Solutionnaire du chapitre 5

1. a) La 2e équation

$$F_L - mg = 0$$

nous amène à

$$\begin{aligned} F_L &= mg \\ &= 260\,000kg \cdot 9{,}8\tfrac{N}{kg} \\ &= 2\,548\,000N \end{aligned}$$

b) On sait que

$$F_L = 2\,548\,000N$$

Avec la formule de la portance, on arrive à

$$\frac{1}{2}C_L A\rho v^2 = 2\,548\,000N$$

On a donc

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}\cdot C_L \cdot 442m^2 \cdot 0{,}302\tfrac{kg}{m^3}\cdot\left(247\tfrac{m}{s}\right)^2 &= 2\,548\,000N \\ 4\,071\,863N \cdot C_L &= 2\,548\,000N \\ C_L &= 0{,}626 \end{aligned}$$

c) La trainée est

$$F_d = \frac{1}{2}C_d A\rho v^2$$

Pour trouver cette force, il nous faut le coefficient de trainée.

Le coefficient de trainée est la somme des coefficients de trainée parasite et de trainée induite.

$$\begin{aligned} C_d &= C_{d0} + \frac{C_L^2 A}{e\pi S^2} \\ &= 0,031 + \frac{(0,626)^2 \cdot 442m^2}{0,73 \cdot \pi \cdot (64,75m)^2} \\ &= 0,031 + 0,018 \\ &= 0,049 \end{aligned}$$

La trainée est donc

$$\begin{aligned} F_d &= \frac{1}{2} C_d A \rho v^2 \\ &= \frac{1}{2} \cdot 0,049 \cdot 442m^2 \cdot 0,302 \tfrac{kg}{m^3} \cdot \left(247 \tfrac{m}{s}\right)^2 \\ &= 199\,521N \end{aligned}$$

d) L'équation des forces en x est

$$F_t - F_d = ma$$

Comme la vitesse de l'avion est constante, il n'y a pas d'accélération. On a donc

$$F_t - F_d = 0$$

La poussée est donc

$$\begin{aligned} F_t &= F_d \\ &= 199\,521N \end{aligned}$$

e) La poussée d'un turboréacteur est donnée par

$$F_t = \frac{1}{2}\left(v_{\exp}^2 - v^2\right) \rho A_h$$

Pour trouver la vitesse d'expulsion, il nous faut A_h, l'aire du cercle décrit par la soufflante quand elle tourne. Puisque le rayon est de 1,5 m, l'aire est

$$\begin{aligned} A_h &= \pi R^2 \\ &= \pi \cdot (1,5m)^2 \\ &= 7,07m^2 \end{aligned}$$

Comme la force faite par chaque moteur doit être de 99 760,5 N (la moitié de la force totale puisqu'il y a 2 moteurs), on a

$$F_t = \frac{1}{2}\left(v_{\exp}^2 - v^2\right)\rho A_h$$
$$99\,760,5N = \frac{1}{2}\cdot\left(v_{\exp}^2 - \left(247\tfrac{m}{s}\right)^2\right)\cdot 0,302\tfrac{kg}{m^3}\cdot 7,07m^2$$
$$99\,760,5N = 1,06757\tfrac{kg}{m}\cdot\left(v_{\exp}^2 - \left(247\tfrac{m}{s}\right)^2\right)$$
$$93\,446\tfrac{m^2}{s^2} = v_{\exp}^2 - \left(247\tfrac{m}{s}\right)^2$$
$$93\,446\tfrac{m^2}{s^2} + \left(247\tfrac{m}{s}\right)^2 = v_{\exp}^2$$
$$154\,455\tfrac{m^2}{s^2} = v_{\exp}^2$$
$$v_{\exp} = 393\tfrac{m}{s}$$

En passant dans le moteur, la vitesse de l'air passe donc de 247 m/s à 393 m/s.

f) Comme la poussée d'un moteur est aussi

$$F_t = \left(v_{\exp} - v\right)R$$

On a

$$99\,760,5N = \left(393\tfrac{m}{s} - 247\tfrac{m}{s}\right)\cdot R$$
$$R = 683,3\tfrac{kg}{s}$$

2. Comme la vitesse diminue, il y a une accélération en x. La poussée des moteurs doit donc être plus petite que la trainée.

Dans ce cas, la 2e loi de Newton en x nous donne

$$F_t - F_d = ma$$

Pour trouver la force de poussée de moteur, il nous faut l'accélération et la trainée.

