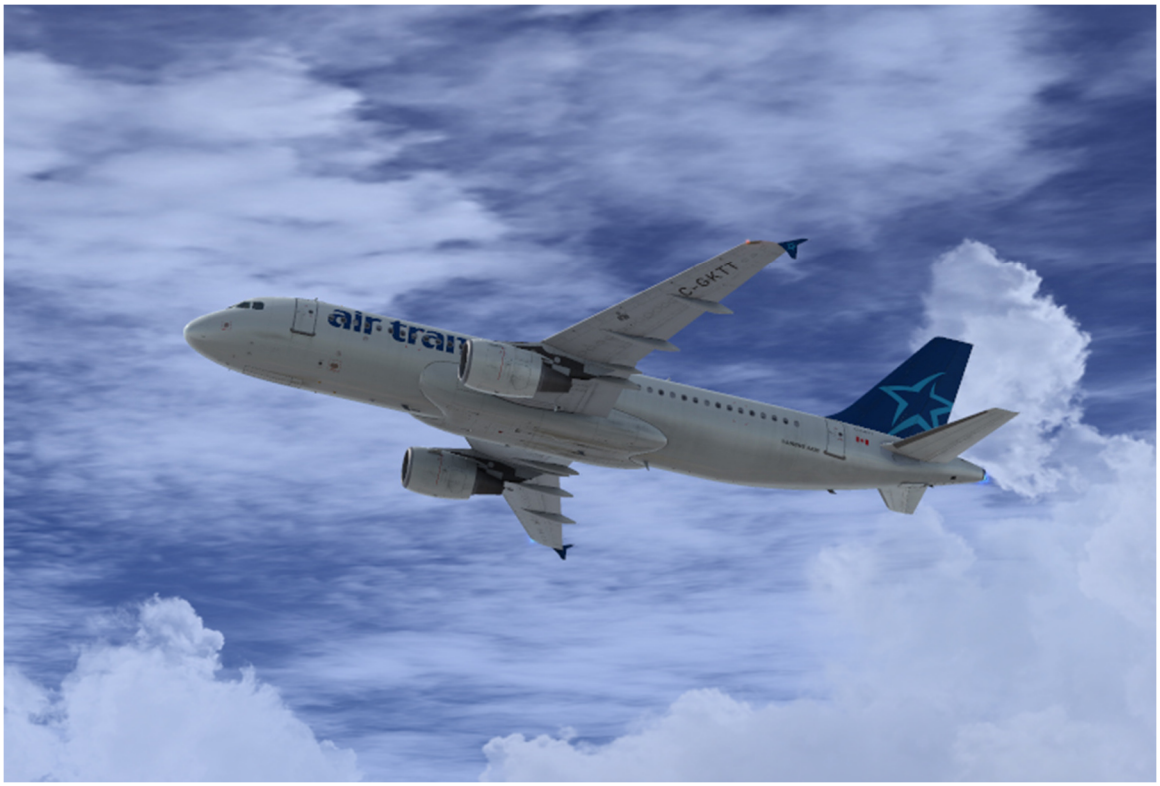
5 LA DYNAMIQUE DE L'AVION

Le 24 aout 2001, les moteurs du Airbus A330-200 du vol 236 d'Air Transat se sont arrêtés au-dessus de l'Atlantique. Les Açores étaient alors à 65 milles nautiques (120 km) de distance et l'avion était à une altitude de 10 000 m. L'avion pouvait-il atteindre les Açores en planant ?



forum.aerosoft.com/index.php?/files/file/1864-airbus-a320-cfm-air-transat-c-gktt/

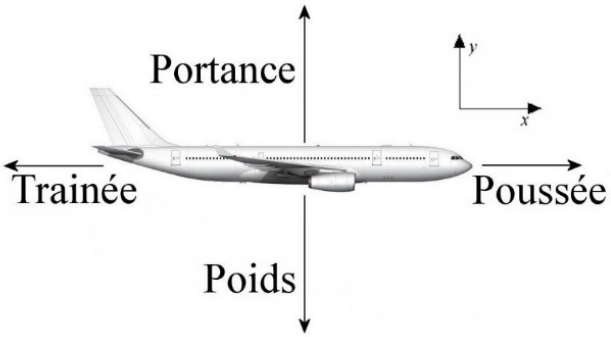
Découvrez la réponse à cette question dans ce chapitre.

