Dans cette section, on va chercher le résultat de la superposition d'ondes provenant de plusieurs fentes régulièrement espacées. Par exemple, sur la figure, on a 6 fentes.

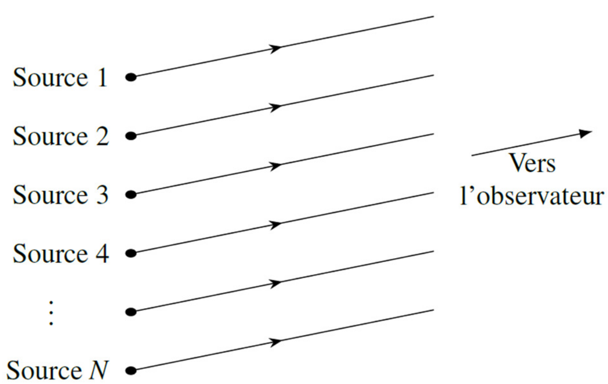
La distance entre chaque fente est d.

En fait, c'est exactement la même chose que quand on avait 2 fentes dans l'expérience de Young, sauf que maintenant il y a plus de fentes.

Encore une fois, on va examiner le résultat sur un écran. Ce qu'on reçoit à un endroit de l'écran est le résultat de l'addition des ondes provenant de chaque fente.



La somme des oscillations reçues



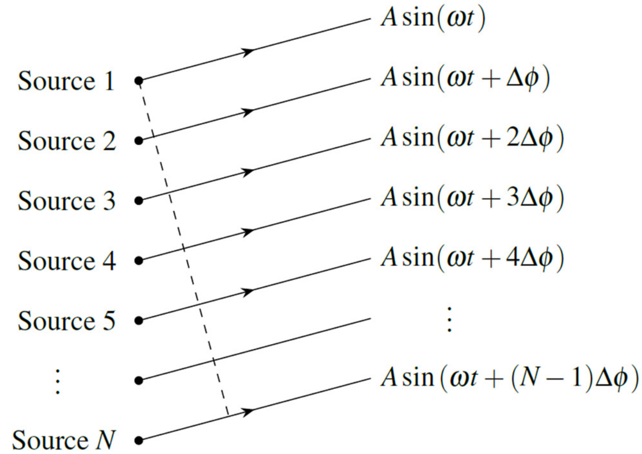
Trouvons l'amplitude résultante de l'oscillation obtenue à un endroit sur l'écran quand on superpose N ondes.

Pour trouver cette amplitude résultante, on doit faire deux choses : trouver le déphasage entre ces ondes et trouver ensuite l'amplitude résultante des N sinus reçus.

Le déphasage $\Delta\phi$

Toutes les trajectoires des ondes qui vont d'une source à l'écran sont à peu près parallèles puisqu'on va supposer ici que la distance de l'écran (L) est beaucoup plus grande que la distance entre les sources (d).

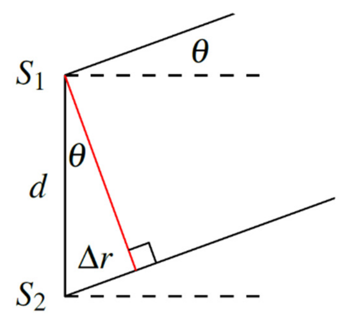
Dans ce cas, toutes les ondes ont, à partir de la ligne pointillée, la même distance à franchir pour arriver à un point sur l'écran.



Ainsi, les ondes provenant des dernières sources ont une distance plus grande à franchir avant d'arriver à l'écran. (L'amplitude de ces ondes serait normalement un peu plus faible, mais on va négliger cette différence.)

Cette plus grande distance à parcourir signifie que le déphasage $\Delta\phi_T$ est plus grand pour les dernières sources.

Ainsi, le temps additionnel est le temps qu'il faut à l'onde pour aller de la source à la ligne pointillée. Ce temps augmente de façon linéaire quand on passe d'une source à la suivante. Cela signifie que si le temps additionnel pour aller de la source 2 à la ligne pointillée est Δt, alors il est $2\Delta t$ pour la source 3, $3\Delta t$ pour la source 4, $4\Delta t$ pour la source 5, et ainsi de suite. Cela signifie aussi que le déphasage dû au temps augmente aussi linéairement ($\Delta\phi_T$ pour la source 2, $2\Delta\phi_T$ pour la source 3, $3\Delta\phi_T$ pour la source 4, $4\Delta\phi_T$ pour la source 5, et ainsi de suite).



Pour trouver $\Delta\phi_T$, on considère les deux premières sources. L'onde de la source 2 a une trajectoire un peu plus longue à parcourir pour arriver à l'écran que l'onde 1. Cette distance supplémentaire est Δr (montrée sur la figure). Selon cette figure, on a

$$\Delta r = d\sin\theta$$

Le déphasage dû au temps d'arrivée entre les sources 1 et 2 est donc

$$\begin{aligned}\Delta\phi_T &= -\frac{\Delta r}{\lambda}2\pi \\ &= -\frac{d\sin\theta}{\lambda}2\pi\end{aligned}$$

Le déphasage total $\Delta\phi$ est simplement $\Delta\phi_T$ puisque toutes les sources sont en phase et il n'y a pas de réflexion. En inversant le signe (on peut toujours changer le signe de $\Delta\phi$) pour alléger, on arrive à

Déphasage entre deux ondes provenant de fentes voisines

$$\Delta\phi = \frac{d\sin\theta}{\lambda}2\pi$$

L'amplitude résultante

Il est maintenant temps de faire la somme des oscillations faites par les ondes provenant de chaque source. Cette somme est

$$\begin{aligned} y_{tot} = A\sin\left(\omega t\right) + A\sin\left(\omega t + \Delta\phi\right) + A\sin\left(\omega t + 2\Delta\phi\right) + A\sin\left(\omega t + 3\Delta\phi\right) + \\ + A\sin\left(\omega t + \left(N-1\right)\Delta\phi\right) \end{aligned}$$

où A est l'amplitude de l'onde provenant d'une seule source.

