Solutionnaire du chapitre 12

1. a) Le nombre de protons est 18

Le nombre de neutrons est 39 – 18 = 21

b) Le nombre de protons est 76

Le nombre de neutrons est 180 – 76 = 104

2. a) Le rayon est

$$\begin{aligned} r_{noyau} &= 1,2\,fm \cdot \sqrt[3]{A} \\ &= 1,2\,fm \cdot \sqrt[3]{18} \\ &= 3,14\,fm \end{aligned}$$

b) Le rayon est

$$\begin{aligned} r_{noyau} &= 1,2\,fm \cdot \sqrt[3]{A} \\ &= 1,2\,fm \cdot \sqrt[3]{235} \\ &= 7,41\,fm \end{aligned}$$

3. Trouvons la densité du noyau de carbone à partir de son rayon et de sa masse.

Le noyau de carbone a un rayon de

$$\begin{aligned} r_{noyau} &= 1,2\,fm \cdot \sqrt[3]{A} \\ &= 1,2\,fm \cdot \sqrt[3]{12} \\ &= 2,75\,fm \end{aligned}$$

La masse du noyau est la masse de l'atome moins la masse des électrons.

$$\begin{aligned} m_{noyau} &= 12,000\,000u - 6 \cdot 0,000\,549u \\ &= 11,996\,706u \end{aligned}$$

Ainsi, la densité du noyau est

$$\begin{aligned}
\rho &= \frac{m}{Vol} \\
&= \frac{m}{\frac{4}{3}\pi r^3} \\
&= \frac{11,996\,706 \cdot 1,660539 \times 10^{-27} kg}{\frac{4}{3}\pi \left(2,75 \times 10^{-15} m\right)^3} \\
&= 2,287 \times 10^{17} \tfrac{kg}{m^3}
\end{aligned}$$

Si la Terre avait cette densité, on aurait alors

$$\begin{aligned}
\rho &= \frac{m}{Vol} \\
2,287 \times 10^{17} \tfrac{kg}{m^3} &= \frac{6 \times 10^{24} kg}{\frac{4}{3}\pi r^3} \\
r &= 184m
\end{aligned}$$

La Terre aurait à peine un rayon de 184 m !

4. On veut faire

$$ {}^{26}_{12}Mg \rightarrow {}^{25}_{12}Mg + {}^{1}_{0}n $$

Avec les masses dans les tables, on a

$$\begin{aligned}
Q &= \left(m_{avant} - m_{après}\right) \cdot 931,5 \tfrac{MeV}{u} \\
&= \left(25,982\ 593\ u - \left(24,985\ 837\ u + 1,008\ 665\ u\right)\right) \cdot 931,5 \tfrac{MeV}{u} \\
&= \left(-0,01191 u\right) \cdot 931,5 \tfrac{MeV}{u} \\
&= -11,09 MeV
\end{aligned}$$

On doit fournir 11,09 MeV pour arracher le neutron.

5. On veut faire

$$ {}^{26}_{12}Mg \rightarrow {}^{25}_{11}Na + {}^{1}_{1}H $$

Avec les masses dans les tables, on a

$$\begin{aligned}Q &= \left(m_{avant} - m_{après}\right)\cdot 931,5\tfrac{MeV}{u}\\ &= \left(25,982\ 593\ u - \left(24,989\ 954\ u + 1,007\ 8255\ u\right)\right)\cdot 931,5\tfrac{MeV}{u}\\ &= \left(-0,015186\ u\right)\cdot 931,5\tfrac{MeV}{u}\\ &= -14,15 MeV\end{aligned}$$

On doit fournir 14,15 MeV pour arracher le proton.

6. a) L'énergie de liaison est

$$\begin{aligned}E_{liaison} &= \left(Zm_{H1} + Nm_n - m_X\right)\cdot 931,5\tfrac{MeV}{u}\\ &= \left(13\cdot 1,007\ 83u + 23\cdot 1,008\ 66u - 36,006\ 21u\right)\cdot 931,5\tfrac{MeV}{u}\\ &= \left(0,29476u\right)\cdot 931,5\tfrac{MeV}{u}\\ &= 274,6 MeV\end{aligned}$$

b) L'énergie de liaison est

$$\begin{aligned}E_{liaison} &= \left(Zm_{H1} + Nm_n - m_X\right)\cdot 931,5\tfrac{MeV}{u}\\ &= \left(84\cdot 1,007\ 825u + 120\cdot 1,008\ 665u - 203,980\ 318u\right)\cdot 931,5\tfrac{MeV}{u}\\ &= \left(1,716782u\right)\times 931,5\tfrac{MeV}{u}\\ &= 1599 MeV\end{aligned}$$

