Solutionnaire du chapitre 4

1. a) La vitesse se trouve avec

$$v = \sqrt{\frac{F_T}{\mu}}$$

On a μ, mais il nous manque la tension.

La tension dans la corde correspond au poids du bloc. Ce poids est

$$\begin{aligned} F_T &= mg \\ &= 2kg \cdot 9,8\tfrac{N}{kg} \\ &= 19,6N \end{aligned}$$

La vitesse dans le fil d'aluminium est donc

$$\begin{aligned} v &= \sqrt{\frac{F_T}{\mu}} \\ &= \sqrt{\frac{19,6N}{0,01\frac{kg}{m}}} \\ &= 44,27\tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

b) La fréquence est

$$\begin{aligned} v &= \lambda f \\ 44,27\tfrac{m}{s} &= 0,2m \cdot f \\ f &= 221,4Hz \end{aligned}$$

c) La vitesse dans le fil d'acier est

$$\begin{aligned} v &= \sqrt{\frac{F_T}{\mu}} \\ &= \sqrt{\frac{19,6N}{0,025\frac{kg}{m}}} \\ &= 28\tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

d) Comme la fréquence ne change pas en passant d'un milieu à un autre, elle est toujours de 221,4 Hz.

e) La longueur d'onde est

$$\begin{aligned} v &= \lambda f \\ 28\tfrac{m}{s} &= \lambda \cdot 221,4Hz \\ \lambda &= 0,1265m \end{aligned}$$

f) L'impédance est

$$\begin{aligned} Z_1 &= \sqrt{F_T \mu} \\ &= \sqrt{19,6N \cdot 0,01\tfrac{kg}{m}} \\ &= 0,4427\tfrac{kg}{s} \end{aligned}$$

g) L'impédance est

$$\begin{aligned} Z_2 &= \sqrt{F_T \mu} \\ &= \sqrt{19,6N \cdot 0,025\tfrac{kg}{m}} \\ &= 0,7\tfrac{kg}{s} \end{aligned}$$

h) L'amplitude de l'onde réfléchie est

$$\begin{aligned} A_R &= \frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2} A \\ &= \frac{0,4427\tfrac{kg}{s} - 0,7\tfrac{kg}{s}}{0,4427\tfrac{kg}{s} + 0,7\tfrac{kg}{s}} \cdot 5mm \\ &= -1,126mm \end{aligned}$$

Il s'agit donc d'une onde inversée ayant une amplitude de 1,126 mm.

i) L'amplitude de l'onde transmise est

$$\begin{aligned} A_T &= \frac{2Z_1}{Z_1 + Z_2} A \\ &= \frac{2 \cdot 0,4427 \frac{kg}{s}}{0,4427 \frac{kg}{s} + 0,7 \frac{kg}{s}} \cdot 5mm \\ &= 3,874mm \end{aligned}$$

j) La puissance de l'onde incidente est

$$\begin{aligned} P &= \frac{1}{2} \mu v \omega^2 A^2 \\ &= \frac{1}{2} Z_1 \omega^2 A^2 \end{aligned}$$

La puissance de l'onde transmise est

$$\begin{aligned} P_T &= \frac{1}{2} \mu v \omega^2 A^2 \\ &= \frac{1}{2} Z_2 \omega^2 A^2 \end{aligned}$$

Le rapport de la puissance transmise par rapport à la puissance incidente est

$$\begin{aligned} \frac{P_T}{P} &= \frac{\frac{1}{2} Z_2 \omega^2 A_T^2}{\frac{1}{2} Z_1 \omega^2 A^2} \\ &= \frac{Z_2 A_T^2}{Z_1 A^2} \\ &= \frac{0,7 \frac{kg}{s} \cdot (0,003874m)^2}{0,4427 \frac{kg}{s} \cdot (0,005m)^2} \\ &= 0,949 \end{aligned}$$

94,9% de la puissance est donc transmise.

2. a)

L'onde transmise est toujours dans le même sens que l'onde originale. Elle sera donc vers le haut.

b) Puisque la densité de la corde de droite est plus grande, l'onde réfléchie sera inversée, donc vers le bas.

c) Puisque la vitesse est de 20 m/s sur la corde de gauche, la tension est

$$\begin{aligned} v &= \sqrt{\frac{F_T}{\mu}} \\ 20\tfrac{m}{s} &= \sqrt{\frac{F_T}{0{,}02\tfrac{kg}{m}}} \\ F_T &= 8N \end{aligned}$$

La vitesse sur la corde de droite est donc

$$\begin{aligned} v &= \sqrt{\frac{F_T}{\mu}} \\ &= \sqrt{\frac{8N}{0{,}05\tfrac{kg}{m}}} \\ &= 12{,}65\tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

d) L'onde réfléchie étant sur la corde de gauche, sa vitesse est la même que celle de l'onde de départ, soit 20 m/s.

3. La puissance d'une onde est donnée par

$$P = \frac{1}{2}\mu v \omega^2 A^2$$

On sait que la puissance de l'onde réfléchie est égale à 50% de la puissance de l'onde initiale. On a donc

$$\begin{aligned} 0{,}5 &= \frac{P_R}{P} \\ &= \frac{\frac{1}{2}\mu v \omega^2 A_R^2}{\frac{1}{2}\mu v \omega^2 A^2} \\ &= \left(\frac{A_R}{A}\right)^2 \end{aligned}$$

Or, l'amplitude de l'onde réfléchie est

$$A_R = \frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2} A$$

On a donc que

$$\begin{aligned}
0,5 &= \left(\frac{A_R}{A} \right)^2 \\
&= \left(\frac{\frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2} A}{A} \right)^2 \\
&= \left(\frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2} \right)^2 \\
&= \left(\frac{1 - \frac{Z_2}{Z_1}}{1 + \frac{Z_2}{Z_1}} \right)^2
\end{aligned}$$

Si on pose que $Z_2/Z_1 = x$ (qui est ce qu'on cherche), on arrive a

$$0,5 = \left(\frac{1-x}{1+x} \right)^2$$

Il ne reste qu'à isoler x.