Il est possible de faire cette somme de sinus, mais c'est d'un niveau un peu plus élevé. On peut la réussir plus facilement en passant par les nombres complexes et c'est ce que certains d'entre vous feront à l'université. Comme il faudrait des dizaines de pages pour expliquer correctement comment faire cette addition et que c'est la physique qui nous intéresse ici, nous allons passer directement au résultat. Donc, par un miracle mathématique, on arrive à

$$y_{tot} = A\frac{\sin\left(\frac{N\Delta\phi}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right)}\sin\left(\omega t + \frac{(N-1)\Delta\phi}{2}\right)$$

Amplitude *Oscillation*

Si vous tenez absolument à voir la preuve de cette addition, la voici.
http://physique.merici.ca/ondes/preuvesommesinus.pdf

L'amplitude de l'onde est donc

$$A_{tot} = A\frac{\sin\left(\frac{N\Delta\phi}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right)}$$

Intensité lumineuse

On va maintenant trouver l'intensité de la lumière résultante. Avec de la lumière, l'amplitude est l'amplitude du champ électrique. Comme cette amplitude est notée E_0 plutôt que A, l'amplitude de l'onde est

$$E_{0tot} = E_0\frac{\sin\left(\frac{N\Delta\phi}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right)}$$

Alors, l'intensité de cette onde lumineuse est

$$I_{tot} = \frac{cn\varepsilon_0 E_{0tot}^2}{2}$$

$$= \frac{cn\varepsilon_0}{2}\left(E_0 \frac{\sin\left(\frac{N\Delta\phi}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right)}\right)^2$$

On va comparer cette intensité à l'intensité qu'on aurait s'il n'y avait qu'une seule source (intensité qu'on va appeler I_1). L'intensité obtenue s'il n'y avait qu'une seule source est

$$I_1 = \frac{cn\varepsilon_0}{2}(E_0)^2$$

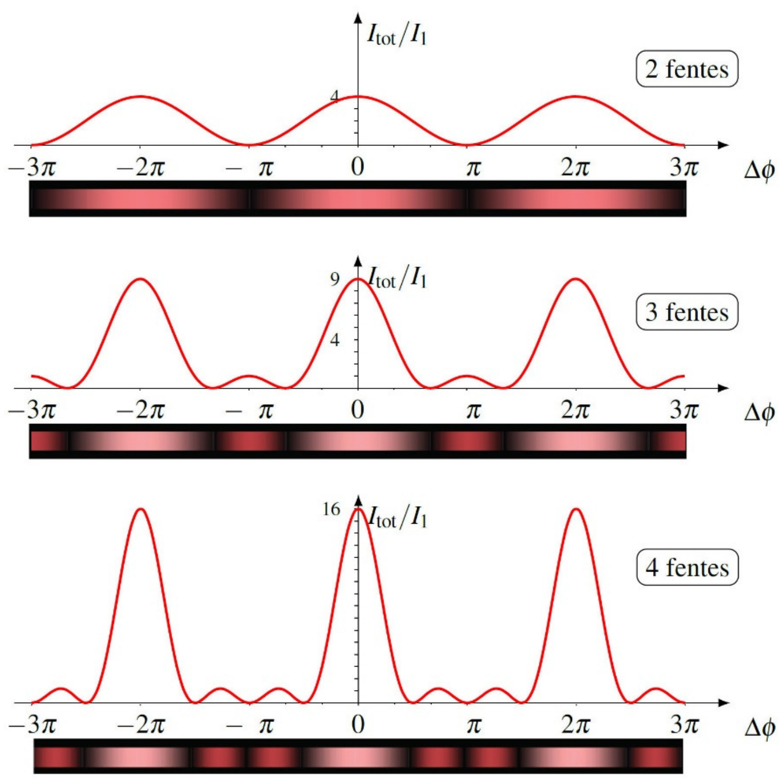
En divisant ces deux intensités, on a

$$\frac{I_{tot}}{I_1} = \left(\frac{\sin\left(\frac{N\Delta\phi}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right)}\right)^2$$

et on arrive alors a

$$I_{tot} = I_1 \frac{\sin^2\left(\frac{N\Delta\phi}{2}\right)}{\sin^2\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right)}$$

Voici les graphiques de cette intensité en fonction de $\Delta\phi$ pour N = 2, 3 et 4. Directement sous le graphique, on voit ce qu'on verrait sur l'écran.



On remarque qu'il y a des grands maximums et des petits maximums.

Les graphiques montrent qu'on a de grands maximums quand le déphasage est un nombre pair de π. Ils sont de plus en plus intenses à mesure qu'on ajoute des fentes ($4I_1$ avec 2 fentes, $9I_1$ avec 3 fentes et $16I_1$ avec 4 fentes). Ces maximums intenses sont aussi de plus en plus minces à mesure qu'on ajoute des fentes.

On voit aussi apparaitre des petits maximums entre ces grands maximums. Le nombre de petits maximums est toujours égal au nombre de fentes moins 2. Ainsi, il y a 1 petit maximum avec 3 fentes, 2 avec 4 fentes et ainsi de suite. On constate aussi que ces petits maximums deviennent de moins en moins importants par rapport aux grands maximums à mesure qu'on augmente le nombre de fentes.

Les maximums intenses

On a donc des grands maximums quand le déphasage est un nombre pair de π, donc quand

$$\Delta\phi = 2m\pi$$
$$\frac{d\sin\theta}{\lambda}2\pi = 2m\pi$$

(où m est un entier.) En simplifiant, on arrive à

Angles des maximums très intenses avec plusieurs fentes

$$d\sin\theta = m\lambda$$

Vous remarquez surement que c'est la même formule que pour les maximums avec 2 fentes.