7. L'énergie de liaison du cuivre 60 est

$$\begin{aligned}E_{liaison} &= \left(Zm_{H1} + Nm_n - m_X\right)\cdot 931,5\tfrac{MeV}{u}\\ &= \left(29\cdot 1,007\ 825u + 31\cdot 1,008\ 665u - 59,937\ 365u\right)\cdot 931,5\tfrac{MeV}{u}\\ &= \left(0,558175u\right)\cdot 931,5\tfrac{MeV}{u}\\ &= 519,9 MeV\end{aligned}$$

L'énergie de liaison du cobalt 60 est

$$\begin{aligned} E_{liaison} &= \left(Zm_{H1} + Nm_n - m_X\right)\cdot 931{,}5\tfrac{MeV}{u} \\ &= \left(27\cdot 1{,}007\ 825u + 33\cdot 1{,}008\ 665u - 59{,}933\ 817u\right)\cdot 931{,}5\tfrac{MeV}{u} \\ &= \left(0{,}563403u\right)\cdot 931{,}5\tfrac{MeV}{u} \\ &= 524{,}8MeV \end{aligned}$$

8. a) La réaction est

$${}^{112}_{54}Xe \to {}^{108}_{52}Te + {}^{4}_{2}He$$

b) L'énergie libérée est

$$\begin{aligned} Q &= \left(m_{Xe} - m_{Te} - m_{He}\right)\cdot 931{,}5\tfrac{MeV}{u} \\ &= \left(111{,}935\ 62u - 107{,}929\ 44u - 4{,}002\ 60u\right)\cdot 931{,}5\tfrac{MeV}{u} \\ &= \left(0{,}003\ 58u\right)\cdot 931{,}5\tfrac{MeV}{u} \\ &= 3{,}33MeV \end{aligned}$$

c) L'énergie cinétique de la particule alpha est

$$\begin{aligned} E_{k\ He4} &= \frac{m_{Te}}{m_{He4} + m_{Te}}Q \\ &= \frac{107{,}929\ 44u}{4{,}002\ 60u + 107{,}929\ 44u}\cdot 3{,}33MeV \\ &= 3{,}21MeV \end{aligned}$$

9. La réaction est

$${}^{85}_{36}Kr \to {}^{85}_{37}Rb + e^- + \overline{\nu}$$

L'énergie libérée est

$$\begin{aligned} Q &= \left(m_{Kr} - m_{Rb}\right)\cdot 931{,}5\tfrac{MeV}{u} \\ &= \left(84{,}912\ 527\ 3u - 84{,}911\ 789\ 7u\right)\cdot 931{,}5\tfrac{MeV}{u} \\ &= \left(0{,}000\ 737\ 6u\right)\cdot 931{,}5\tfrac{MeV}{u} \\ &= 0{,}687MeV \end{aligned}$$

10. La réaction est

$$ {}^{40}_{19}K \to {}^{40}_{18}Ar + e^{+} + \nu $$

L'énergie libérée est

$$ \begin{aligned} Q &= \left(m_K - m_{Ar} - 2m_e\right)\cdot 931,5\tfrac{MeV}{u} \\ &= \left(39,963\ 998\ 48u - 39,962\ 383\ 12u - 2\cdot 0,000\ 548\ 58u\right)\cdot 931,5\tfrac{MeV}{u} \\ &= \left(0,000\ 518\ 2u\right)\cdot 931,5\tfrac{MeV}{u} \\ &= 0,483MeV \end{aligned} $$

11. La réaction est

$$ {}^{29}_{15}P \to {}^{29}_{14}Si + \nu $$

L'énergie libérée est

$$ \begin{aligned} Q &= \left(m_P - m_{Si}\right)\cdot 931,5\tfrac{MeV}{u} \\ &= \left(28,981\ 800\ 6u - 28,976\ 494\ 7u\right)\cdot 931,5\tfrac{MeV}{u} \\ &= \left(0,005\ 305\ 9u\right)\cdot 931,5\tfrac{MeV}{u} \\ &= 4,94MeV \end{aligned} $$