$$\pm\sqrt{0,5} = \frac{1-x}{1+x}$$

Pour simplifier, posons que $C = \pm\sqrt{0,5}$. On a alors

$$\begin{aligned}
C &= \frac{1-x}{1+x} \\
C(1+x) &= 1-x \\
C + Cx &= 1-x \\
x + Cx &= 1-C \\
x(1+C) &= 1-C \\
x &= \frac{1-C}{1+C}
\end{aligned}$$

Si $C = \sqrt{0,5}$, on a

$$x = \frac{1-\sqrt{0,5}}{1+\sqrt{0,5}} = 0,1716$$

Ça ne peut pas être la bonne réponse, car l'impédance de la deuxième corde est plus grande que celle de la première corde (ce qui signifie que $Z_2/Z_1 > 1$)

Si $C = -\sqrt{0,5}$, on a

$$x = \frac{1--\sqrt{0,5}}{1+-\sqrt{0,5}} = 5,828$$

C'est la bonne réponse.

4. a) L'impédance est

$$Z = \rho v$$

On a la densité, mais il nous manque la vitesse de l'onde.

À cette température, la vitesse de l'onde est

$$\begin{aligned} v &= 331,3\tfrac{m}{s} \cdot \sqrt{\frac{T}{273,15K}} \\ &= 331,3\tfrac{m}{s} \cdot \sqrt{\frac{288,15K}{273,15K}} \\ &= 340,3\tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

L'impédance de l'air est donc

$$\begin{aligned} Z &= \rho v \\ &= 1,3\tfrac{kg}{m^3} \cdot 340,3\tfrac{m}{s} \\ &= 442,4\tfrac{kg}{m^2 \cdot s} \end{aligned}$$

b) L'impédance de l'eau est

$$\begin{aligned} Z &= \rho v \\ &= 1000\tfrac{kg}{m^3} \cdot 1520\tfrac{m}{s} \\ &= 1\,520\,000\tfrac{kg}{m^2 \cdot s} \end{aligned}$$

c) Non, puisque l'impédance de l'eau est trop différente de celle de l'air (3435 fois plus grande).

5. a) Avec une intensité de 60 dB, l'intensité de l'onde est de

$$\beta = 10dB \cdot \log \frac{I}{10^{-12} \frac{W}{m^2}}$$

$$60dB = 10dB \cdot \log \frac{I}{10^{-12} \frac{W}{m^2}}$$

$$I = 10^{-6} \frac{W}{m^2}$$

L'amplitude de l'onde est donc de

$$I = \frac{1}{2} \rho v \omega^2 A^2$$

$$10^{-6} \frac{W}{m^2} = \frac{1}{2} \cdot 1,3 \frac{kg}{m^3} \cdot 330 \frac{m}{s} \cdot \left(2\pi \cdot 200Hz\right)^2 \cdot A^2$$

$$A = 5,433 \times 10^{-8} m$$

Pour trouver l'amplitude de l'onde transmise dans l'eau, on doit trouver les impédances de l'eau et de l'air. Ces impédances sont

$$Z_1 = \rho v = 1,3 \frac{kg}{m^3} \cdot 330 \frac{m}{s} = 429 \frac{kg}{m^2 s}$$

$$Z_2 = \rho v = 1000 \frac{kg}{m^3} \cdot 1450 \frac{m}{s} = 1\,450\,000 \frac{kg}{m^2 s}$$

L'amplitude de l'onde transmise est donc

$$\begin{aligned} A_T &= \frac{2Z_1}{Z_1 + Z_2} A \\ &= \frac{2 \cdot 429 \frac{kg}{m^2 s}}{429 \frac{kg}{m^2 s} + 1\,450\,000 \frac{kg}{m^2 s}} \cdot 5,4335 \times 10^{-8} m \\ &= 3,214 \times 10^{-11} m \end{aligned}$$

L'intensité de cette onde dans l'eau est donc de

$$\begin{aligned} I &= \frac{1}{2}\rho v\omega^2 A^2 \\ &= \frac{1}{2}\cdot 1000\tfrac{kg}{m^3}\cdot 1450\tfrac{m}{s}\cdot\left(2\pi\cdot 200Hz\right)^2\cdot\left(3,214\times 10^{-11}m\right)^2 \\ &= 1,183\times 10^{-9}\tfrac{W}{m^2} \end{aligned}$$

En décibel, cette intensité est de

$$\begin{aligned} \beta &= 10dB\cdot\log\frac{I}{10^{-12}\tfrac{W}{m^2}} \\ &= 10dB\cdot\log\frac{1,183\times 10^{-9}\tfrac{W}{m^2}}{10^{-12}\tfrac{W}{m^2}} \\ &= 30,7dB \end{aligned}$$

L'amplitude de l'onde réfléchie est donc

$$\begin{aligned} A_R &= \frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2}A \\ &= \frac{429\tfrac{kg}{m^2s} - 1\,450\,000\tfrac{kg}{m^2s}}{429\tfrac{kg}{m^2s} + 1\,450\,000\tfrac{kg}{m^2s}}\cdot 5,4335\times 10^{-8}m \\ &= -5,4302\times 10^{-8}m \end{aligned}$$

L'intensité de cette onde dans l'air est donc de

$$\begin{aligned} I &= \frac{1}{2}\rho v\omega^2 A^2 \\ &= \frac{1}{2}\cdot 1,3\tfrac{kg}{m^3}\cdot 330\tfrac{m}{s}\cdot\left(2\pi\cdot 200Hz\right)^2\cdot\left(5,4302\times 10^{-8}m\right)^2 \\ &= 9,988\times 10^{-7}\tfrac{W}{m^2} \end{aligned}$$

En décibel, cette intensité est de

$$\begin{aligned} \beta &= 10dB\cdot\log\frac{I}{10^{-12}\tfrac{W}{m^2}} \\ &= 10dB\cdot\log\frac{9,988\times 10^{-7}\tfrac{W}{m^2}}{10^{-12}\tfrac{W}{m^2}} \\ &= 59,99dB \end{aligned}$$

b) La différence d'intensité en décibel est

$$\beta_T - \beta = 10dB \cdot \log \frac{I_T}{10^{-12} \frac{W}{m^2}} - 10dB \cdot \log \frac{I}{10^{-12} \frac{W}{m^2}}$$
$$= 10dB \cdot \left(\log \frac{I_T}{10^{-12} \frac{W}{m^2}} - \log \frac{I}{10^{-12} \frac{W}{m^2}} \right)$$