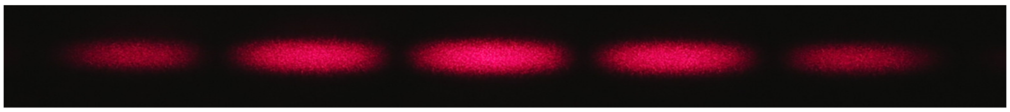
On a de tels grands maximums quand le dénominateur dans l'équation de l'intensité devient nul. Malgré la division par 0, l'intensité n'est pas infiniment grande puisque le numérateur est aussi 0 quand le dénominateur est 0. En fait, l'intensité est

$$\begin{aligned}
I_{tot} &= \lim_{\Delta\phi\to 2m\pi} I_1 \frac{\sin^2\left(\frac{N\Delta\phi}{2}\right)}{\sin^2\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right)} \\
&= I_1\left(\lim_{\Delta\phi\to 2m\pi} \frac{\sin\left(\frac{N\Delta\phi}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right)}\right)^2 \\
&= I_1\left(\lim_{\Delta\phi\to 2m\pi} \frac{\frac{N}{2}\cos\left(\frac{N\Delta\phi}{2}\right)}{\frac{1}{2}\cos\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right)}\right)^2 \\
&= I_1\left(\frac{\frac{N}{2}\cdot 1}{\frac{1}{2}\cdot 1}\right)^2 \\
&= N^2 I_1
\end{aligned}$$

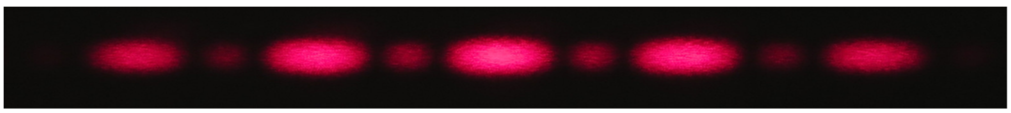
(On a utilisé la règle de l'Hospital à la 3[e] ligne.) Ce résultat est conforme à ce qu'on peut voir sur les graphiques ($4I_1$ avec 2 fentes, $9I_1$ avec 3 fentes et $16I_1$ avec 4 fentes).

Voici des images réelles de figure d'interférence obtenues sur un écran avec plusieurs fentes. D'une figure à l'autre, on ajoute des fentes tout en gardant la même distance entre les fentes.

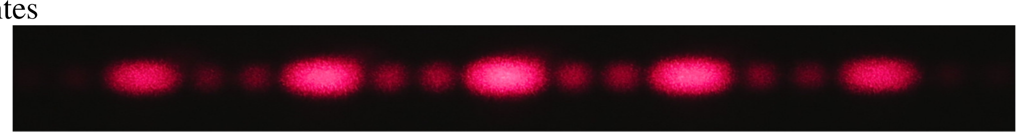
2 fentes



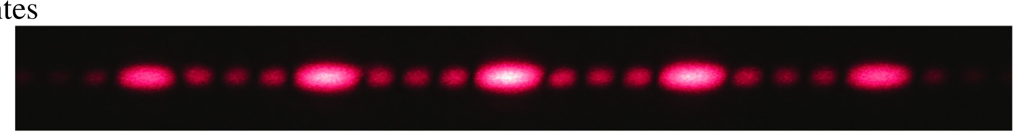
3 fentes



4 fentes

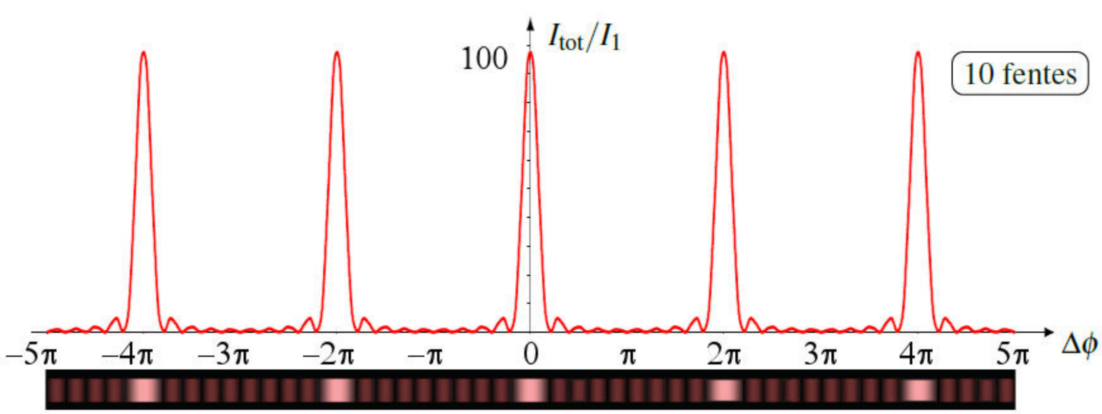


5 fentes



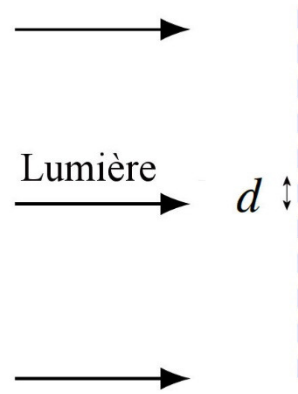
Vous remarquez peut-être que les grands maximums sur une image n'ont pas tous la même intensité alors que la formule prévoit la même intensité pour tous les maximums. Notre formule de l'intensité n'est donc pas tout à fait au point. Ce problème sera réglé au prochain chapitre.

Si on continue d'augmenter le nombre de fentes, les grands maximums deviennent de plus en plus minces et brillants et il s'ajoute toujours plus de petits maximums qui ont de moins en moins d'importance par rapport aux grands maximums. Avec 10 fentes, on a

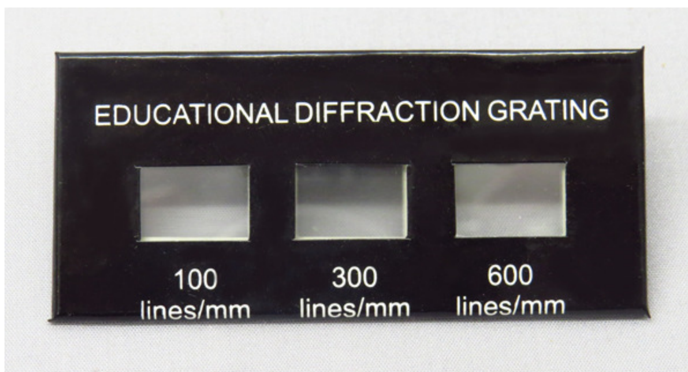


6.4 LES RÉSEAUX

Un réseau, c'est simplement une suite de très nombreuses fentes. On parle ici de plusieurs centaines de fentes.