Dans tous nos exemples de ce chapitre, on va examiner les forces sur un bombardier Q-400. Pour cet avion, l'aire des ailes est de 63,1 m², l'envergure est de 28,4 m et le diamètre des hélices de cet avion est de 4,1 m. En configuration de vol, on a C_{d0} = 0,020 et e = 0,75. On va supposer que sa masse est de 24 000 kg sauf si on indique une masse différente et, parfois, que les ailes ont une forme symétrique avec une épaisseur égale à 12,5 % de la largeur (comme pour le tableau donné au chapitre précédent).

5.1 AVION EN VOL HORIZONTAL

Équations des forces

Quand l'avion est en vol horizontal, il y a 4 forces sur l'avion.



Avec ces forces, on doit avoir les équations suivantes selon la 2e loi de Newton.

$$\sum F_x = ma_x \quad \rightarrow \quad F_t - F_d = ma_x$$
$$\sum F_y = ma_y \quad \rightarrow \quad F_L - mg = ma_y$$

Comme c'est quand même assez rare qu'il y ait une accélération importante en y pour un avion (sauf peut-être quand il y a des turbulences), toute l'accélération est en x. Nos équations sont donc

Équations des forces pour un avion qui vole horizontalement

$$F_t - F_d = ma$$
$$F_L - mg = 0$$

Exemple 5.1.1

Un Bombardier Q-400 vole avec une vitesse constante de 300 nœuds à une altitude de 20 000 pieds (6096 m). À cette altitude, la masse volumique de l'air est de 0,653 kg/m³.

a) Quelle doit être la portance ?

La 2e équation

$$F_L - mg = 0$$

nous amène à

$$\begin{aligned} F_L &= mg \\ &= 24\,000kg \cdot 9{,}8\tfrac{N}{kg} \\ &= 235\,200N \end{aligned}$$

b) Quel est le facteur de charge ?

On sait que

$$F_L = mg$$

Le facteur de charge est donc

$$\begin{aligned} n &= \frac{F_L}{mg} \\ &= \frac{mg}{mg} \\ &= 1 \end{aligned}$$

En vol horizontal à vitesse constante, le facteur de charge est toujours égal à 1.

c) Quel doit être le coefficient de portance pour générer cette portance ?

On sait que

$$F_L = 235\,200N$$

Avec la formule de la portance, on arrive à

$$\frac{1}{2} C_L A \rho v^2 = 235\,000N$$

On a donc

$$\frac{1}{2} \cdot C_L \cdot 63{,}1m^2 \cdot 0{,}653\tfrac{kg}{m^3} \cdot \left(154{,}4\tfrac{m}{s}\right)^2 = 235\,200N$$

$$491142N \cdot C_L = 235\,200N$$

$$C_L = 0{,}479$$

d) Quel doit être l'angle d'attaque des ailes pour générer cette portance ? (Référez-vous au tableau de coefficient de portance du chapitre précédent.)

Selon le tableau, on a cette valeur de portance à un angle d'environ 4°. (Incroyable, c'est l'angle avec la meilleure finesse !)

e) Quelle est la trainée sur cet avion à cette vitesse ?