Pour l'accélération, on sait que la vitesse passe de 480 à 430 nœuds en 5 minutes. L'accélération est donc

$$v = v_0 + at$$
$$221,3\tfrac{m}{s} = 247,0\tfrac{m}{s} + a\cdot 300s$$
$$-25,7\tfrac{m}{s} = a\cdot 300s$$
$$a = -0,08567\tfrac{m}{s^2}$$

Pour la trainée, il nous faut le coefficient de trainée. Le coefficient de trainée est la somme des coefficients de trainée parasite et de trainée induite.

$$C_d = C_{d0} + \frac{C_L^2 A}{e\pi S^2}$$

Toutefois, il nous manque le coefficient de portance. Pour le trouver, on doit examiner l'équation des forces en *y*.

$$F_L - mg = 0$$
$$F_L = mg$$
$$\frac{1}{2} C_L A \rho v^2 = mg$$

Avec une vitesse de 350 nœuds, on arrive à

$$\frac{1}{2} \cdot C_L \cdot 442m^2 \cdot 0,302\tfrac{kg}{m^3} \cdot \left(231,6\tfrac{m}{s}\right)^2 = 2\,548\,000N$$
$$3\,579\,945N \cdot C_L = 2\,548\,000N$$
$$C_L = 0,712$$

Le coefficient de trainée est donc

$$\begin{aligned} C_d &= C_{d0} + \frac{C_L^2 A}{e\pi S^2} \\ &= 0,031 + \frac{(0,712)^2 \cdot 442m^2}{0,73 \cdot \pi \cdot (64,75m)^2} \\ &= 0,031 + 0,023 \\ &= 0,054 \end{aligned}$$

La trainée est donc

$$\begin{aligned} F_d &= \frac{1}{2} C_d A \rho v^2 \\ &= \frac{1}{2} \cdot 0,054 \cdot 442m^2 \cdot 0,302\tfrac{kg}{m^3} \cdot \left(231,6\tfrac{m}{s}\right)^2 \\ &= 193\,317N \end{aligned}$$

On peut maintenant trouver la poussée avec la 2e loi de Newton.

$$\begin{aligned}F_t &= F_d + ma \\ &= 193\,317N + 260\,000kg \cdot \left(-0,08567 \tfrac{m}{s^2}\right) \\ &= 193\,317N - 22\,274N \\ &= 171\,043N\end{aligned}$$

3. Avec nos données, la vitesse minimale est

$$\begin{aligned}v_{\min} &= \sqrt{\frac{2mg}{C_{L\max} A\rho}} \\ &= \sqrt{\frac{2 \cdot 260\,000N \cdot 9,8 \frac{N}{kg}}{1,5 \cdot 442m^2 \cdot 0,905 \frac{kg}{m^3}}} \\ &= 92,2 \tfrac{m}{s} \\ &= 179,1kts\end{aligned}$$

4. a) La trainée minimale est

$$\begin{aligned}F_{d\min} &= \frac{2mg}{S}\sqrt{\frac{C_{d0}A}{e\pi}} \\ &= \frac{2 \cdot 260\,000kg \cdot 9,8 \frac{N}{kg}}{64,75m} \cdot \sqrt{\frac{0,031 \cdot 442m^2}{0,73 \cdot \pi}} \\ &= 192\,374N\end{aligned}$$

Cette trainée minimale est 13,2 fois plus petite que le poids de l'avion.

b) La vitesse de trainée minimale est

$$\begin{aligned}v_{d\min} &= \sqrt[4]{\frac{4m^2g^2}{C_{d0}A\rho^2 e\pi S^2}} \\ &= \sqrt[4]{\frac{4 \cdot \left(260\,000kg\right)^2 \cdot \left(9,8 \frac{N}{kg}\right)^2}{0,031 \cdot 442m^2 \cdot \left(0,302 \frac{kg}{m^3}\right)^2 \cdot 0,73 \cdot \pi \cdot \left(64,75m\right)^2}} \\ &= \sqrt[4]{2\,161\,268\,438 \tfrac{m^4}{s^4}} \\ &= 215,6 \tfrac{m}{s} \\ &= 418,9kts\end{aligned}$$

5. a) La 2e loi de Newton en y nous donne

$$F_L - mg\cos\theta = 0$$

On a donc

$$\begin{aligned} F_L &= mg\cos\theta \\ &= 260\,000kg \cdot 9,8\tfrac{N}{kg} \cdot \cos 3° \\ &= 2\,544\,508N \end{aligned}$$

b) On sait que la portance

$$F_L = \frac{1}{2} C_L A \rho v^2$$

doit être égale à 2 544 508 N. On a donc

$$\begin{aligned} 2\,544\,508N &= \frac{1}{2} \cdot C_L \cdot 442m^2 \cdot 0,771\tfrac{kg}{m^3} \cdot \left(185,3\tfrac{m}{s}\right)^2 \\ 2\,544\,508N &= 5\,850\,561N \cdot C_L \\ C_L &= 0,435 \end{aligned}$$

c) La trainée est donnée par

$$F_d = \frac{1}{2} C_d A \rho v^2$$

Pour la trouver, il nous faut le coefficient de trainée. Le coefficient de trainée est

$$\begin{aligned} C_d &= C_{d0} + \frac{C_L^2 A}{e\pi S^2} \\ &= 0,031 + \frac{(0,435)^2 \cdot 442m^2}{0,73 \cdot \pi \cdot (64,75m)^2} \\ &= 0,031 + 0,009 \\ &= 0,040 \end{aligned}$$