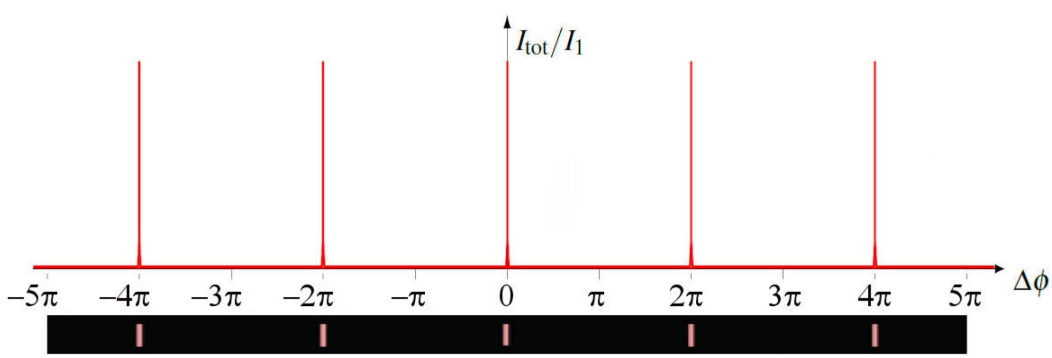


Le réseau ressemble bien souvent à une simple plaque de verre. (En fait, on parvient à faire quelque chose qui est équivalent à des fentes avec des variations d'épaisseur de la plaque de verre.) La figure suivante vous montre des réseaux ayant 100 fentes par mm, 300 fentes par mm et 600 fentes par mm. Comme chaque réseau a environ 1 cm de large, il y a donc environ 1000 fentes sur le premier réseau, 3000 sur le deuxième et 6000 sur le troisième.



www.sciencelabsupplies.com/Educational_Diffraction_Grating.html

Pour savoir ce qu'on obtient en faisant passer de la lumière à travers un réseau, on n'a qu'à pousser la logique de la section précédente à l'extrême. On a dit que les grands maximums devenaient de plus en plus minces et que les petits maximums entre les grands maximums devenaient de moins en moins importants à mesure que le nombre de fentes augmente. Ainsi, avec un nombre important de fentes, il n'y aurait plus que de grands maximums très minces. Le graphique de l'intensité de la lumière sur l'écran ressemblerait alors à ceci.



La figure d'interférence suivante a été obtenue avec un réseau comportant près de 1000 fentes (toutefois, le laser était trop mince pour passer à travers toutes ces fentes, il est passé à travers une centaine de fentes environ.)

On voit qu'on a bel et bien des maximums très minces et que les petits maximums entre ces grands maximums sont disparus.

(On pourrait penser que les maximums devraient être vraiment très intenses avec des centaines de fentes puisque l'intensité est N^2I_1, mais l'intensité de chaque source est très petite puisque les fentes sont très minces.)

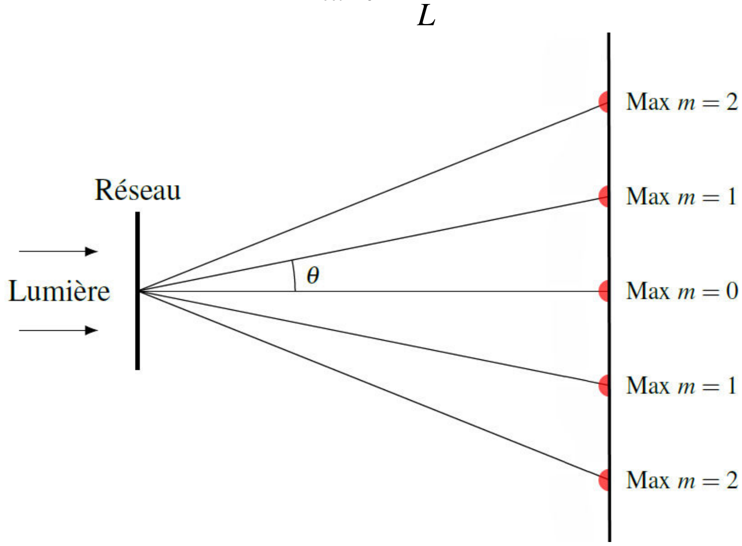
Position des maximums sur l'écran

L'angle de ces maximums est toujours donné par

$$d\sin\theta = m\lambda$$

et on fait toujours le lien entre θ et y sur l'écran avec

$$\tan\theta = \frac{y}{L}$$



(Observez que l'angle est similaire à celui défini quand il y avait 2 fentes. Dans la figure, θ est l'angle du maximum d'ordre 1.)

L'image suivante montre les valeurs de m de chaque maximum sur l'écran.

Voici un vidéo montrant bien ces maximums très minces obtenus en faisant passer un laser dans un réseau.
http://www.youtube.com/watch?v=1IxfuHI_UN0

Valeur maximale de *m* sur l'écran

Le nombre de maximums sur l'écran est limité. Puisque les angles des maximums sont donnés par

$$\frac{m\lambda}{d} = \sin\theta$$

et puisque la valeur d'un sinus ne peut pas dépasser 1, on doit avoir

$$\frac{m\lambda}{d} \leq 1$$

En isolant *m*, on arrive à

Valeur maximale de *m*

$$m \leq \frac{d}{\lambda}$$

Exemple 6.4.1

De la lumière ayant une longueur d'onde de 500 nm passe dans un réseau ayant 600 fentes/mm. Quels sont les angles de tous les maximums ?

Les angles des maximums sont donnés par

$$d\sin\theta = m\lambda$$

Trouvons premièrement la distance entre les fentes. S'il y a 600 fentes par mm, alors la distance entre les fentes doit être de 1/600 mm.

Trouvons ensuite la valeur maximale de *m*. Cela nous indiquera le nombre de maximums à trouver. On a donc

$$m \leq \frac{d}{\lambda}$$
$$m \leq \frac{\frac{1}{600}\times 10^{-3}m}{500\times 10^{-9}m}$$
$$m \leq 3{,}33$$

La valeur maximale de *m* est donc de 3.

Le maximum central est bien entendu à $\theta = 0°$.