12. La réaction est

$$ {}^{49}_{24}Cr^{*} \to {}^{49}_{24}Cr + \gamma $$

13. La réaction est possible si Q est positive.

a) La réaction serait

$$ {}^{25}_{10}Ne \to {}^{25}_{11}Na + e^{-} + \overline{\nu} $$

L'énergie libérée par cette réaction serait

$$\begin{aligned}Q &= \left(m_{Ne} - m_{Na}\right) \cdot 931,5 \tfrac{MeV}{u} \\ &= \left(24,997\ 737u - 24,989\ 954u\right) \cdot 931,5 \tfrac{MeV}{u} \\ &= \left(0,007\ 783u\right) \cdot 931,5 \tfrac{MeV}{u} \\ &= 7,25 MeV\end{aligned}$$

Comme la valeur de Q est positive, cette réaction est possible.

b) La réaction serait

$$^{28}_{13}Al \to {}^{28}_{12}Mg + e^+ + \nu$$

L'énergie libérée par cette réaction serait

$$\begin{aligned}Q &= \left(m_{Al} - m_{Mg} - 2m_e\right) \cdot 931,5 \tfrac{MeV}{u} \\ &= \left(27,981\ 910\ 3u - 27,983\ 876\ 8u - 2 \cdot 0,000\ 548\ 6\right) \cdot 931,5 \tfrac{MeV}{u} \\ &= \left(\text{-}0,003\ 063\ 7u\right) \cdot 931,5 \tfrac{MeV}{u} \\ &= -2,85 MeV\end{aligned}$$

Comme la valeur de Q est négative, cette réaction est impossible.

14. a) Le nombre initial de noyaux est

$$\begin{aligned}N_0 &= \frac{masse}{masse\ atomique} N_A \\ &= \frac{0,002g}{83 \frac{g}{mol}} \cdot 6,022 \times 10^{23} \\ &= 1,45 \times 10^{19}\end{aligned}$$

b) Le nombre de noyaux est

$$\begin{aligned}N &= N_0 e^{-\lambda t} \\ &= N_0 e^{-\frac{\ln 2}{T_{1/2}} t} \\ &= 1,45 \times 10^{19} \cdot e^{-\frac{\ln 2}{32,41h} \cdot 72h} \\ &= 3,11 \times 10^{18}\end{aligned}$$

15. Le nombre de noyaux initial est

$$\begin{aligned} N_0 &= \frac{masse}{masse\ atomique} N_A \\ &= \frac{1g}{208\frac{g}{mol}} \cdot 6,022 \times 10^{23} \\ &= 2,8952 \times 10^{21} \end{aligned}$$

Au bout de 10 ans, le nombre de noyaux de polonium qui reste est

$$\begin{aligned} N &= N_0 e^{-\lambda t} \\ &= N_0 e^{-\frac{\ln 2}{T_{1/2}} t} \\ &= 2,8952 \times 10^{21} \cdot e^{-\frac{\ln 2}{2,898a} \cdot 10a} \\ &= 2,648 \times 10^{20} \end{aligned}$$

Le nombre de noyaux de plomb est égal au nombre d'atome de radium qui se sont désintégré. Ce nombre d'atome est égal au nombre d'atome initial de polonium moins le nombre d'atome de polonium qui reste.

$$\begin{aligned} N_{Pb} &= 2,8952 \times 10^{21} - 2,648 \times 10^{20} \\ &= 2,6304 \times 10^{21} \end{aligned}$$

La masse de ces atomes de plomb est

$$N = \frac{masse}{masse\ atomique} N_A$$

$$2,6304 \times 10^{21} = \frac{m}{204\frac{g}{mol}} \cdot 6,022 \times 10^{23}$$

$$m = 0,891g$$

16. a) L'activité initiale est

$$R_0 = \lambda N_0$$

Le nombre initial de noyaux est

$$\begin{aligned} N_0 &= \frac{masse}{masse\ atomique} N_A \\ &= \frac{5\times10^{-6} g}{201 \frac{g}{mol}} \cdot 6,022\times10^{23} \\ &= 1,498\times10^{16} \end{aligned}$$

La constante de désintégration est

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{\ln 2}{T_{1/2}} \\ &= \frac{\ln 2}{15,3\cdot 60 s} \\ &= 7,55\times10^{-4} s^{-1} \end{aligned}$$