La trainée est donc

$$\begin{aligned} F_d &= \frac{1}{2} C_d A \rho v^2 \\ &= \frac{1}{2} \cdot 0,040 \cdot 442m^2 \cdot 0,771 \tfrac{kg}{m^3} \cdot \left(185,3 \tfrac{m}{s}\right)^2 \\ &= 234\,022N \end{aligned}$$

d) L'équation des forces en x est

$$F_t - F_d - mg \sin\theta = ma$$

La force de poussée de moteur est donc

$$F_t = F_d + mg \sin\theta + ma$$

Pour la trouver, il nous faut l'accélération. Comme la vitesse passe de 360 nœuds à 400 nœuds en 10 minutes, l'accélération est

$$\begin{aligned} v &= v_0 + at \\ 205,9 \tfrac{m}{s} &= 185,3 \tfrac{m}{s} + a \cdot 180s \\ 20,6 \tfrac{m}{s} &= a \cdot 300s \\ a &= 0,114 \tfrac{m}{s^2} \end{aligned}$$

La force de poussée des moteurs est donc

$$\begin{aligned} F_t &= F_d + mg \sin\theta + ma \\ &= 234\,022N + 260\,000kg \cdot 9,8 \tfrac{N}{kg} \cdot \sin 3° + 260\,000kg \cdot 0,114 \tfrac{m}{s^2} \\ &= 234\,022N + 133\,352N + 29\,640N \\ &= 397\,014N \end{aligned}$$

e) Le rapport de poussée dur le poids est donc

$$\begin{aligned} T/W &= \frac{F_t}{mg} \\ &= \frac{397\,014N}{260\,000kg \cdot 9,8 \tfrac{N}{kg}} \\ &= \frac{397\,014N}{2\,548\,000N} \\ &= 0,156 \end{aligned}$$

f) La poussée est donnée par

$$F_t = \frac{1}{2}\left(v_{\exp}^2 - v^2\right)\rho A_h$$

Il faut trouver l'aire de cercle décrit par la soufflante quand elle tourne (c'est le A_h dans les formules). Puisque le rayon est de 2,05 m, l'aire est

$$\begin{aligned} A_h &= \pi R^2 \\ &= \pi \cdot (1{,}5m)^2 \\ &= 7{,}07m^2 \end{aligned}$$

Comme la force faite par chaque moteur doit être de 198 507 N (la moitié de la force totale puisqu'il y a 2 moteurs), on a

$$\begin{aligned} F_t &= \frac{1}{2}\left(v_{\exp}^2 - v^2\right)\rho A_h \\ 198\,507N &= \frac{1}{2}\cdot\left(v_{\exp}^2 - \left(185{,}3\tfrac{m}{s}\right)^2\right)\cdot 0{,}771\tfrac{kg}{m^3}\cdot 7{,}07m^2 \\ 198\,507N &= 2{,}725485\tfrac{kg}{m}\cdot\left(v_{\exp}^2 - \left(185{,}3\tfrac{m}{s}\right)^2\right) \\ 72\,834\tfrac{m^2}{s^2} &= v_{\exp}^2 - \left(185{,}3\tfrac{m}{s}\right)^2 \\ 72\,834\tfrac{m^2}{s^2} + \left(185{,}3\tfrac{m}{s}\right)^2 &= v_{\exp}^2 \\ 107\,170\tfrac{m^2}{s^2} &= v_{\exp}^2 \\ v_{\exp} &= 327{,}4\tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

6. L'angle de montée se calcule avec

$$\sin\theta = \frac{F_t}{mg} - \frac{C_d}{C_L}$$

Pour trouver cet angle, on doit avoir les coefficients de portance et de trainée. Pour le coefficient de portance, on a

$$F_L - mg\cos\theta = 0$$

Il nous faudrait l'angle maximum pour le calculer, mais c'est justement ce qu'on cherche. Ce n'est pas grave puisqu'on peut calculer les coefficients comme si l'avion était en vol horizontal. On a alors

$$F_L - mg = 0$$
$$\frac{1}{2}C_L \rho A v^2 = mg$$
$$C_L = \frac{2mg}{\rho A v^2}$$
$$C_L = \frac{2 \cdot 260\,000kg \cdot 9,8\frac{N}{kg}}{1,056\frac{kg}{m^3} \cdot 442m^2 \cdot \left(154,4\frac{m}{s}\right)^2}$$
$$C_L = 0,458$$

Le coefficient de trainée est alors

$$\begin{aligned} C_d &= C_{d0} + \frac{C_L^2 A}{e\pi S^2} \\ &= 0,031 + \frac{(0,458)^2 \cdot 442m^2}{0,73 \cdot \pi \cdot (64,75m)^2} \\ &= 0,031 + 0,010 \\ &= 0,041 \end{aligned}$$