La trainée est

$$F_d = \frac{1}{2} C_d A \rho v^2$$

Pour trouver cette force, il nous faut le coefficient de trainée. Le coefficient de trainée est la somme des coefficients de trainée parasite et de trainée induite.

$$C_d = C_{d0} + \frac{C_L^2 A}{e \pi S^2}$$

Pour le coefficient de trainée parasite, on prend un coefficient de 0,021, le coefficient pour un avion régional à 2 moteurs. On a donc

$$\begin{aligned} C_d &= 0,020 + \frac{(0,479)^2 \cdot 63,1m^2}{0,75 \cdot \pi \cdot (28,4m)^2} \\ &= 0,020 + 0,008 \\ &= 0,028 \end{aligned}$$

La trainée est donc

$$\begin{aligned} F_d &= \frac{1}{2} C_d A \rho v^2 \\ &= \frac{1}{2} \cdot 0,028 \cdot 63,1m^2 \cdot 0,653 \tfrac{kg}{m^3} \cdot \left(154,4 \tfrac{m}{s}\right)^2 \\ &= 13\,752N \end{aligned}$$

f) Quelle doit-être la poussée des moteurs ?

L'équation des forces en x est

$$F_t - F_d = ma$$

Comme la vitesse de l'avion est constante, il n'y a pas d'accélération. On a donc

$$F_t - F_d = 0$$

La poussée est donc

$$\begin{aligned} F_t &= F_d \\ &= 13\,752N \end{aligned}$$

g) Quel est le rapport poussée sur poids de cet avion dans ces conditions ?

Le rapport est

$$\begin{aligned} T/W &= \frac{F_t}{mg} \\ &= \frac{13\,752N}{24\,000kg \cdot 9,8\frac{N}{kg}} \\ &= 0,0585 \end{aligned}$$

Ce rapport est bien inférieur au maximum du rapport typique des avions commerciaux (aux environs de 0,3).

h) Quelle doit être la vitesse d'expulsion des gaz faite par les moteurs sachant que les hélices ont un diamètre de 4,1 m ?

La poussée d'un moteur à hélice est donnée par

$$F_t = \frac{1}{2}\left(v_{\exp}^2 - v^2\right)\rho A_h$$

Pour trouver la vitesse d'expulsion, il nous faut A_h, l'aire du cercle décrit par les hélices quand elles tournent. Puisque le rayon est de 2,05 m, l'aire est

$$\begin{aligned} A_h &= \pi r^2 \\ &= \pi \cdot (2,05m)^2 \\ &= 13,20m^2 \end{aligned}$$

Comme la force faite par chaque moteur doit être de 6876 N (la moitié de la force totale puisqu'il y a 2 moteurs), on a

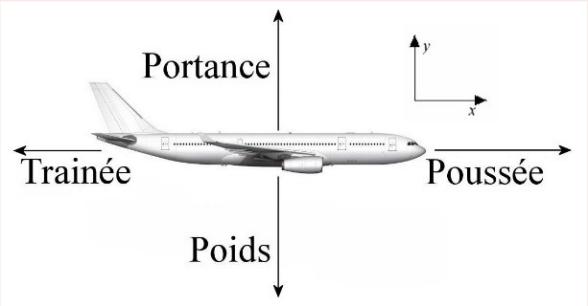
$$\begin{aligned} F_t &= \frac{1}{2}\left(v_{\exp}^2 - v^2\right)\rho A_h \\ 6876N &= \frac{1}{2}\cdot\left(v_{\exp}^2 - \left(154,4\tfrac{m}{s}\right)^2\right)\cdot 0,653\tfrac{kg}{m^3}\cdot 13,2m^2 \\ 6876N &= 4,3098\tfrac{kg}{m}\cdot\left(v_{\exp}^2 - \left(154,4\tfrac{m}{s}\right)^2\right) \\ 1595\tfrac{m^2}{s^2} &= v_{\exp}^2 - \left(154,4\tfrac{m}{s}\right)^2 \\ 1595\tfrac{m^2}{s^2} + \left(154,4\tfrac{m}{s}\right)^2 &= v_{\exp}^2 \\ 25434\tfrac{m^2}{s^2} &= v_{\exp}^2 \\ v_{\exp} &= 159,5\tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

En passant dans l'hélice, la vitesse de l'air passe donc de 154,4 m/s à 159,5 m/s. Les moteurs augmentent donc la vitesse de l'air de 3,3 %.