Le maximum d'ordre 1 est à l'angle donné par

$$d\sin\theta = \lambda$$
$$\sin\theta = \frac{\lambda}{d}$$
$$\sin\theta = \frac{500\times 10^{-9}m}{\frac{1}{600}\times 10^{-3}m}$$
$$\sin\theta = 0,3$$
$$\theta = 17,45°$$

Le maximum d'ordre 2 est à l'angle donné par

$$d\sin\theta = 2\lambda$$
$$\sin\theta = \frac{2\lambda}{d}$$
$$\sin\theta = \frac{2\cdot 500\times 10^{-9}m}{\frac{1}{600}\times 10^{-3}m}$$
$$\sin\theta = 0,6$$
$$\theta = 36,86°$$

Le maximum d'ordre 3 est à l'angle donné par

$$d\sin\theta = 3\lambda$$
$$\sin\theta = \frac{3\lambda}{d}$$
$$\sin\theta = \frac{3\cdot 500\times 10^{-9}m}{\frac{1}{600}\times 10^{-3}m}$$
$$\sin\theta = 0,9$$
$$\theta = 64,15°$$

Même si on sait qu'il n'y a pas de maximum d'ordre 4, on va faire le calcul pour voir ce que ça donne. Le calcul de l'angle du maximum d'ordre 4 donne

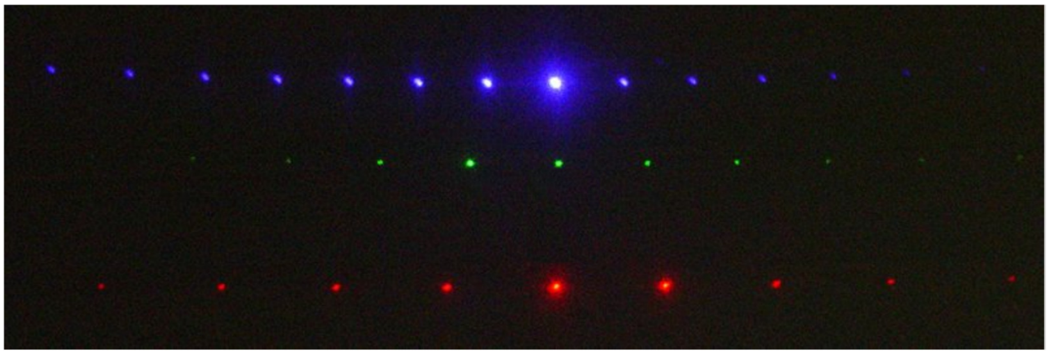
$$d\sin\theta = 4\lambda$$
$$\sin\theta = \frac{4\lambda}{d}$$
$$\sin\theta = \frac{4\cdot 500\times 10^{-9}m}{\frac{1}{600}\times 10^{-3}m}$$
$$\sin\theta = 1,2$$

ce qui n'a pas de solution. Il n'y a donc pas de maximum d'ordre 4.

Les réseaux sont un magnifique outil pour séparer les couleurs de la lumière visible. Puisque l'angle du maximum d'ordre 1 est

$$d \sin\theta = \lambda$$

l'angle du maximum est plus petit si la longueur d'onde est plus petite. On peut voir dans la figure suivante ce qui arrive si on change la couleur de la lumière qui passe dans le réseau. Il est clair sur la figure que les maximums sont plus loin du maximum central si on augmente la longueur d'onde.



www.wired.com/wiredscience/2011/10/diffraction-with-infrared-light/

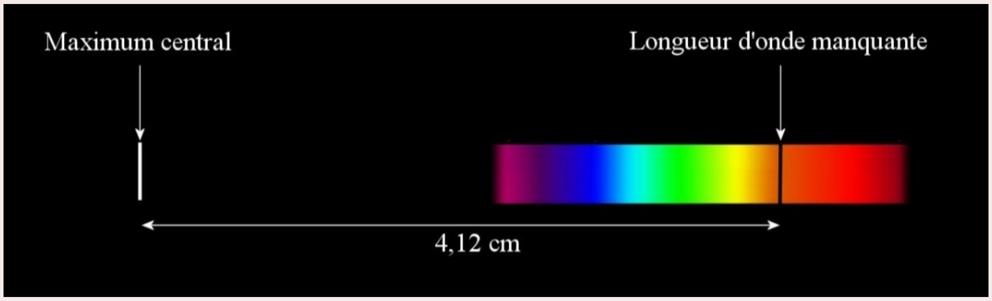
Si on fait passer de la lumière blanche dans un réseau, voici ce qu'on obtiendra.

www.itp.uni-hannover.de/~zawischa/ITP/multibeam.html

On voit qu'il y a une séparation des couleurs. Au maximum d'ordre 1, le mauve est plus près du maximum central que le rouge puisque la longueur d'onde du mauve est plus petite. Comme chaque couleur fait un maximum à un angle différent, on obtient un spectre. Plus il y a de fentes, plus les maximums de chaque couleur seront étroits. Ainsi, la qualité du spectre augmente avec le nombre de fentes.

Exemple 6.4.2

Voici le spectre obtenu sur un écran en faisant passer de la lumière dans un réseau ayant 100 fentes/mm. On remarque dans le spectre d'ordre 1 qu'il manque une couleur, ce qui signifie que cette couleur est absente de la lumière émise par la source. Quelle est la longueur d'onde de la lumière manquante sachant que la distance entre le réseau et l'écran est de 70 cm ?



On va trouver la longueur d'onde de cette lumière avec la formule suivante.

$$d\sin\theta = m\lambda$$

On sait déjà que m = 1 et que la distance entre les fentes est 0,01 mm. Pour pouvoir calculer la longueur d'onde, il nous manque l'angle de ce maximum manquant.