Comme une soustraction de logarithme est égale au logarithme de la division, on a

$$\beta_T - \beta = 10dB \left(\log \frac{I_T}{10^{-12} \frac{W}{m^2}} - \log \frac{I}{10^{-12} \frac{W}{m^2}} \right)$$
$$= 10dB \cdot \log \frac{\left(\frac{I_T}{10^{-12} \frac{W}{m^2}} \right)}{\left(\frac{I}{10^{-12} \frac{W}{m^2}} \right)}$$
$$= 10dB \cdot \log \frac{I_T}{I}$$

Il nous faut donc le rapport des intensités. Ce rapport est

$$\frac{I_T}{I} = \frac{\frac{1}{2} Z_2 \omega^2 A_T^2}{\frac{1}{2} Z_1 \omega^2 A^2}$$
$$\frac{I_T}{I} = \frac{Z_2 A_T^2}{Z_1 A^2}$$

Puisque l'amplitude du son transmis est

$$A_T = \frac{2Z_1}{Z_1 + Z_2} A$$

on a

$$\frac{I_T}{I} = \frac{Z_2}{Z_1 A^2} \left(\frac{2Z_1}{Z_1 + Z_2} \right)^2 A^2$$
$$\frac{I_T}{I} = \frac{Z_2}{Z_1} \left(\frac{2Z_1}{Z_1 + Z_2} \right)^2$$
$$\frac{I_T}{I} = \frac{4Z_1 Z_2}{\left(Z_1 + Z_2 \right)^2}$$

Avec les valeurs, on a

$$\begin{aligned}\frac{I_T}{I} &= \frac{4\cdot 429\frac{kg}{m^2s}\cdot 1\,450\,000\frac{kg}{m^2s}}{\left(429\frac{kg}{m^2s}+1\,450\,000\frac{kg}{m^2s}\right)^2}\\ &= 1{,}1827\times 10^{-3}\end{aligned}$$

Ainsi,

$$\begin{aligned}\beta_T - \beta &= 10dB\cdot\log\frac{I_T}{I}\\ &= 10dB\cdot\log 1{,}1827\times 10^{-3}\\ &= -29{,}27dB\end{aligned}$$

Cela signifie que l’intensité diminue toujours de 29,3 dB.

6. La longueur d’onde est

$$\begin{aligned}\lambda_{\text{substance}} &= \frac{\lambda_{\text{vide}}}{n}\\ &= \frac{500nm}{1{,}33}\\ &= 375{,}9nm\end{aligned}$$

7. La vitesse de la lumière est

$$v = \frac{c}{n}$$

Il nous faut donc l’indice de réfraction.

On trouve l’indice de réfraction avec

$$\begin{aligned}\lambda_{\text{substance}} &= \frac{\lambda_{\text{vide}}}{n}\\ 480nm &= \frac{600nm}{n}\\ n &= 1{,}25\end{aligned}$$

La vitesse de la lumière est donc

$$\begin{aligned} v &= \frac{c}{n} \\ &= \frac{299\,792\,458\,\frac{m}{s}}{1,25} \\ &= 2,4\times 10^{8}\,\frac{m}{s} \end{aligned}$$

8. Pour trouver les intensités, il nous faut les amplitudes des ondes réfléchie et transmise qui se trouve à partir de l'amplitude de l'onde initiale et des indices de réfraction des milieux.

On trouve l'amplitude de l'onde incidente avec la formule suivante.

$$I = \frac{cn\varepsilon_0 E_0^2}{2}$$

$$5\,\frac{W}{m^2} = \frac{3\times 10^{8}\,\frac{m}{s}\cdot 1\cdot 8,854\times 10^{-12}\,\frac{C^2}{Nm^2}\cdot E_0^2}{2}$$

$$E_0 = 61,36\,\frac{N}{C}$$

Ainsi, les amplitudes des ondes réfléchie et transmise sont

$$\begin{aligned} E_{0R} &= \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} E_0 \\ &= \frac{1-1,33}{1+1,33}\cdot 61,36\,\frac{N}{C} \\ &= -8,690\,\frac{N}{C} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E_{0T} &= \frac{2n_1}{n_1 + n_2} E_0 \\ &= \frac{2\cdot 1}{1+1,33}\cdot 61,36\,\frac{N}{C} \\ &= 52,67\,\frac{N}{C} \end{aligned}$$

Cela signifie que les intensités des ondes transmise et réfléchie sont

$$\begin{aligned}I_R &= \frac{cn\varepsilon_0 E_{0R}^2}{2}\\ &= \frac{3\times 10^8 \tfrac{m}{s}\cdot 1\cdot 8,854\times 10^{-12}\tfrac{C^2}{Nm^2}\cdot\left(-8,690\tfrac{N}{C}\right)^2}{2}\\ &= 0,100\tfrac{W}{m^2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}I_T &= \frac{cn\varepsilon_0 E_{0T}^2}{2}\\ &= \frac{3\times 10^8 \tfrac{m}{s}\cdot 1,33\cdot 8,854\times 10^{-12}\tfrac{C^2}{Nm^2}\cdot\left(52,67\tfrac{N}{C}\right)^2}{2}\\ &= 4,900\tfrac{W}{m^2}\end{aligned}$$

Donc 98% de l'énergie est transmise.