Exemple 5.1.2

La vitesse d'un Bombardier Q-400 volant à une altitude de 20 000 pieds (6096 m) passe de 200 nœuds à 300 nœuds en 3 minutes. À cette altitude, la masse volumique de l'air est de 0,653 kg/m³. Quelle doit être la poussée des moteurs quand la vitesse est de 250 nœuds ?

Comme la vitesse augmente, il y a une accélération en *x*. La poussée des moteurs doit donc être plus grande que la trainée (ce qu'on représente par une flèche plus longue dans cette figure).



Dans ce cas, la 2e loi de Newton en *x* nous donne

$$F_t - F_d = ma$$

Pour trouver la force de poussée de moteur, il nous faut l'accélération et la trainée.

Pour l'accélération, on sait que la vitesse passe de 200 à 300 nœuds en 3 minutes. L'accélération est donc

$$v = v_0 + at$$
$$154,4\tfrac{m}{s} = 102,9\tfrac{m}{s} + a \cdot 180s$$
$$51,5\tfrac{m}{s} = a \cdot 180s$$
$$a = 0,286\tfrac{m}{s^2}$$

Pour la trainée, il nous faut le coefficient de trainée. Le coefficient de trainée est la somme des coefficients de trainée parasite et de trainée induite.

$$C_d = C_{d0} + \frac{C_L^2 A}{e\pi S^2}$$

Il nous manque le coefficient de portance. Pour le trouver, on doit examiner l'équation des forces en *y*.

$$F_L - mg = 0$$
$$F_L = mg$$
$$\frac{1}{2} C_L A \rho v^2 = mg$$

Avec une vitesse de 250 nœuds, on arrive à

$$\frac{1}{2} \cdot C_L \cdot 63,1m^2 \cdot 0,653\tfrac{kg}{m^3} \cdot \left(128,7\tfrac{m}{s}\right)^2 = 235\,200N$$

$$341\,248N \cdot C_L = 235\,200N$$
$$C_L = 0,689$$

Le coefficient de trainée est donc

$$\begin{aligned} C_d &= C_{d0} + \frac{C_L^2 A}{e\pi S^2} \\ &= 0,020 + \frac{(0,689)^2 \cdot 63,1m^2}{0,75 \cdot \pi \cdot (28,4m)^2} \\ &= 0,020 + 0,016 \\ &= 0,036 \end{aligned}$$

La trainée est donc

$$\begin{aligned} F_d &= \frac{1}{2} C_d A \rho v^2 \\ &= \frac{1}{2} \cdot 0,036 \cdot 63,1m^2 \cdot 0,653 \tfrac{kg}{m^3} \cdot \left(128,7 \tfrac{m}{s}\right)^2 \\ &= 12\,285N \end{aligned}$$

On peut maintenant trouver la poussée avec la 2e loi de Newton.

$$\begin{aligned} F_t &= F_d + ma \\ &= 12\,285N + 24\,000kg \cdot 0,286 \tfrac{m}{s^2} \\ &= 12\,285N + 6864N \\ &= 19\,149N \end{aligned}$$