L'angle du maximum manquant est

$$\tan\theta = \frac{y}{L}$$
$$\tan\theta = \frac{4,12cm}{70cm}$$
$$\theta = 3,3684°$$

Ainsi, la longueur d'onde est

$$d\sin\theta = m\lambda$$
$$0,01\cdot 10^{-3}m\cdot\sin 3,3684° = 1\cdot\lambda$$
$$\lambda = 587,55nm$$

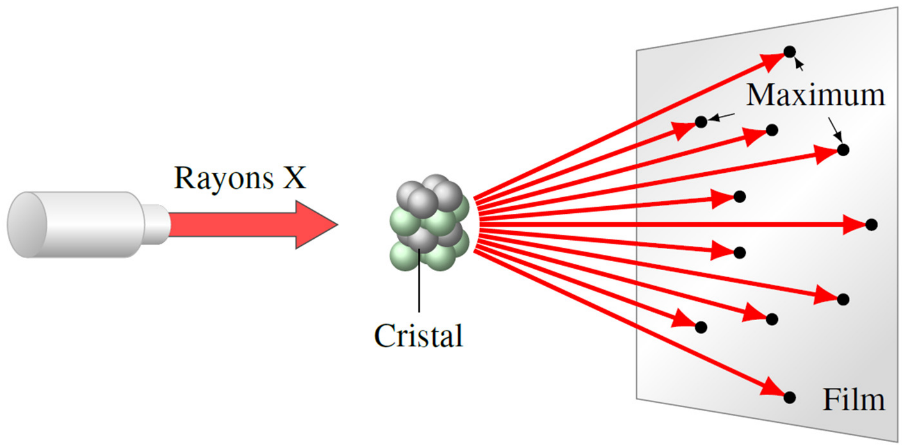
C'est d'ailleurs avec un réseau que, la plupart du temps, on sépare la couleur pour faire l'étude du spectre d'une source. Avec de nombreuses fentes, le résultat est excellent et c'est relativement facile de calculer la longueur d'onde à partir de l'angle du maximum. C'est beaucoup plus difficile de calculer la longueur d'onde si on sépare les couleurs avec un prisme.

Les CD agissent aussi comme des réseaux. Le disque reflète la lumière, sauf aux endroits où l'information est gravée. Comme les sillons sont régulièrement espacés, les endroits qui reflètent la lumière sont régulièrement espacés et agissent exactement comme un réseau, sauf que la lumière est réfléchie par le disque plutôt que d'être transmise à travers le réseau. Le résultat est cependant le même : des sources régulièrement espacées. C'est ce qui fait la séparation des couleurs à la surface d'un CD. Si un endroit du CD vous semble rouge, c'est qu'il y a un maximum du rouge fait par les sources dans la direction de votre œil.

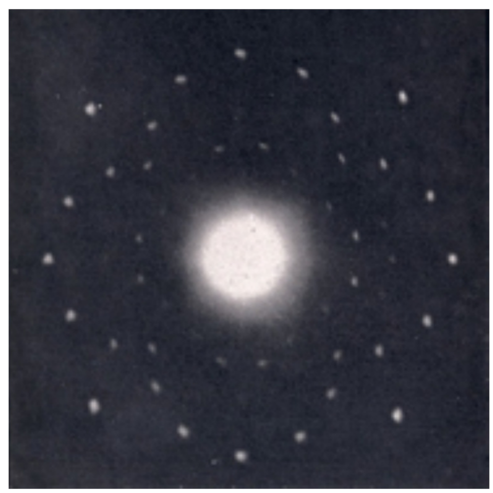

bullmurph.com/tag/compact-disc/

L'étude des cristaux avec des rayons X

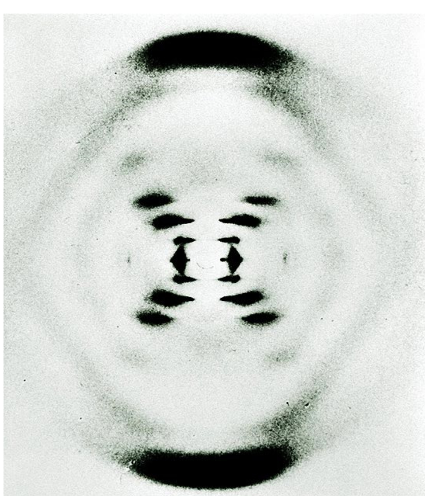
Quand des rayons X passent dans un cristal, les atomes, régulièrement espacés, deviennent à leur tour des sources de rayons X. On se retrouve donc avec plusieurs sources régulièrement espacées, ce qui donnera une figure d'interférence sur un écran sensible aux rayons X.



En observant la figure d'interférence, on peut déduire la structure du cristal, exactement comme on peut déduire la distance entre les fentes dans un réseau à partir de la figure d'interférence obtenue. C'est un peu plus complexe ici parce qu'il y a plusieurs sources en 3 dimensions, mais le principe est le même. Ainsi, en envoyant des rayons X dans un cristal de sel, on obtient cette figure. On pourrait, à partir de cette image, déduire la structure des cristaux de sel et les distances entre les atomes de ce cristal.



www.auntminnieeurope.com/index.aspx?sec=ser&sub=def&pag=dis&ItemID=606329

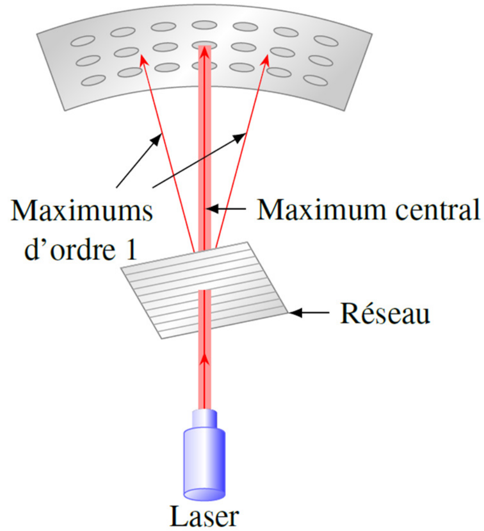


Cette figure d'interférence, obtenue en 1952 par Rosalind Franklin, a permis à Crick et Watson de découvrir la structure en double hélice de l'ADN.

www.bbc.co.uk/schools/gcsebitesize/science/add_edexcel/cells/dnarev3.shtml

Guides de lecture d'un CD

Notez que pour guider le laser dans les lecteurs CD, DVD ou blueray, on utilise deux autres faisceaux lasers qui suivent les pistes voisines. En fait, on n'utilise pas de nouveaux lasers. On utilise plutôt un réseau pour séparer le faisceau du laser. Ce sont les maximums d'ordre 1 du réseau générés par le réseau qui suivent les pistes voisines pour guider le maximum central.



RÉSUMÉ DES ÉQUATIONS

Position à partir de l'angle pour l'expérience de Young

$$\tan\theta = \frac{y}{L}$$

Différence de marche dans l'expérience de Young

$$\Delta r = d\sin\theta$$

Déphasage entre les deux ondes dans l'expérience de Young

$$\Delta\phi = \frac{d\sin\theta}{\lambda}2\pi$$

Angles des franges brillantes dans l'expérience de Young

$$d\sin\theta = m\lambda$$ m est l'ordre du maximum.