L'angle de montée est donc

$$\begin{aligned} \sin\theta &= \frac{F_t}{mg} - \frac{C_d}{C_L} \\ &= \frac{600\,000N}{260\,000kg \cdot 9,8\frac{N}{kg}} - \frac{0,041}{0,458} \\ &= 0,235 - 0,090 \\ &= 0,145 \\ \theta &= 8,37° \end{aligned}$$

Cela correspond à un rythme de montée de

$$\begin{aligned} v_y &= v\sin\theta \\ &= 154,4\tfrac{m}{s} \cdot \sin 8,37° \\ &= 22,48\tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

Ce qui est

$$v_y = 73,75\tfrac{pieds}{s}$$

et

$$v_y = 4425\tfrac{pieds}{\min}$$

On aurait pu aussi obtenir le rythme de montée avec l'approximation.

$$\begin{aligned} v_y &= v\theta \cdot 1,77 \\ &= 300kts \cdot 8,37° \cdot 1,77 \\ &= 4444 \tfrac{pieds}{\text{min}} \end{aligned}$$

7. a) Les équations du mouvement en descente sont

$$F_t - F_d + mg\sin\theta = ma$$
$$F_L - mg\cos\theta = 0$$

Selon la 2e équation, la portance est

$$F_L = mg\cos\theta$$

Le facteur de charge est donc

$$\begin{aligned} n &= \frac{F_L}{mg} \\ &= \frac{mg\cos\theta}{mg} \\ &= \cos\theta \\ &= \cos 4° \\ &= 0,9976 \end{aligned}$$

b) Pour calculer le rapport de poussée sur poids, il nous faut la poussée des moteurs

On trouve cette poussée avec l'équation des forces en x

$$F_t - F_d + mg\sin\theta = ma$$

Comme l'accélération est nulle, la poussée est

$$F_t = F_d - mg\sin\theta$$

Pour la connaitre, il nous faut la trainée et il nous faut le coefficient de trainée pour la trouver puisque

$$F_d = \frac{1}{2} C_d A\rho v^2$$

Cependant, pour trouver le coefficient de trainée, il nous faut le coefficient de portance puisque

$$C_d = C_{d0} + \frac{C_L^2 A}{e\pi S^2}$$

Pour trouver ce coefficient de portance, on doit trouver la portance.

$$\begin{aligned}F_L &= mg\cos\theta \\ F_L &= 260\,000kg \cdot 9{,}8\tfrac{N}{kg} \cdot \cos 4° \\ F_L &= 2\,541\,793N\end{aligned}$$

On peut alors trouver le coefficient de portance.

$$\begin{gathered}F_L = \frac{1}{2}C_L A\rho v^2 \\ 2\,541\,793N = \frac{1}{2}\cdot C_L \cdot 442m^2 \cdot 0{,}302\tfrac{kg}{m^3}\cdot\left(247{,}0\tfrac{m}{s}\right)^2 \\ 2\,541\,793N = 4\,071\,863N \cdot C_L \\ C_L = 0{,}624\end{gathered}$$

Le coefficient de trainée est donc

$$\begin{aligned}C_d &= C_{d0} + \frac{C_L^2 A}{e\pi S^2} \\ &= 0{,}031 + \frac{(0{,}624)^2 \cdot 442m^2}{0{,}73\cdot\pi\cdot(64{,}75m)^2} \\ &= 0{,}031 + 0{,}018 \\ &= 0{,}049\end{aligned}$$

La force de trainée est donc

$$\begin{aligned}F_d &= \frac{1}{2}C_d A\rho v^2 \\ &= \frac{1}{2}\cdot 0{,}049\cdot 442m^2\cdot 0{,}302\tfrac{kg}{m^3}\cdot\left(247{,}0\tfrac{m}{s}\right)^2 \\ &= 199\,521N\end{aligned}$$

On peut maintenant trouver la poussée

$$\begin{aligned}F_t &= F_d - mg\sin\theta \\ &= 199\,521N - 260\,000kg \cdot 9{,}8\tfrac{N}{kg} \cdot \sin 4° \\ &= 199\,521N - 177\,739N \\ &= 21\,782N\end{aligned}$$

Le rapport de poussée dur le poids est donc

$$\begin{aligned}T/W &= \frac{F_t}{mg} \\ &= \frac{21\,782N}{260\,000kg \cdot 9{,}8\frac{N}{kg}} \\ &= \frac{21\,782N}{2\,548\,000N} \\ &= 0{,}00855\end{aligned}$$

8. Comme il n'y a pas de poussée, les équations deviennent

$$\begin{aligned}-F_d + mg\sin\theta &= ma \\ F_L - mg\cos\theta &= 0\end{aligned}$$