L'activité initiale est donc

$$\begin{aligned} R_0 &= \lambda N_0 \\ &= 7,55\times10^{-4} s \cdot 1,498\times10^{16} \\ &= 1,131\times10^{13} Bq \\ &= 305,6 Ci \end{aligned}$$

b) Dans 1 heure, l'activité sera

$$\begin{aligned} R &= R_0 e^{-\lambda t} \\ &= R_0 e^{-\frac{\ln 2}{T_{1/2}} t} \\ &= 305,6 Ci \cdot e^{-\frac{\ln 2}{15,3\min}\cdot 60\min} \\ &= 20,17 Ci \end{aligned}$$

17. On a

$$\begin{aligned} R &= R_0 e^{-\lambda t} \\ R &= R_0 e^{-\frac{\ln 2}{T_{1/2}}} \\ 16,9\mu Ci &= 20\mu Ci \cdot e^{-\frac{\ln 2}{T_{1/2}}\cdot 48h} \\ T_{1/2} &= 197,5h \end{aligned}$$

18. Le nombre de noyaux initial est

$$\begin{aligned} N_0 &= \frac{masse}{masse\ atomique} N_A \\ &= \frac{10g}{227\frac{g}{mol}} 6,022\times 10^{23} \\ &= 2,653\times 10^{22} \end{aligned}$$

Le nombre de noyaux qui restera dans 2 heures est

$$\begin{aligned} N &= N_0 e^{-\lambda t} \\ &= N_0 e^{-\frac{\ln 2}{T_{1/2}}t} \\ &= 2,653\times 10^{22} \cdot e^{-\frac{\ln 2}{42,2\min}120\min} \\ &= 3,696\times 10^{21} \end{aligned}$$

Le nombre de noyaux qui va se désintégrer est égal à la différence entre le nombre initial de noyaux et le nombre de noyaux qu'il restera au bout de 2 heures.

$$\begin{aligned} N_{\text{désintégré}} &= N_0 - N \\ &= 2,653\times 10^{22} - 3,696\times 10^{21} \\ &= 2,283\times 10^{22} \end{aligned}$$

19. Avec 20 g de carbone, l'activité initiale était de

$$\begin{aligned} R_0 &= 0,25\tfrac{Bq}{g} \cdot 20g \\ &= 5Bq \end{aligned}$$

On a donc

$$R = R_0 e^{-\lambda t}$$
$$R = R_0 e^{-\frac{\ln 2}{T_{1/2}}}$$
$$4,4Bq = 5Bq \cdot e^{-\frac{\ln 2}{5730ans}\cdot t}$$
$$T = 1057ans$$

Ce morceau de bois date donc de l'an 2021 – 1057 = 964. Il date donc du 10e siècle.

20. On peut trouver la masse avec le nombre de noyau de radium. Celui se trouve avec

$$R = \lambda N$$

La constante de désintégration est

$$\begin{aligned}\lambda &= \frac{\ln 2}{T_{1/2}} \\ &= \frac{\ln 2}{1\,287\,360 s} \\ &= 5,384\times10^{-7} s^{-1}\end{aligned}$$

Le nombre de noyaux est donc

$$\begin{aligned}R &= \lambda N \\ 25\cdot 3,7\times10^{10} Bq &= 5,384\times10^{-7} s^{-1}\cdot N \\ N &= 1,718\times10^{18}\end{aligned}$$

On trouve finalement la masse.

$$\begin{aligned}N &= \frac{masse}{masse\ atomique} N_A \\ 1,718\times10^{18} &= \frac{masse}{225\frac{g}{mol}}\cdot 6,022\times10^{23} \\ masse &= 6,42\times10^{-4} g\end{aligned}$$

21. Seules les désintégrations alpha changent le nombre de nucléons. Comme on est passé de 235 nucléons à 207 nucléons et qu'on en perd 4 par désintégration, on a

$$\begin{aligned}N_\alpha &= \frac{235-207}{4} \\ &= 7\end{aligned}$$

Si on avait eu que des désintégrations alpha, le nombre de protons aurait diminué de

$$7\cdot 2 = 14$$

Puisqu'on perd 2 protons à chaque désintégration. Or l'uranium a 92 protons et le plomb en a 82. On a donc perdu seulement 10 protons. On a donc dû avoir

4 désintégrations bêta qui ont changé 4 neutrons en protons pour qu'on perde seulement 10 protons au lieu de 14.

Il y a donc eu 7 désintégrations alpha et 4 désintégrations béta.