Angles des franges sombres dans l'expérience de Young

$$d\sin\theta = \left(m+\tfrac{1}{2}\right)\lambda$$ m est l'ordre du minimum.

Déphasage entre deux ondes provenant de fentes voisines

$$\Delta\phi = \frac{d\sin\theta}{\lambda}2\pi$$

Angles des maximums très intenses avec plusieurs fentes (ce qui inclut les réseaux)

$$d \sin\theta = m\lambda$$

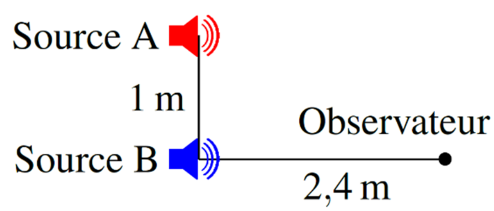
Valeur maximale de *m*

$$m \leq \frac{d}{\lambda}$$

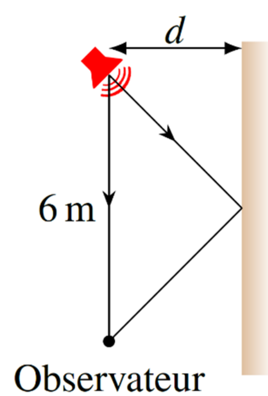
EXERCICES

6.1 Superposition des deux ondes

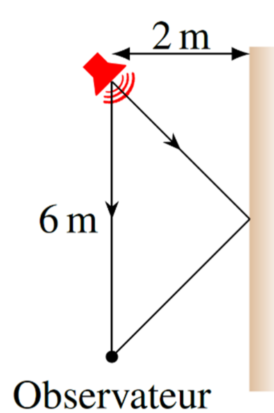
1. Les hautparleurs de la figure émettent des ondes sonores en phase. Quelle est la fréquence minimale qui permet d'obtenir de l'interférence destructive à l'endroit où est situé l'observateur ? (Prenez 340 m/s pour la vitesse du son.)



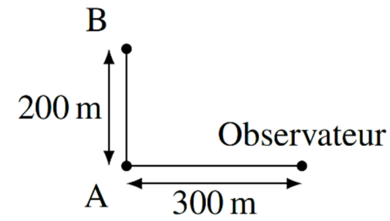
2. Le hautparleur de la figure émet un signal sonore ayant une fréquence de 490 Hz. L'observateur capte le son arrivant directement du hautparleur et le son se réfléchissant sur un mur qu'on peut déplacer. À quelle distance minimale *d* doit-on placer le mur pour qu'il y ait de l'interférence constructive à l'endroit où est placé l'observateur ? (Prenez 343 m/s pour la vitesse du son.)



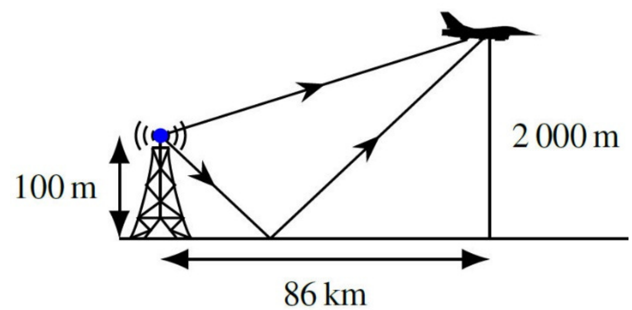
3. La source de la figure émet une onde électromagnétique ayant une longueur d'onde de 1,4 m. L'observateur capte l'onde arrivant directement de l'émetteur et l'onde se réfléchissant sur un mur. Quelle est l'intensité de l'onde reçue par l'observateur par rapport à celle qu'il recevrait s'il n'y avait pas de mur si l'onde réfléchie a une amplitude égale à 70 % de l'amplitude de l'onde qui arrive directement de la source ? (L'onde réfléchie est inversée et on suppose que la polarisation de l'onde est dans la bonne direction pour que la formule de l'addition des ondes soit bonne.)



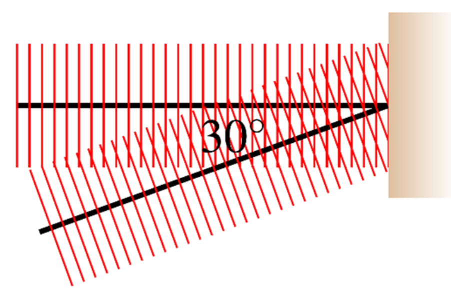
4. Deux sources d'ondes radio isotropes ayant la même puissance émettent (en phase) des ondes ayant une fréquence de 100 MHz. La position des sources et de l'observateur est montrée sur la figure. Quand il n'y a que la source A qui fonctionne, l'intensité de l'onde reçue par l'observateur est de 0,001 W/m². Quelle sera l'intensité de l'onde totale reçue par l'observateur si la source B commence à émettre ? (Rappel : l'intensité de l'onde émise par une source isotrope diminue avec le carré de la distance.) (On suppose que la polarisation de l'onde est dans la bonne direction pour que la formule de l'addition des ondes soit bonne.)



5. Une tour de transmission émet un signal radio ayant une fréquence de 120 MHz. Un avion reçoit deux signaux en provenance de cette tour. Il y a l'onde qui est arrivée directement de la tour et l'onde qui s'est réfléchie sur le sol. Quel est le déphasage entre les deux ondes reçues si l'onde réfléchie a été inversée par la réflexion ?



6. Deux ondes ayant toutes deux une même longueur d'onde de 500 nm arrivent sur un mur, tel qu'illustré. Sur le mur, quelle est la distance entre les maximums d'interférence ?



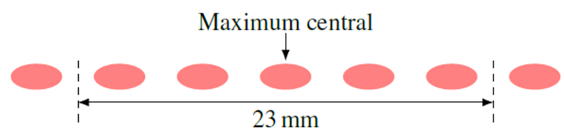
6.2 L'expérience de Young

7. Dans une expérience de Young, la longueur d'onde de la lumière est de 600 nm. On remarque alors que le 4^e maximum est à 1 cm du maximum central sur un écran situé à 2 m des fentes. Quelle est la distance entre les fentes ?