9. Le rapport des intensités est

$$\begin{aligned}\frac{I_T}{I} &= \frac{\frac{1}{2}cn_2\varepsilon_0 E_{0T}^2}{\frac{1}{2}cn_1\varepsilon_0 E_0^2}\\ &= \frac{n_2 E_{0T}^2}{n_1 E_0^2}\end{aligned}$$

Or, l'amplitude de l'onde transmise est

$$E_{0T} = \frac{2n_1}{n_1+n_2}E_0$$

On a donc

$$\begin{aligned}\frac{I_T}{I} &= \frac{n_2 E_{0T}^2}{n_1 E_0^2}\\ &= \frac{n_2}{n_1 E_0^2}\left(\frac{2n_1}{n_1+n_2}\right)^2 E_0^2\\ &= \frac{4n_2 n_1}{\left(n_1+n_2\right)^2}\end{aligned}$$

Puisque le rapport des intensités est 0,92 et qu'on sait que n_1 est 1, on a

$$\frac{I_T}{I} = \frac{4n_2 n_1}{(n_1 + n_2)^2}$$
$$0,92 = \frac{4n_2 \cdot 1}{(1 + n_2)^2}$$

Il ne reste qu'à isoler n_2.

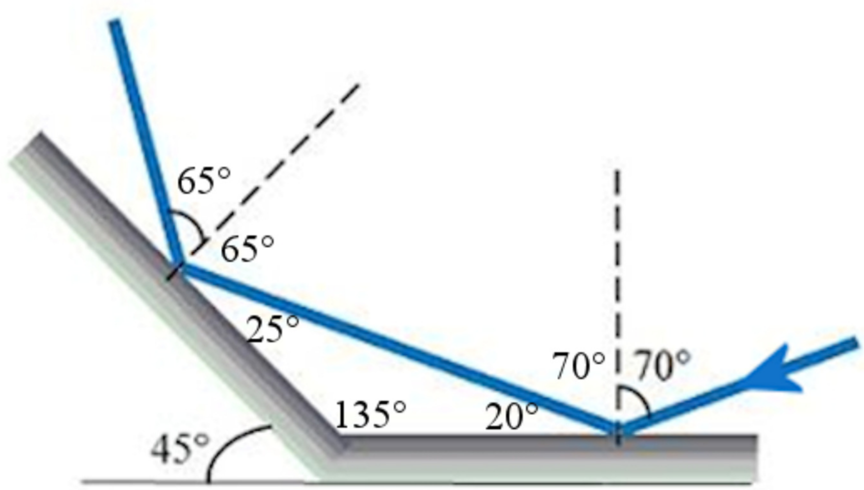
$$0,92 = \frac{4n_2 \cdot 1}{(1 + n_2)^2}$$
$$0,92(1 + n_2)^2 = 4n_2$$
$$0,92 + 1,84n_2 + 0,92n^2 = 4n_2$$
$$0,92 - 2,16n_2 + 0,92n^2 = 0$$

Les solutions de cette équation quadratique sont

1,7888 et 0,5590

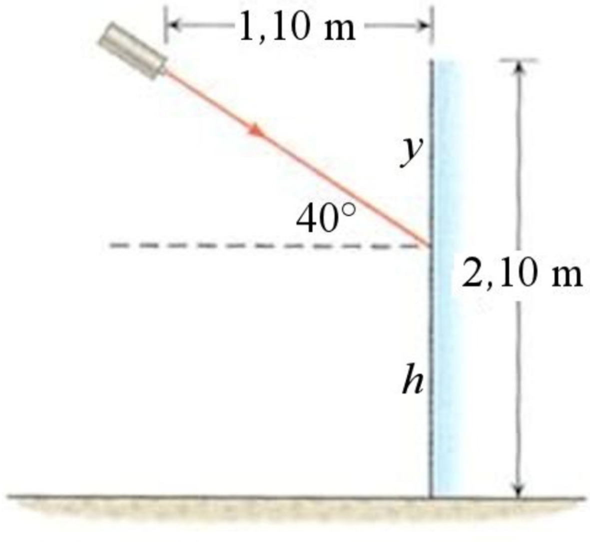
Seule la première solution est possible.

10. On a les angles suivants.



L'angle de 25° vient du fait que la somme des angles d'un triangle doit être de 180°.

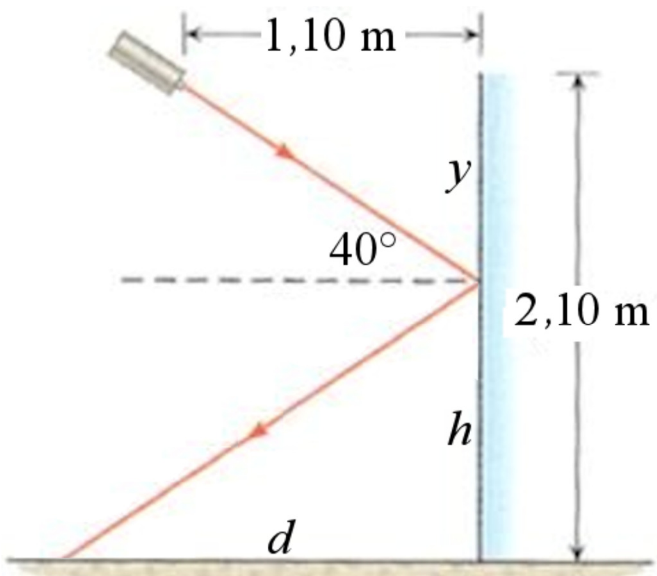
11. On peut trouver à quelle hauteur *h* le laser frappe le miroir.



Sur la figure, on a

$$\tan 50° = \frac{1,10m}{y}$$
$$y = 0,923m$$

La hauteur est donc h = 2,100 m – 0,923 m = 1,177 m. On trouve ensuite la distance au sol avec



$$\tan 50° = \frac{d}{1,117m}$$
$$d = 1,403m$$

12. a) Selon la loi de la réfraction, on a

$$n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2$$
$$n_X \cdot \sin(25°) = 1,33 \cdot \sin(48°)$$
$$n_X = 2,34$$

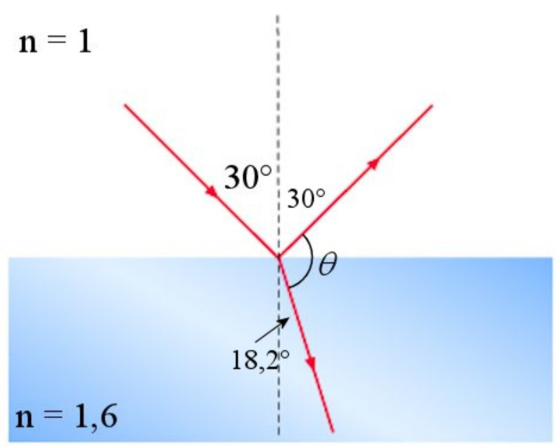
b) La vitesse de la lumière dans la substance X est

$$v = \frac{c}{n}$$
$$= \frac{3\times10^8 \frac{m}{s}}{2,34}$$
$$= 1,28\times10^8 \frac{m}{s}$$

13. Trouvons premièrement l'angle de réfraction

$$n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2$$
$$1 \cdot \sin(30°) = 1,6 \cdot \sin\theta_2$$
$$\theta_2 = 18,21°$$

On a donc la situation suivante.