22. Le nombre d'atomes de potassium qui reste est

$$N_K = N_0 e^{-\lambda t}$$

Le nombre d'atomes d'argon est égal au nombre d'atomes de potassium qui s'est transformé en argon. Ce nombre est égal au nombre initial d'atomes de potassium moins le nombre d'atomes de potassium qui reste. On a donc

$$\begin{aligned} N_{Ar} &= N_0 - N_K \\ &= N_0 - N_0 e^{-\lambda t} \end{aligned}$$

Le rapport du nombre d'atomes d'argon et de potassium est donc

$$\begin{aligned} \frac{N_{Ar}}{N_K} &= \frac{N_0 - N_0 e^{-\lambda t}}{N_0 e^{-\lambda t}} \\ &= \frac{1 - e^{-\lambda t}}{e^{-\lambda t}} \\ &= \frac{1}{e^{-\lambda t}} - \frac{e^{-\lambda t}}{e^{-\lambda t}} \\ &= e^{\lambda t} - 1 \end{aligned}$$

On a donc

$$\begin{gathered} \frac{N_{Ar}}{N_K} = e^{\lambda t} - 1 \\ 0,15 = e^{\frac{\ln(2)}{1,248Ga} \cdot t} - 1 \\ 1,15 = e^{\frac{\ln(2)}{1,248Ga} \cdot t} \\ \ln(1,15) = \frac{\ln(2)}{1,248Ga} \cdot t \\ t = 0,252Ga = 252Ma \end{gathered}$$

23. Pour chaque réaction, le nombre de protons et le nombre de nucléons doivent être le même de chaque côté de l'équation. On a donc

1) ${}^{15}_{7}N + {}^{1}_{1}H \rightarrow {}^{12}_{6}C + {}^{4}_{2}He$
2) ${}^{18}_{8}O + {}^{1}_{1}H \rightarrow {}^{18}_{9}F + {}^{1}_{0}n$
3) ${}^{7}_{3}Li + {}^{1}_{1}H \rightarrow {}^{7}_{4}Be + {}^{1}_{0}n$
4) ${}^{10}_{5}B + {}^{1}_{0}n \rightarrow {}^{7}_{3}Li + {}^{4}_{2}He$

24. On trouve l'énergie libérée à partir des masses avec

$$Q = \left(m_{avant} - m_{après} \right) \cdot 931,5 \tfrac{MeV}{u}$$

1) On a

$$\begin{aligned} Q &= \left(m_{avant} - m_{après} \right) \cdot 931,5 \tfrac{MeV}{u} \\ &= \left(\left(m_N + m_{He} \right) - \left(m_O + m_H \right) \right) \cdot 931,5 \tfrac{MeV}{u} \\ &= \begin{pmatrix} (14,003\ 074u + 4,002\ 603u) - \\ \qquad (16,999\ 131u + 1,007\ 825u) \end{pmatrix} \cdot 931,5 \tfrac{MeV}{u} \\ &= \left(\text{-0,001 279}u \right) \cdot 931,5 \tfrac{MeV}{u} \\ &= -1,19 MeV \end{aligned}$$

Il faut donc fournir 1,19 MeV pour que cette réaction se produise.

2) On a

$$\begin{aligned} Q &= \left(m_{avant} - m_{après} \right) \cdot 931,5 \tfrac{MeV}{u} \\ &= \left(\left(m_{Be} + m_{He} \right) - \left(m_C + m_n \right) \right) \cdot 931,5 \tfrac{MeV}{u} \\ &= \begin{pmatrix} (9,012\ 182u + 4,002\ 603u) - \\ \qquad (12,000\ 000u + 1,008\ 665u) \end{pmatrix} \cdot 931,5 \tfrac{MeV}{u} \\ &= \left(0,006\,120u \right) \cdot 931,5 \tfrac{MeV}{u} \\ &= 5,70 MeV \end{aligned}$$

Cette réaction libère donc 5,70 MeV.

3) On a

$$\begin{aligned}
Q &= \left(m_{avant} - m_{après}\right)\cdot 931,5\tfrac{MeV}{u} \\
&= \left(\left(m_{Al} + m_{He}\right) - \left(m_P + m_n\right)\right)\cdot 931,5\tfrac{MeV}{u} \\
&= \begin{pmatrix} \left(26,981\ 539u + 4,002\ 603u\right) - \\ \qquad\qquad \left(29,978\ 314u + 1,008\ 665u\right) \end{pmatrix}\cdot 931,5\tfrac{MeV}{u} \\
&= \left(\text{-0,002 837}u\right)\cdot 931,5\tfrac{MeV}{u} \\
&= -2,64MeV
\end{aligned}$$

Il faut donc fournir 2,64 MeV pour que cette réaction se produise.