On cherche a, qu'on peut trouver avec la 1re équation. Toutefois, pour trouver l'accélération, il nous faut la trainée et il nous faut le coefficient de trainée pour la trouver puisque

$$F_d = \frac{1}{2}C_d A\rho v^2$$

Cependant, pour trouver le coefficient de trainée, il nous faut le coefficient de portance puisque

$$C_d = C_{d0} + \frac{C_L^2 A}{e\pi S^2}$$

Pour trouver ce coefficient de portance, on doit résoudre la 2e équation. Cette équation nous donne

$$\begin{aligned}F_L - mg\cos\theta &= 0 \\ F_L &= mg\cos\theta \\ F_L &= 260\,000kg \cdot 9{,}8\tfrac{N}{kg} \cdot \cos 4° \\ F_L &= 2\,541\,793N\end{aligned}$$

On peut alors trouver le coefficient de portance.

$$F_L = \frac{1}{2} C_L A \rho v^2$$

$$2\,541\,793N = \frac{1}{2} \cdot C_L \cdot 442m^2 \cdot 0{,}302 \tfrac{kg}{m^3} \cdot \left(247{,}0 \tfrac{m}{s}\right)^2$$

$$2\,541\,793N = 4\,071\,863N \cdot C_L$$

$$C_L = 0{,}624$$

Le coefficient de trainée est

$$\begin{aligned} C_d &= C_{d0} + \frac{C_L^2 A}{e\pi S^2} \\ &= 0{,}031 + \frac{(0{,}624)^2 \cdot 442m^2}{0{,}73 \cdot \pi \cdot (64{,}75m)^2} \\ &= 0{,}031 + 0{,}018 \\ &= 0{,}049 \end{aligned}$$

La force de trainée est donc

$$\begin{aligned} F_d &= \frac{1}{2} C_d A \rho v^2 \\ &= \frac{1}{2} \cdot 0{,}049 \cdot 442m^2 \cdot 0{,}302 \tfrac{kg}{m^3} \cdot \left(247{,}0 \tfrac{m}{s}\right)^2 \\ &= 199\,521N \end{aligned}$$

On peut maintenant trouver l'accélération de l'avion

$$-F_d + mg \sin\theta = ma$$

$$-199\,521N + 260\,000kg \cdot 9{,}8 \tfrac{N}{kg} \cdot \sin 4° = 260\,000kg \cdot a$$

$$-199\,521N + 177\,739N = 260\,000kg \cdot a$$

$$a = -0{,}084 \tfrac{m}{s^2}$$

L'avion est donc en train de ralentir.

9. a) L'angle minimum est

$$\sin\theta = \frac{2}{S}\sqrt{\frac{C_{d0}A}{e\pi}}$$

$$\sin\theta = \frac{2}{64,75m}\sqrt{\frac{0,031\cdot 442m^2}{0,73\cdot\pi}}$$

$$\sin\theta = 0,0755$$

$$\theta = 4,33°$$

b) La descente doit se faire à la vitesse de trainée minimale. Cette vitesse est

$$\begin{aligned} v_{d\,\min} &= \sqrt[4]{\frac{4m^2g^2}{C_{d0}A\rho^2 e\pi S^2}} \\ &= \sqrt[4]{\frac{4\cdot\left(260\,000kg\right)^2\cdot\left(9,8\,\tfrac{N}{kg}\right)^2}{0,031\cdot 442m^2\cdot\left(0,302\,\tfrac{kg}{m^3}\right)^2\cdot 0,73\cdot\pi\cdot\left(64,75m\right)^2}} \\ &= \sqrt[4]{2\,150\,751\,729\,\tfrac{m^4}{s^4}} \\ &= 215,4\,\tfrac{m}{s} \\ &= 418,4kts \end{aligned}$$

c) Le rythme de descente est

$$\begin{aligned} v_y &= v\sin\theta \\ &= 215,4\,\tfrac{m}{s}\cdot\sin 4,33° \\ &= 16,26\,\tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

Ce qui est

$$v_y = 53,35\,\tfrac{pieds}{s}$$

et

$$v_y = 3201\,\tfrac{pieds}{\min}$$

On aurait pu aussi obtenir le rythme de montée avec l'approximation.

$$\begin{aligned} v_y &= v\theta\cdot 1,77 \\ &= 418,4kts\cdot 4,34°\cdot 1,77 \\ &= 3214\,\tfrac{\text{pieds}}{\text{min}} \end{aligned}$$