On doit alors avoir que

$$30^\circ + \theta + 18,21^\circ = 180^\circ$$
$$\theta = 131,79^\circ$$

14. On va trouver la température à partir de la vitesse de l'onde.

$$v = 331,3\tfrac{m}{s} \cdot \sqrt{\frac{T}{273,15K}}$$

Pour la trouver, on a besoin de la vitesse. La vitesse se trouve à partir de la loi de la réfraction

$$\frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2} = \frac{v_1}{v_2}$$

On a les deux angles, mais pas les vitesses. On peut cependant trouver la vitesse dans le milieu 1 avec

$$\begin{aligned} v &= 331,3\tfrac{m}{s} \cdot \sqrt{\frac{T}{273,15K}} \\ &= 331,3\tfrac{m}{s} \cdot \sqrt{\frac{293,15K}{273,15K}} \\ &= 343,2\tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

On peut alors trouver la vitesse de l'onde dans la 2e région avec la loi de la réfraction

$$\begin{aligned} \frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2} &= \frac{v_1}{v_2} \\ \frac{\sin 45^\circ}{\sin 50^\circ} &= \frac{343,2\tfrac{m}{s}}{v_2} \\ v_2 &= 371,8\tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

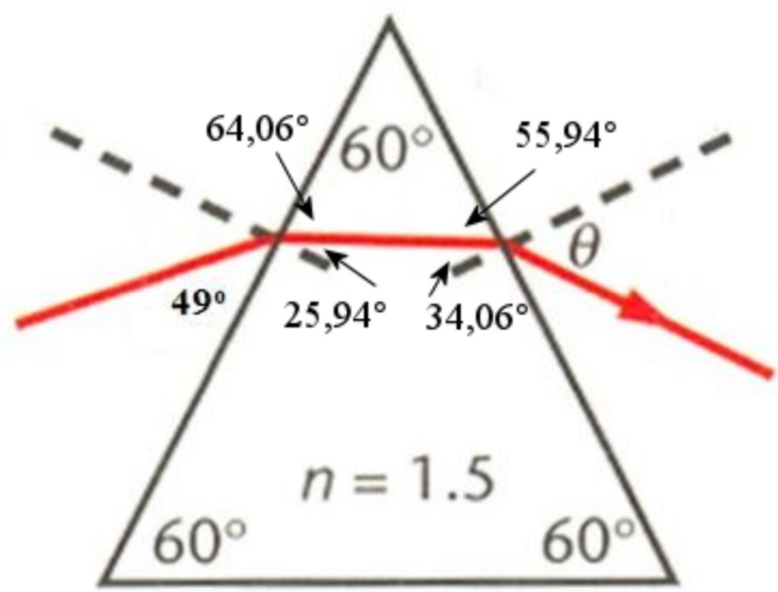
La température est donc

$$v = 331{,}3\tfrac{m}{s} \cdot \sqrt{\frac{T}{273{,}15K}}$$
$$371{,}8\tfrac{m}{s} = 331{,}3\tfrac{m}{s} \cdot \sqrt{\frac{T}{273{,}15K}}$$
$$T = 344{,}1K$$
$$T = 70{,}9°C$$

15. Avec la loi de la réfraction, on a

$$n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2$$
$$1 \cdot \sin(41°) = 1{,}5 \cdot \sin\theta_2$$
$$\theta_2 = 25{,}94°$$

On a alors



Voici comment on trouve ces angles.

64,06° : on a cet angle parce que 25,94° et 64,06° doivent totaliser 90°.

55,94° : On a cet angle parce que la somme des angles d'un triangle doit donner 180°. On doit donc avoir 64,06°+60°+55,94° = 180°.

34,06° : on a cet angle parce que 55,94° et 34,06° doivent totaliser 90°.

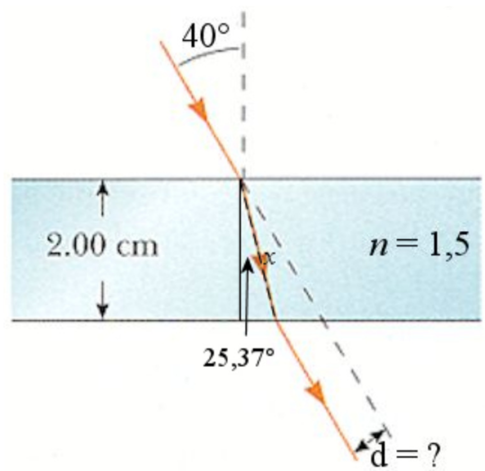
On reprend ensuite la loi de la réfraction pour trouver l'angle θ. On a alors

$$n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2$$
$$1{,}5 \cdot \sin(34{,}06°) = 1 \cdot \sin\theta$$
$$\theta = 57{,}16°$$

16. Trouvons premièrement l'angle de réfraction dans le verre.

$$n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2$$
$$1 \cdot \sin(40°) = 1{,}5 \cdot \sin\theta_2$$
$$\theta = 25{,}37°$$