4) On a

$$\begin{aligned}
Q &= \left(m_{avant} - m_{après}\right)\cdot 931,5\tfrac{MeV}{u} \\
&= \left(\left(m_N + m_n\right) - \left(m_C + m_H\right)\right)\cdot 931,5\tfrac{MeV}{u} \\
&= \begin{pmatrix} \left(14,003\ 074u + 1,008\ 665u\right) - \\ \qquad\qquad \left(14,003\ 242u + 1,007\ 825u\right) \end{pmatrix}\cdot 931,5\tfrac{MeV}{u} \\
&= \left(0,000\ 672u\right)\cdot 931,5\tfrac{MeV}{u} \\
&= 0,626MeV
\end{aligned}$$

Cette réaction libère donc 0,626 MeV.

25. Dans une réaction, le nombre de protons et le nombre de nucléons doivent être le même de chaque côté de l'équation. On a donc

$$ {}_0^1n + {}_{92}^{235}U \to {}_{55}^{144}Cs + {}_{37}^{90}Rb + 2\,{}_0^1n $$

26. On trouve l'énergie libérée à partir des masses avec

$$Q = \left(m_{avant} - m_{après}\right)\cdot 931,5\tfrac{MeV}{u}$$

On a donc

$$\begin{aligned}
Q &= \left(m_{avant} - m_{après}\right) \cdot 931,5 \tfrac{MeV}{u} \\
&= \left(\left(m_n + m_U\right) - \left(m_{Xe} + m_{Sr} + 3 \cdot m_n\right)\right) \cdot 931,5 \tfrac{MeV}{u} \\
&= \begin{pmatrix} \left(1,008\ 66u + 235,043\ 93u\right) - \\ \qquad \left(142,935\ 11u + 89,907\ 74\ u + 3 \cdot 1,008\ 66u\right) \end{pmatrix} \cdot 931,5 \tfrac{MeV}{u} \\
&= \left(0,183\ 76u\right) \cdot 931,5 \tfrac{MeV}{u} \\
&= 171,2 MeV
\end{aligned}$$

27. Le nombre d'atomes dans 100 g d'uranium 235 pur est de

$$\begin{aligned}
N &= \frac{100 g}{235 \frac{g}{mol}} \cdot 6,022 \times 10^{23} \\
&= 2,562 \times 10^{23}
\end{aligned}$$

On peut donc obtenir ce nombre de fissions. À 200 MeV chacune, l'énergie totale est de

$$\begin{aligned}
E &= 2,562 \times 10^{23} \cdot \left(200 \times 10^6 \cdot 1,602 \times 10^{-19} J\right) \\
&= 8,208 \times 10^{12} J
\end{aligned}$$

En consommant 250 MJ par jour, on a assez d'énergie pour un nombre de jours valant

$$\frac{8,208 \times 10^{12} J}{250 \times 10^6 \frac{J}{jour}} = 32\ 830\, jours = 89,9 ans$$

28. a) On trouve l'énergie libérée à partir des masses avec

$$Q = \left(m_{avant} - m_{après}\right) \cdot 931,5 \tfrac{MeV}{u}$$

On a donc

$$\begin{aligned}
Q &= \left(m_{avant} - m_{après}\right) \cdot 931,5 \tfrac{MeV}{u} \\
&= \left(\left(m_{H2} + m_{H2}\right) - \left(m_{He3} + m_n\right)\right) \cdot 931,5 \tfrac{MeV}{u} \\
&= \left(\left(2,014\ 101u + 2,014\ 101u\right) - \left(3,016\ 029u + 1,008\ 665u\right)\right) \cdot 931,5 \tfrac{MeV}{u} \\
&= \left(0,003\ 508u\right) \cdot 931,5 \tfrac{MeV}{u} \\
&= 3,27 MeV
\end{aligned}$$

b) Une molécule d'eau a une masse molaire de 18 g/mol. Le nombre de molécules d'eau dans une tonne d'eau est

$$\begin{aligned} N &= \frac{1\,000\,000 g}{18 \frac{g}{mol}} \cdot 6,022 \times 10^{23} \\ &= 3,34 \times 10^{28} \end{aligned}$$

Le nombre d'atomes d'hydrogène est deux fois plus grand, puisqu'il y a 2 atomes d'hydrogène par molécule d'eau. On a donc 6,68 x 10^{28} atomes d'hydrogène.