10. On trouve $C_{L\,max}$ avec la formule de la vitesse de décollage.

$$v_{decol} = 1,2\sqrt{\frac{2mg}{C_{L\max}A\rho}}$$

$$77,2\tfrac{m}{s} = 1,2\cdot\sqrt{\frac{2\cdot 260\,000kg\cdot 9,8\tfrac{N}{kg}}{C_{L\max}\cdot 442m^2\cdot 1,155\tfrac{kg}{m^3}}}$$

$$\frac{77,2\tfrac{m}{s}}{1,2} = \sqrt{\frac{2\cdot 260\,000kg\cdot 9,8\tfrac{N}{kg}}{C_{L\max}\cdot 442m^2\cdot 1,155\tfrac{kg}{m^3}}}$$

$$\left(\frac{77,2\tfrac{m}{s}}{1,2}\right)^2 = \frac{2\cdot 260\,000kg\cdot 9,8\tfrac{N}{kg}}{C_{L\max}\cdot 442m^2\cdot 1,155\tfrac{kg}{m^3}}$$

$$4138,8\tfrac{m^2}{s^2} = \frac{9982,2\tfrac{m^2}{s^2}}{C_{L\max}}$$

$$C_{L\max} = \frac{9982,2\tfrac{m^2}{s^2}}{4138,8\tfrac{m^2}{s^2}}$$

$$C_{L\max} = 2,412$$

11. a) La vitesse de décollage est

$$\begin{aligned} v_{decol} &= 1,2\sqrt{\frac{2mg}{C_{L\max}A\rho}} \\ &= 1,2\cdot\sqrt{\frac{2\cdot 260\,000kg\cdot 9,8\tfrac{N}{kg}}{2,4\cdot 442m^2\cdot 1,155\tfrac{kg}{m^3}}} \\ &= 77,4\tfrac{m}{s} \\ &= 150,4kts \end{aligned}$$

b) On trouve la poussée avec l'équation des forces en *x*.

$$F_t - F_d = ma$$

Pour trouver la poussée, il nous faut la trainée. Le coefficient de trainée est

$$\begin{aligned} C_d &= C_{d0} + \frac{C_L^2 A}{e\pi S^2} \\ &= 0,032 + 0,013 + \frac{(1,2)^2 \cdot 442m^2}{0,78 \cdot \pi \cdot (64,75m)^2} \\ &= 0,032 + 0,013 + 0,062 \\ &= 0,107 \end{aligned}$$

La force moyenne de trainée se trouve en prenant une vitesse de l'avion est égale à la vitesse de décollage divisée par $\sqrt{3}$. Cette vitesse est

$$\begin{aligned} v &= \frac{v_{decol}}{\sqrt{3}} \\ &= \frac{77,1\frac{m}{s}}{\sqrt{3}} \\ &= 44,5\frac{m}{s} \end{aligned}$$

La force de trainée moyenne est donc

$$\begin{aligned} F_d &= \frac{1}{2} C_d A \rho v^2 \\ &= \frac{1}{2} \cdot 0,107 \cdot 442m^2 \cdot 1,155\frac{kg}{m^3} \cdot \left(44,5\frac{m}{s}\right)^2 \\ &= 54\,085N \end{aligned}$$

La somme des forces en x devient alors

$$\begin{aligned} F_t - F_d &= ma \\ F_t - 54\,085N &= 260\,000kg \cdot 1,4\frac{m}{s^2} \\ F_t - 54\,085N &= 364\,000N \\ F_t &= 418\,085N \end{aligned}$$

Comme il y a 2 moteurs, la force de poussée de chaque moteur doit être de 209 043 N (ce qui est possible puisque la poussée maximale des moteurs est de 374 500 N).

c) Il faut isoler t dans cette équation.

$$v = v_0 + at$$

On a donc

$$77,2\tfrac{m}{s} = 0\tfrac{m}{s} + 1,4\tfrac{m}{s^2}\cdot t$$
$$t = 55,1s$$

d) Au bout de ces 55,1 secondes, la distance parcourue par l'avion est de

$$\begin{aligned} x &= x_0 + v_0 t + \tfrac{1}{2}at^2 \\ &= 0 + 0 + \tfrac{1}{2}\cdot 1,4\tfrac{m}{s^2}\cdot(55,1s)^2 \\ &= 2125m \\ &= 6972\,pieds \end{aligned}$$

e) Pour la longueur de piste recommandée, on ajoute les quelque 200 pieds dans les airs à la distance nécessaire pour l'accélération et on multiplie le tout par 1,15.

$$\begin{aligned} TODR &= (6972\,ft + 200\,ft)\cdot 1,15 \\ &= 8248\,ft \end{aligned}$$

(Dans internet, on donne une longueur de piste requise de 8800 pieds pour ce poids et cette altitude.)

f) On trouve la normale avec l'équation suivante.

$$F_L + F_N - mg = 0$$

On a donc

$$\frac{1}{2}C_L A\rho v^2 + F_N - mg = 0$$
$$\frac{1}{2}\cdot 1,2\cdot 442m^2\cdot 1,155\tfrac{kg}{m^3}\cdot\left(77,1\tfrac{m}{s}\right)^2 + F_N - 260\,000kg\cdot 9,8\tfrac{N}{kg} = 0$$
$$1\,820\,808N + F_N - 2\,548\,000N = 0$$
$$F_N = 727\,192N$$

Cette normale équivaut à 28,5 % du poids. La portance supporte donc 71,5 % du poids de l'avion à ce moment.