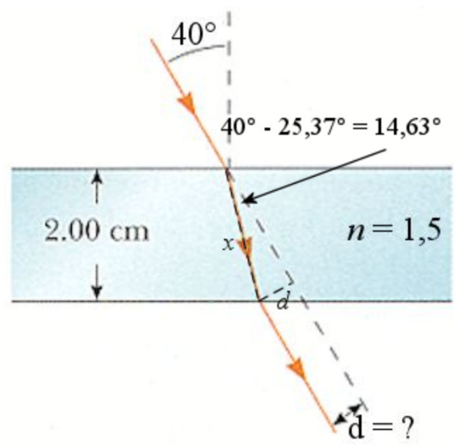
On a alors



On trouve ensuite la longueur du rayon lumineux dans le verre (ligne en pointillée identifiée x). On la trouve avec

$$\cos 25{,}37 = \frac{2cm}{x}$$
$$x = 2{,}214cm$$

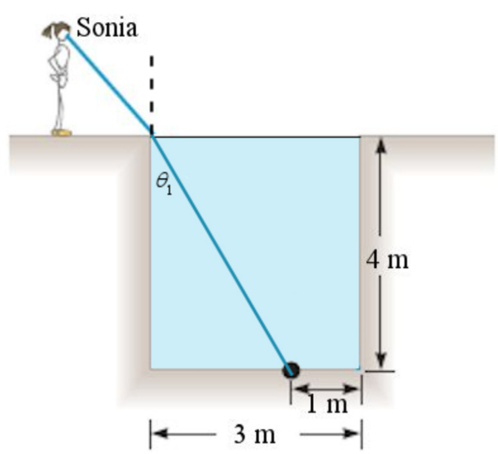
Finalement, on a un autre triangle rectangle. Avec les côtés x et d



Avec ce triangle, on peut trouver *d*.

$$\sin(14,63°) = \frac{d}{x}$$
$$\sin(14,63°) = \frac{d}{2,21cm}$$
$$d = 0,559cm$$

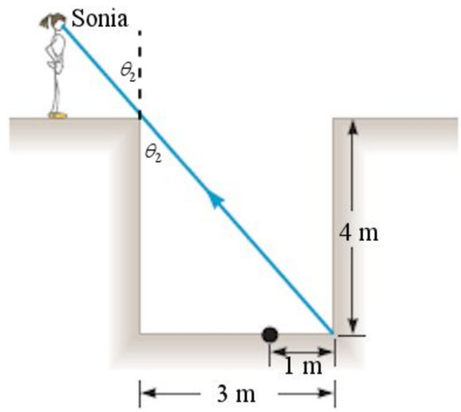
17. Pour voir le point, on doit avoir, au pire, la situation suivante.



L'angle sur cette figure est

$$\tan\theta_1 = \frac{2m}{4m}$$
$$\theta_1 = 26,57°$$

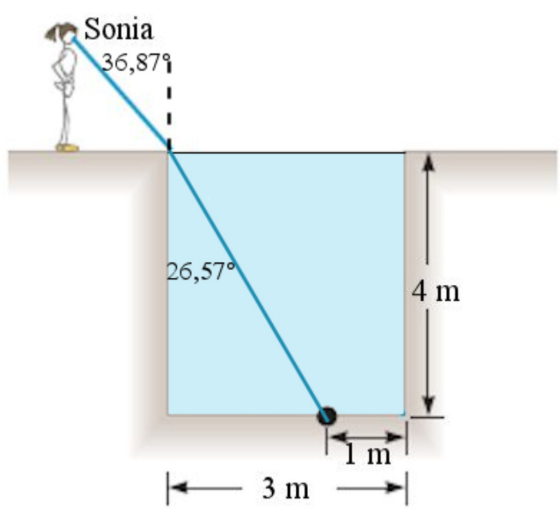
Il nous manque l'angle à l'extérieur du liquide. On trouve cet angle avec la situation initiale.



L'angle sur cette figure est

$$\tan\theta_2 = \frac{3m}{4m}$$
$$\theta_2 = 36,87°$$

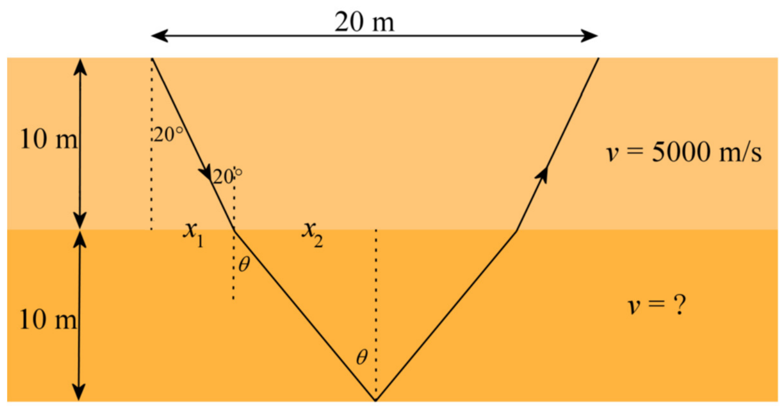
On a donc la situation suivante.



L'indice de réfraction doit donc être de

$$n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2$$
$$n \cdot \sin(26,57°) = 1 \cdot \sin 36,87°$$
$$n = 1,342$$

18. Selon cette figure, on a



$$10m = x_1 + x_2$$

Comme

$$\frac{x_1}{10m} = \tan 20°$$

et

$$\frac{x_2}{10m} = \tan\theta$$

on a

$$10m = 10m \cdot \tan 20° + 10m \cdot \tan\theta$$

On peut alors trouver la valeur de θ.

$$1 = \tan 20° + \tan\theta$$
$$\theta = 32,46°$$

La loi de la réfraction nous donne alors

$$\frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2} = \frac{v_1}{v_2}$$
$$\frac{\sin 20°}{\sin 32,46°} = \frac{5000\frac{m}{s}}{v_2}$$
$$v_2 = 7846\tfrac{m}{s}$$

19. La vitesse de la lumière est

$$v = \frac{c}{n}$$

On doit donc trouver l'indice de réfraction

Si l'angle critique est de 60°, alors on peut trouver l'indice de réfraction avec

$$\sin \theta_c = \frac{n_2}{n_1}$$
$$\sin 60° = \frac{n}{1,33}$$
$$n = 1,152$$

La vitesse de la lumière dans cette substance est donc

$$\begin{aligned} v &= \frac{c}{n} \\ &= \frac{3 \times 10^8 \frac{m}{s}}{1,152} \\ &= 2,60 \times 10^8 \frac{m}{s} \end{aligned}$$

20. L'angle critique est

$$\sin \theta_c = \frac{n_2}{n_1}$$
$$\sin \theta_c = \frac{1}{1,5}$$
$$\theta_c = 41,81°$$

Comme l'angle d'incidence est de 52° (90° - 38°), il y a réflexion totale puisque l'angle d'incidence est supérieur à l'angle critique.