Puisqu'un atome d'hydrogène sur 6500 est un atome de deutérium, le nombre d'atomes de deutérium est

$$\frac{6,68 \times 10^{28}}{6500} = 1,029 \times 10^{25}$$

Comme il faut deux atomes de deutérium pour faire une réaction nucléaire, le nombre de réactions qu'on peut faire est

$$\frac{1,029 \times 10^{25}}{2} = 5,145 \times 10^{24}$$

Avec 3,27 MeV par réaction, l'énergie qu'on peut obtenir est de

$$5,145 \times 10^{24} \cdot \left(3,27 \times 10^{6} \cdot 1,602 \times 10^{-19} J\right) = 2,7 \times 10^{12} J$$

N.B. Ceci est l'équivalent de l'énergie qu'on peut obtenir avec 57 tonnes d'essence ou d'environ 135 tonnes de charbon…

29. La désintégration du radium se fait normalement et obéit à la loi suivante.

$$\frac{dN_1}{dt} = -\lambda_1 N_1$$

Cependant, l'équation de l'actinium est un peu différente.

$$\frac{dN_2}{dt} = (\text{ce qui vient du radium}) - (\text{désintégration})$$

Le nombre d'atome d'actinium qui vient du radium est égal au nombre d'atome de radium qui se désintègre. On a donc

$$(\text{ce qui vient du radium}) = \lambda_1 N_1$$

(C'est positif puisque cela fait augmenter le nombre d'atome d'actinium.)

On a ensuite la désintégration de l'actinium qui est proportionnelle à la constante de désintégration et au nombre d'atomes, comme pour toute désintégration.

$$(\text{désintégration}) = -\lambda_2 N_2$$

(C'est négatif puisque cela fait diminuer le nombre d'atome d'actinium.)

On a donc les deux équations suivantes.

$$\frac{dN_1}{dt} = -\lambda_1 N_1$$
$$\frac{dN_2}{dt} = \lambda_1 N_1 - \lambda_2 N_2$$

La première est identique à l'équation d'une désintégration normale. La solution est donc

$$N_1 = N_{01} e^{-\lambda_1 t}$$

Ainsi, la deuxième équation devient

$$\frac{dN_2}{dt} = \lambda_1 N_{01} e^{-\lambda_1 t} - \lambda_2 N_2$$

Sachant que la forme de la solution est

$$N_2 = A e^{-\lambda_1 t} + B e^{-\lambda_2 t}$$

Initialement, il n'y a pas d'actinium. À $t = 0$, on doit donc avoir

$$0 = A e^{-\lambda_1 \cdot 0} + B e^{-\lambda_2 \cdot 0}$$
$$0 = A + B$$
$$B = -A$$

On obtient donc

$$N_2 = A\left(e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}\right)$$

De plus, l'équation différentielle de l'actinium nous donne

$$\begin{aligned}
\frac{dN_2}{dt} &= \lambda_1 N_{01} e^{-\lambda_1 t} - \lambda_2 N_2 \\
\frac{dA\left(e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}\right)}{dt} &= \lambda_1 N_{01} e^{-\lambda_1 t} - \lambda_2 A\left(e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}\right) \\
-\lambda_1 A e^{-\lambda_1 t} + \lambda_2 A e^{-\lambda_2 t} &= \lambda_1 N_{01} e^{-\lambda_1 t} - \lambda_2 A e^{-\lambda_1 t} + \lambda_2 A e^{-\lambda_2 t} \\
-\lambda_1 A e^{-\lambda_1 t} + \lambda_2 A e^{-\lambda_2 t} &= \left(\lambda_1 N_{01} - \lambda_2 A\right) e^{-\lambda_1 t} + \lambda_2 A e^{-\lambda_2 t}
\end{aligned}$$

Pour que l'équation soit vraie à tout moment, les coefficients devant les différentes exponentielles doivent être égaux. On a donc

$$\begin{aligned}
&\text{pour } e^{-\lambda_1 t} \quad \rightarrow \quad -\lambda_1 A = \lambda_1 N_{01} - \lambda_2 A \\
&\text{pour } e^{-\lambda_1 t} \quad \rightarrow \quad \lambda_2 A = \lambda_2 A
\end{aligned}$$