12. On trouve $C_{L\,max}$ avec la formule de la vitesse d'atterrissage.

$$v_{atter} = 1,3\sqrt{\frac{2mg}{C_{L\max}A\rho}}$$

$$72,1\tfrac{m}{s} = 1,3\cdot\sqrt{\frac{2\cdot 200\,000kg\cdot 9,8\tfrac{N}{kg}}{C_{L\max}\cdot 442m^2\cdot 1,155\tfrac{kg}{m^3}}}$$

$$\frac{72,1\tfrac{m}{s}}{1,3} = \sqrt{\frac{2\cdot 200\,000kg\cdot 9,8\tfrac{N}{kg}}{C_{L\max}\cdot 442m^2\cdot 1,155\tfrac{kg}{m^3}}}$$

$$\left(\frac{72,1\tfrac{m}{s}}{1,3}\right)^2 = \frac{2\cdot 200\,000kg\cdot 9,8\tfrac{N}{kg}}{C_{L\max}\cdot 442m^2\cdot 1,155\tfrac{kg}{m^3}}$$

$$3075,0\tfrac{m^2}{s^2} = \frac{7678,6\tfrac{m^2}{s^2}}{C_{L\max}}$$

$$C_{L\max} = \frac{7678,6\tfrac{m^2}{s^2}}{3076,0\tfrac{m^2}{s^2}}$$

$$C_{L\max} = 2,561$$

13. a) On trouve l'accélération avec l'équation des forces en *x*.

$$F_t - F_d - F_f = ma$$

On connait la force de poussée (-60 000 N), la force de freins (265 000 N) et la masse. Il nous manque la force de trainée moyenne pour trouver l'accélération.

Le coefficient de trainée est de

$$C_d = C_{d0} + 0,013 + 0,025 + \frac{C_L^2 A}{e\pi S^2}$$

On ajoute 0,013 pour le train d'atterrissage et 0,025 pour les réducteurs de portance. Comme l'avion est horizontal à ce moment et que les réducteurs de portance sont déployés, C_L a une valeur de 0,5. On a donc

$$\begin{aligned} C_d &= 0,037 + 0,013 + 0,025 + \frac{(0,5)^2\cdot 442m^2}{0,86\cdot\pi\cdot(64,75m)^2} \\ &= 0,037 + 0,013 + 0,025 + 0,010 \\ &= 0,085 \end{aligned}$$

La force de trainée moyenne est donc

$$\begin{aligned} F_d &= \frac{1}{2} C_d A \rho v^2 \\ &= \frac{1}{2} \cdot 0,085 \cdot 442m^2 \cdot 1,155 \tfrac{kg}{m^3} \cdot \left(\frac{72,1 \frac{m}{s}}{\sqrt{3}} \right)^2 \\ &= 37\,596N \end{aligned}$$

L'accélération est donc

$$\begin{gathered} F_t - F_d - F_f = ma \\ -60\,000N - 37\,596N - 265\,000N = 200\,000kg \cdot a \\ a = \frac{-362\,596N}{200\,000kg} \\ a = -1,81 \tfrac{m}{s^2} \end{gathered}$$

b) La longueur de piste est

$$LDR = \tfrac{5}{3} \cdot \left(\text{distance pour freiner} + 1000\,ft \right)$$

Le déplacement de l'avion pendant la période de freinage est donc

$$\begin{gathered} 2a\left(x - x_0\right) = v^2 - v_0^2 \\ 2 \cdot \left(-1,81 \tfrac{m}{s^2}\right) \cdot \left(x - 0m\right) = 0 - \left(72,1 \tfrac{m}{s}\right)^2 \\ x = 1436m \end{gathered}$$

Cette distance correspond à une distance de 4711 pieds.

On a donc

$$\begin{aligned} LDR &= \tfrac{5}{3} \cdot \left(4711\,ft + 1000\,ft \right) \\ &= 9518\,ft \end{aligned}$$

c) La longueur de piste nécessaire est donnée par

$$LDR = \tfrac{5}{3} \cdot \left(\text{distance pour freiner} + 1000\,ft \right)$$

Comme toutes les forces restent identiques, l'accélération est encore -1,81 m/s².

Cependant, la distance d'arrêt change puisque l'avion se pose avec une vitesse de 10 nœuds (5,1 m/s) plus élevée. L'avion touche donc la piste avec une vitesse de 72,1 m/s + 5,1 m/s = 77,2 m/s.

Le déplacement de l'avion pendant la période de freinage est donc

$$2a(x - x_0) = v^2 - v_0^2$$
$$2 \cdot \left(-1{,}81\tfrac{m}{s^2}\right) \cdot (x - 0m) = 0 - \left(77{,}2\tfrac{m}{s}\right)^2$$
$$x = 1646m$$

Cette distance correspond à une distance de 5401 pieds.