21. L'angle critique est

$$\sin\theta_c = \frac{n_2}{n_1}$$
$$\sin\theta_c = \frac{1,5}{1}$$
$$\theta_c \text{ n'existe pas}$$

Comme il n’y a pas d’angle critique, il ne peut pas y avoir de réflexion totale.

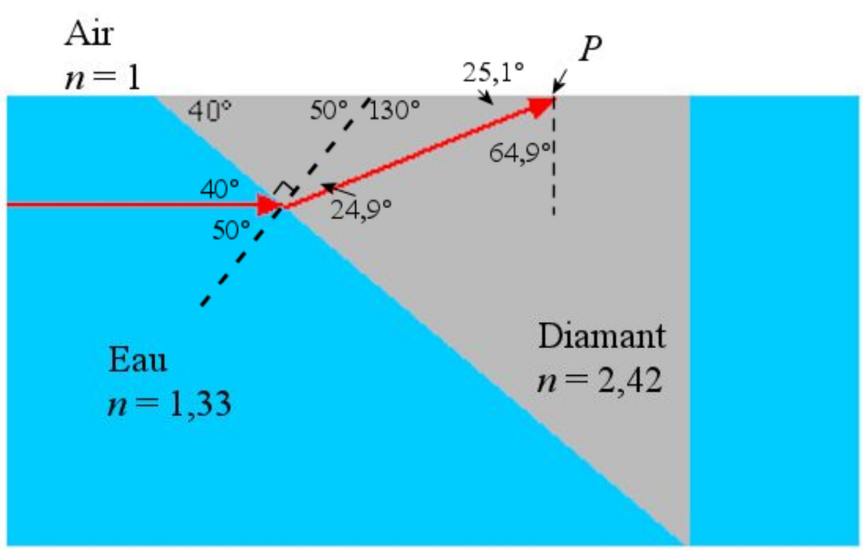
22. L’angle critique est

$$\sin\theta_c = \frac{v_1}{v_2}$$
$$\sin\theta_c = \frac{340\frac{m}{s}}{5000\frac{m}{s}}$$
$$\theta_c = 3,899°$$

La distance est donc

$$\tan\theta_c = \frac{x}{3m}$$
$$x = 0,2045m$$

23. On a les angles suivants.



Voici comment on trouve ces angles.

40° entre le rayon rouge et l'interface entre l'eau et le diamant.
Angle alterne-interne avec le 40° du morceau de diamant.

Angle d'incidence de 50° pour le rayon à l'interface eau-diamant.
40° et 50° doivent totaliser 90°.

Angle de réfraction de 24,9°.
Vient de

$$n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2$$
$$1,33\sin(50°) = 2,42\sin\theta_2$$
$$\theta_2 = 24,9°$$

Angle de 50° (au bout de la ligne pointillée, près de l'interface entre l'air et le diamant).
La somme des angles d'un triangle doit être de 180°.
On doit donc avoir 40° + 90° + 50° = 180°.

Angle de 130°
La somme de l'angle de 50° et de l'angle de 130° doit donner 180° (angles supplémentaires.

Angle de 25,1°
La somme des angles d'un triangle doit être de 180°.
On doit donc avoir 130° + 24,9° + 25,1° = 180°.

Angle de 64,9°
25,1° et 64,9° doivent totaliser 90°.

L'angle d'incidence du rayon est donc de 64,9°. Est-il plus grand que l'angle critique ? L'angle critique est

$$\sin\theta_c = \frac{n_2}{n_1}$$
$$\sin\theta_c = \frac{1}{2,42}$$
$$\theta_c = 24,4°$$

Comme l'angle d'incidence est plus grand que l'angle critique, il y a réflexion totale au point P.

24. L'angle de réfraction du rouge est

$$n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2$$
$$1\cdot\sin(80°) = 1,62\cdot\sin\theta_2$$
$$\theta_2 = 37,44°$$

L'angle de réfraction du mauve est

$$n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2$$
$$1\cdot\sin(80°) = 1,66\cdot\sin\theta_2$$
$$\theta_2 = 36,39°$$

L'écart entre les deux est donc 37,44° - 36,39° = 1,05°.

25. L'angle de polarisation est

$$\tan\theta_p = \frac{n_2}{n_1}$$
$$\tan\theta = \frac{1,55}{1}$$
$$\theta_p = 57,2°$$

26. L'angle de polarisation est

$$\tan\theta_p = \frac{n_2}{n_1}$$
$$\tan\theta = \frac{1,2}{1,6}$$
$$\theta_p = 36,9°$$

27. Si le rayon réfléchi est polarisé, c'est que l'angle d'incidence est égal à l'angle de polarisation. Cet angle est

$$\tan\theta_p = \frac{n_2}{n_1}$$
$$\tan\theta = \frac{1,7}{1}$$
$$\theta_p = 59,53°$$

L'angle de réfraction est alors

$$n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2$$
$$1 \cdot \sin 59,53° = 1,7 \cdot \sin\theta_2$$
$$\theta_2 = 30,46°$$

28. a) Avec un angle critique de 48°, on a

$$\sin\theta_c = \frac{n_2}{n_1}$$
$$\sin 48° = \frac{n_2}{n_1}$$

On ne peut pas trouver les valeurs des indices de réfraction, mais on peut trouver la valeur de n_2/n_1 On a alors

$$\sin 48° = \frac{n_2}{n_1}$$
$$\frac{n_2}{n_1} = 0,743$$

L'angle de polarisation est donc

$$\tan\theta_p = \frac{n_2}{n_1}$$
$$\tan\theta = 0,743$$
$$\theta_p = 36,6°$$

b) Non, car l'angle de polarisation est à 36,6° alors que la réflexion totale commence à 48°.