La deuxième équation est évidemment toujours vraie. La première équation nous permettra de trouver la valeur de *A*.

$$\begin{aligned}
-\lambda_1 A &= \lambda_1 N_{01} - \lambda_2 A \\
-\lambda_1 A + \lambda_2 A &= \lambda_1 N_{01} \\
\left(-\lambda_1 + \lambda_2\right) A &= \lambda_1 N_{01} \\
A &= \frac{\lambda_1 N_{01}}{\lambda_2 - \lambda_1}
\end{aligned}$$

Ainsi, le nombre d'atome d'actinium en fonction du temps est

$$\begin{aligned}
N_1 &= N_{01} e^{-\lambda_1 t} \\
N_2 &= \frac{\lambda_1 N_{01}}{\lambda_2 - \lambda_1}\left(e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}\right)
\end{aligned}$$

Au bout de 300 s, le nombre d'atome de radium est

$$\begin{aligned}
N_1 &= N_{01} e^{-\lambda_1 t} \\
&= N_{01} e^{-\frac{\ln 2}{250s} 300s} \\
&= 0,43528 N_{01}
\end{aligned}$$

et le nombre d'atome d'actinium

$$\begin{aligned}
N_2 &= \frac{\lambda_1 N_{01}}{\lambda_2 - \lambda_1}\left(e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}\right) \\
&= \frac{\frac{\ln 2}{250s} N_{01}}{\frac{\ln 2}{250s} - \frac{\ln 2}{250s}}\left(e^{-\frac{\ln 2}{250s}300s} - e^{-\frac{\ln 2}{119s}300s}\right) \\
&= \frac{\frac{1}{250s} N_{01}}{\frac{1}{250s} - \frac{1}{250s}}\left(e^{-\frac{\ln 2}{250s}300s} - e^{-\frac{\ln 2}{119s}300s}\right) \\
&= 0,23714 N_{01}
\end{aligned}$$

Les autres atomes qui restent sont des atomes de thorium

$$\begin{aligned}
N_3 &= N_{01} - N_1 - N_2 \\
&= N_{01} - 0,53428 N_{01} - 0,23714 N_{01} \\
&= 0,32758 N_{01}
\end{aligned}$$

Ainsi, 43,53% des atomes sont des atomes de radium, 23,71% sont des atomes d'actinium et 32,76% des atomes sont des atomes de thorium.

30. L'énergie libérée par une réaction est

$$\begin{aligned}
Q &= \left(m_{avant} - m_{après}\right) \cdot 931,5 \tfrac{MeV}{u} \\
&= \left(3 \cdot 4,002\,603\,254u - 12,000\,000\,000u\right) \cdot 931,5 \tfrac{MeV}{u} \\
&= \left(0,007\,809\,762u\right) \cdot 931,5 \tfrac{MeV}{u} \\
&= 7,275 MeV
\end{aligned}$$

Avec 30 % d'hélium, la masse d'hélium dans l'étoile est

$$\begin{aligned}
m_{He} &= 0,30 \cdot 5 \times 10^{30} kg \\
&= 1,5 \times 10^{30} kg
\end{aligned}$$

Le nombre d'atome d'hélium est

$$\begin{aligned}
N_{atome} &= \frac{M_{hélium}}{m_{atome}} \\
&= \frac{1,5 \times 10^{-30} kg}{4,002\,603\,254 \cdot 1,660\ 539 \times 10^{-27} kg} \\
&= 2,2568 \times 10^{56}
\end{aligned}$$

Comme il faut 3 atomes pour faire une réaction, le nombre de réaction est

$$\begin{aligned} N_{réactions} &= \frac{2,2568\times 10^{56}}{3} \\ &= 7,5227\times 10^{55} \end{aligned}$$

L'énergie totale qu'on peut obtenir est donc

$$\begin{aligned} E &= N_{réactions}\cdot E_{1\,réaction} \\ &= 7,5227\times 10^{55}\cdot 7,275MeV\cdot 1,602\times 10^{-13}\,\tfrac{J}{MeV} \\ &= 8,767\times 10^{43}J \end{aligned}$$

Finalement, la durée de vie est

$$\begin{gathered} E = Pt \\ 8,767\times 10^{43}J = 10^{27}W\cdot t \\ t = 8,767\times 10^{16}s \\ t = 2,78\times 10^{9}ans \end{gathered}$$

Ce qui est 2,78 milliards d'années.