8. Dans une expérience de Young, la longueur d'onde de la lumière est de 500 nm. La distance entre les fentes est de 0,1 mm et on observe la figure d'interférence sur un écran situé à 1,6 m des fentes. Quelle est la distance entre le maximum central et le maximum d'ordre 5 ?

9. On fait l'expérience de Young en utilisant de la lumière composée de deux couleurs. La première couleur, vert, a une longueur d'onde de 550 nm et on ne connait pas la longueur d'onde de l'autre couleur. On remarque alors que le 5e maximum de lumière verte est situé au même endroit que le 4e maximum de l'autre couleur. Quelle est la longueur d'onde de la deuxième couleur ?

10. Dans une expérience de Young, la longueur d'onde de la lumière est de 632 nm et la distance entre les fentes est de 0,2 mm. La figure montre la figure d'interférence qu'on observe sur un écran. À quelle distance des fentes est situé l'écran ?

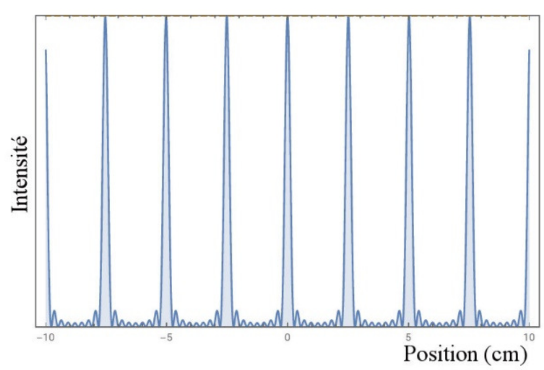


11. Dans une expérience de Young, la longueur d'onde de la lumière est de 450 nm et la distance entre les fentes est de 0,2 mm. On observe la figure d'interférence sur un écran situé à 2,4 m des fentes. À quelle distance du maximum central le déphasage entre les deux ondes est-il égal à 2 radians (en valeur absolue) ?

6.3 L'interférence avec plusieurs fentes

12. Voici le graphique de l'intensité de la lumière sur un écran obtenu en faisant passer de la lumière ayant une longueur d'onde de 500 nm à travers plusieurs fentes.

a) Combien y a-t-il de fentes ?
b) Quelle est la distance entre les fentes si l'écran était à 30 cm des fentes ?
c) Quelle est l'intensité des maximums par rapport à l'intensité qu'on aurait avec une seule source ?



demonstrations.wolfram.com/MultipleSlitDiffractionPattern/

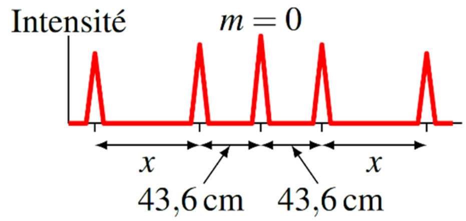
6.4 Les réseaux

13. Un réseau a 300 fentes/mm. On fait passer de la lumière rouge ayant une longueur d'onde de 650 nm dans le réseau et on observe les maximums sur un écran situé à 2,4 m du réseau.

a) Combien y aura-t-il de maximums sur l'écran ?
b) Quelle est la distance sur l'écran entre le maximum d'ordre 1 et le maximum central ?

14. Voici le graphique de l'intensité lumineuse qu'on obtient sur un écran situé à 1 m quand on fait passer de la lumière dans un réseau ayant 800 fentes/mm.

a) Quelle est la longueur d'onde de la lumière ?
b) Quelle est la distance entre le maximum d'ordre 1 et le maximum d'ordre 2 (x sur la figure) ?
c) Combien y a-t-il de maximums au total sur l'écran ?



15. On fait passer de la lumière provenant d'une ampoule au sodium à travers un réseau ayant 300 fentes/mm. On observe les maximums sur un écran situé à 2 m des fentes. Dans la lumière faite par une telle lampe, on retrouve de la lumière ayant une longueur d'onde de 589,0 nm et de la lumière ayant une longueur d'onde de 589,6 nm (qu'on appelle le doublet du sodium). Quelle est la distance sur l'écran entre les maximums d'ordre 1 de ces deux ondes de longueurs d'onde différente ?

16. On fait passer de la lumière dans un réseau et on observe les maximums sur un écran à 1 m du réseau. On mesure alors que la distance entre le maximum central et le maximum d'ordre 1 est de 35 cm. Quelle est la distance entre le maximum central et le maximum d'ordre 2 ?

Défis

(Questions plus difficiles que les questions qu'il y aura à l'examen.)

17. On a vu que les maximums d'interférence sont plus minces s'il y a plus de fentes.

a) Sachant qu'un maximum commence et se termine aux minimums de chaque côté du maximum, montrez que la largeur des maximums est donnée par la formule suivante.

$$\Delta\theta = \frac{2\lambda}{Nd\cos\theta}$$

b) Si on veut voir séparément deux maximums ayant des longueurs d'onde différentes, mais assez près l'une de l'autre, la séparation entre les deux maximums doit (approximativement) être supérieure ou égale à la moitié de la valeur de $\Delta\theta$ donnée en a). Sachant cela, combien de fentes un réseau doit-il avoir pour qu'on puisse voir séparément les deux raies du doublet du sodium au premier ordre si les longueurs d'onde de ces maximums sont 589,00 nm et 589,59 nm ?

RÉPONSES

6.1 Superposition des deux ondes

1. 850 Hz
2. 1,0395 m
3. L'intensité est donc 56,37 % de l'intensité qu'il y aurait s'il y avait seulement l'onde qui arrive directement de la source.
4. 0,002353 W/m²
5. -8,545 rad
6. 1 µm

6.2 L'expérience de Young

7. 0,48 mm
8. 4,001 cm
9. 687,5 nm
10. 145,6 cm
11. 0,1719 cm

6.3 L'interférence avec plusieurs fentes

12. a) 9 b) 6,083 µm c) $81I_1$

6.4 Les réseaux

13. a) 11 b) 47,7 cm
14. a) 499,6 nm b) 89,4 cm c) 5
15. 0,377 mm
16. 88,02 cm

Défis

17. b) 1000 fentes ou plus