Au total, la distance de piste est donc

$$\begin{aligned} LDR &= \tfrac{5}{3} \cdot (\text{distance pour freiner} + 1000\,ft) \\ &= \tfrac{5}{3} \cdot (5401\,ft + 1000\,ft) \\ &= 10668\,ft \end{aligned}$$

(On peut facilement comprendre que la force de freinage et la force de poussée des inverseurs ne sont pas modifiées par le vent, mais c'est moins évident pour la trainée qui dépend de la vitesse. En fait, la force de trainée change un peu, mais pas beaucoup. Voyons pourquoi.

Il y aurait un petit changement pour la trainée puisque la vitesse de l'avion dans l'air est différente. On pourrait penser que la trainée augmente parce que la vitesse d'atterrissage est augmentée de 10 nœuds, mais ce n'est pas le cas. Comme la vitesse de l'avion et la vitesse de l'air augmentent toutes les deux de 10 nœuds, la vitesse de l'air par rapport à l'avion reste le même et la force de trainée reste la même. Il y aurait une petite correction à faire puisque le vent pousse l'avion quand la vitesse de l'avion devient plus petite que 10 nœuds, mais on va négliger cette petite différence.)

14. a) la force de friction maximale est

$$F_{f\max} = \mu_s F_N$$

Pour trouver cette force de friction maximale, il nous faut la normale. On trouve cette normale avec l'équation des forces en *y*.

$$F_L + F_N - mg = 0$$
$$\frac{1}{2} C_L \rho A v^2 + F_N - mg = 0$$
$$\frac{1}{2} \cdot 0,5 \cdot 1,155 \tfrac{kg}{m^3} \cdot 442 m^2 \cdot \left(72,1 \tfrac{m}{s}\right)^2 + F_N - 200\,000 kg \cdot 9,8 \tfrac{m}{s^2} = 0$$
$$663\,460 N + F_N - 1\,960\,000 N = 0$$
$$F_N = 1\,296\,540 N$$

La force de friction maximale est donc

$$\begin{aligned} F_{f\max} &= 0,3 \cdot 1\,296\,540 N \\ &= 388\,962 N \end{aligned}$$

Si on freine avec 40% de la force de friction maximale, la force de freinage est

$$\begin{aligned} F_f &= 0,4 \cdot F_{f\max} \\ &= 0,4 \cdot 388\,962 N \\ &= 155\,585 N \end{aligned}$$

b) L'accélération de l'avion est donnée par

$$F_t - F_d - F_f = ma$$

On connait la force de poussée (-60 000 N), la force de freins (155 585 N) et la masse. Il nous manque la force de trainée moyenne pour trouver l'accélération.

Le coefficient de trainée est de

$$C_d = C_{d0} + 0,013 + 0,025 + \frac{C_L^2 A}{e \pi S^2}$$

On ajoute 0,013 pour le train d'atterrissage et 0,025 pour les réducteurs de portance. Comme l'avion est horizontal à ce moment et que les réducteurs de portance sont déployés, C_L a une valeur de 0,5. On a donc

$$\begin{aligned} C_d &= 0,037 + 0,013 + 0,025 + \frac{(0,5)^2 \cdot 442 m^2}{0,86 \cdot \pi \cdot (64,75 m)^2} \\ &= 0,037 + 0,013 + 0,025 + 0,010 \\ &= 0,085 \end{aligned}$$

La force de trainée moyenne est donc

$$\begin{aligned} F_d &= \frac{1}{2} C_d A \rho v^2 \\ &= \frac{1}{2} \cdot 0,085 \cdot 442m^2 \cdot 1,155 \tfrac{kg}{m^3} \cdot \left(\frac{72,1 \frac{m}{s}}{\sqrt{3}} \right)^2 \\ &= 37\,596N \end{aligned}$$

L'accélération est donc

$$\begin{aligned} F_t - F_d - F_f &= ma \\ -60\,000N - 37\,596N - 155\,585N &= 200\,000kg \cdot a \\ a &= \frac{-253\,181N}{200\,000kg} \\ a &= -1,27 \tfrac{m}{s^2} \end{aligned}$$

Le déplacement de l'avion pendant la période de freinage est donc

$$\begin{aligned} 2a\left(x - x_0\right) &= v^2 - v_0^2 \\ 2 \cdot \left(-1,27 \tfrac{m}{s^2}\right) \cdot \left(x - 0m\right) &= 0 - \left(72,1 \tfrac{m}{s}\right)^2 \\ x &= 2047m \end{aligned}$$

Cette distance correspond à une distance de 6716 pieds.

Au total, la distance de piste est donc

$$\begin{aligned} LDR &= \tfrac{5}{3} \cdot \left(\text{distance pour freiner} + 1000\,ft\right) \\ &= \tfrac{5}{3} \cdot \left(6716\,ft + 1000\,ft\right) \\ &= 12\,860\,ft \end{aligned}$$