29. On va commencer par trouver les pourcentages de la puissance réfléchie et transmis à chaque surface.

Quand la lumière arrive de l’air au verre, les amplitudes transmise et réfléchie sont

$$\begin{aligned} E_{0R} &= \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} E_0 \\ &= \frac{1-1,5}{1+1,5} \cdot E_0 \\ &= -0,2 E_0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E_{0T} &= \frac{2n_1}{n_1 + n_2} E_0 \\ &= \frac{2 \cdot 1}{1+1,5} \cdot E_0 \\ &= 0,8 E_0 \end{aligned}$$

Cela signifie que les intensités des ondes transmise et réfléchie par rapport à l’intensité de l’onde initiale sont

$$\begin{aligned} \frac{I_R}{I_0} &= \frac{\left(\frac{c n_1 \varepsilon_0 E_{0R}^2}{2}\right)}{\left(\frac{c n_1 \varepsilon_0 E_0^2}{2}\right)} \\ &= \frac{E_{0R}^2}{E_0^2} \\ &= \frac{\left(0,2 E_0\right)^2}{E_0^2} \\ &= \left(0,2\right)^2 \\ &= 0,04 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
I_T &= \frac{\left(\frac{cn_2\varepsilon_0 E_{0T}^2}{2}\right)}{\left(\frac{cn_1\varepsilon_0 E_0^2}{2}\right)} \\
&= \frac{n_2 E_{0T}^2}{n_1 E_0^2} \\
&= \frac{n_2\left(0,8E_0\right)^2}{n_1 E_0^2} \\
&= \frac{n_2\left(0,8\right)^2}{n_1} \\
&= \frac{1,5\left(0,8\right)^2}{1} \\
&= 0,96
\end{aligned}$$

Donc 96% de l'énergie entre dans le verre.

Une fois à l'intérieur, la lumière arrive à l'interface verre air. À cette interface, les amplitudes des ondes réfléchie et transmise sont

$$\begin{aligned}
E_{0R} &= \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} E_0 \\
&= \frac{1,5-1}{1+1,5} \cdot E_0 \\
&= 0,2E_0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
E_{0T} &= \frac{2n_1}{n_1 + n_2} E_0 \\
&= \frac{2 \cdot 1,5}{1+1,5} \cdot E_0 \\
&= 1,2E_0
\end{aligned}$$

Cela signifie que les intensités des ondes transmise et réfléchie par rapport à l'intensité de l'onde initiale sont

$$\begin{aligned}
\frac{I_R}{I_0} &= \frac{\left(\frac{cn_2\varepsilon_0 E_{0R}^2}{2}\right)}{\left(\frac{cn_2\varepsilon_0 E_0^2}{2}\right)} \\
&= \frac{E_{0R}^2}{E_0^2} \\
&= \frac{\left(0,2E_0\right)^2}{E_0^2} \\
&= \left(0,2\right)^2 \\
&= 0,04
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
I_T &= \frac{\left(\frac{cn_1\varepsilon_0 E_{0T}^2}{2}\right)}{\left(\frac{cn_2\varepsilon_0 E_0^2}{2}\right)} \\
&= \frac{n_1 E_{0T}^2}{n_2 E_0^2} \\
&= \frac{n_1\left(1,2E_0\right)^2}{n_2 E_0^2} \\
&= \frac{n_1\left(1,2\right)^2}{n_2} \\
&= \frac{1\left(1,2\right)^2}{1,5} \\
&= 0,96
\end{aligned}$$

On peut maintenant trouver l'intensité de la lumière transmise.

Rayon qui ne fait pas de réflexion

Dans ce cas, la lumière traverse directement les deux surfaces. Le pourcentage transmis est

$$0,96 \cdot 0,96 = 0,9216 = 92,16\%$$

Rayon qui fait 1 aller-retour

Dans ce cas, la lumière entre dans le verre, se réfléchit 2 fois et sort du verre. Le pourcentage de lumière pour ce trajet est

$$0{,}96 \cdot 0{,}04 \cdot 0{,}04 \cdot 0{,}96 = 0{,}96^2 \cdot 0{,}04^2$$

<u>Rayon qui fait 2 allers-retours</u>

Dans ce cas, la lumière entre dans le verre, se réfléchit 4 fois et sort du verre. Le pourcentage de lumière pour ce trajet est

$$0{,}96 \cdot 0{,}04 \cdot 0{,}04 \cdot 0{,}04 \cdot 0{,}04 \cdot 0{,}96 = 0{,}96^2 \cdot 0{,}04^4$$

<u>Rayon qui fait 3 allers-retours</u>

Dans ce cas, la lumière entre dans le verre, se réfléchit 6 fois puis sort du verre. Le pourcentage de lumière pour ce trajet est

$$0{,}96^2 \cdot 0{,}04^6$$

Et ainsi de suite…

Si on fait la somme de toutes ces intensités, on trouve

$$\begin{aligned} I_{tot} &= (0{,}96)^2 + (0{,}96)^2(0{,}04)^2 + (0{,}96)^2(0{,}04)^4 + (0{,}96)^2(0{,}04)^6 + ... \\ &= (0{,}96)^2\left(1 + 0{,}0016 + 0{,}0016^2 + 0{,}0016^3 + ...\right) \end{aligned}$$

Ce genre de somme est une série géométrique. On peut la calculer directement ou on peut prendre une formule qui donne la somme. Trouvons cette formule. Si on a une série géométrique

$$S = a + ar + ar^2 + ar^3 + ...$$

On peut écrire

$$\begin{gathered} Sr = ar + ar^2 + ar^3 + ar^4 + ... \\ Sr = S - a \\ S - Sr = a \\ S(1-r) = a \\ S = \frac{a}{1-r} \end{gathered}$$

Donc, notre somme ici est

$$
\begin{aligned}
I_{tot} &= (0,96)^2 \cdot \frac{1}{1-0,0016} \\
&= 0,9231
\end{aligned}
$$

92,31 % de la lumière est donc transmise. Il y a donc 7,69% de la lumière qui est réfléchie.