Changement d'angle d'attaque avec la vitesse

Erreur fréquente : penser que la portance change si C_L, ρ, A ou v change

Selon la 2e loi de Newton en y

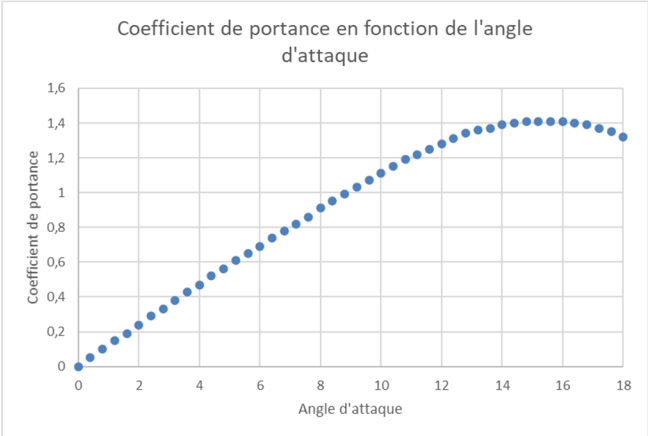
$$F_L - mg = 0$$

la portance doit toujours être égale au poids en vol horizontal. Même si C_L, ρ ou v change, la portance doit toujours être égale au poids.

Voyons ce que cela signifie si on change de vitesse par exemple. L'équation des forces en y signifie que

$$\frac{1}{2}C_L A\rho v^2$$

doit être une constante. Si la vitesse augmente, quelque chose d'autre doit diminuer dans cette équation pour qu'on garde la même portance. Comme l'aire des ailes ne peut pas changer et que la masse volumique de l'air est constante si on garde la même altitude, on en conclut que c'est C_L qui doit diminuer si la vitesse augmente.



Comme le coefficient de portance dépend de l'angle d'attaque (graphique), on en conclut qu'on doit diminuer l'angle d'attaque si on augmente la vitesse. En diminuant l'angle d'attaque, on fait diminuer C_L. La portance peut alors rester constante puisque l'augmentation de vitesse est compensée par une diminution de C_L.

Basse vitesse : angle d'attaque élevé

Haute vitesse : angle d'attaque bas

La vitesse de décrochage

À la section précédente, on a obtenu l'équation suivante

$$\frac{1}{2}C_L A\rho v^2 = mg$$

qui montre qu'on doit augmenter le coefficient de portance si la vitesse de l'avion diminue.

Toutefois, comme il y a un coefficient maximum (qui vaut 1,41 avec notre modèle d'aile), alors il doit y avoir une vitesse minimale. On trouve cette vitesse avec

$$\frac{1}{2}C_{L\max} A\rho v_{\min}^2 = mg$$

Si on isole la vitesse dans cette équation, on obtient une formule pour la vitesse minimale.

Vitesse de décrochage d'un avion en vol horizontal

$$v_{\min} = \sqrt{\frac{2mg}{C_{L\max} A\rho}}$$

Généralement, la valeur de $C_{L\max}$ se situe entre 1,2 et 1,6 en configuration de vol. Notre modèle d'aile a une valeur de $C_{L\max}$ de 1,41.

Si la vitesse de l'avion devient plus basse que cette vitesse minimale, la portance sera inférieure au poids de l'avion. L'avion va alors accélérer vers le bas et ne pourra pas garder son altitude. On dit alors que l'avion décroche. Le décrochage ne se fera pas soudainement. L'avion ne va pas soudainement arrêter de voler comme si la portance avait complètement disparu. À une vitesse inférieure à la vitesse de décrochage, la portance est encore là, mais elle est nécessairement plus petite que le poids. Ainsi, la force nette sur l'avion est vers le bas et l'avion accélère vers le bas. Si la portance est à peine plus petite que le poids, l'accélération sera petite, mais même une petite accélération finit par donner une vitesse vers le bas assez grande si elle agit pendant longtemps.

Quelques avions se sont écrasés parce qu'ils ont volé à une vitesse inférieure à la vitesse de décrochage. Citons tout particulièrement les exemples du vol Cubana 972 en 2018 (une vitesse de montée verticale trop rapide au décollage), des vols Air France 447 en 2009 (Mayday, épisode 13 saison 12) et West Caribbean Airways 708 en 2005 (Mayday, épisode 2 saison 11) qui ont décroché en vol de croisière, des vols China Airlines 140 en 1994 (Mayday, épisode 9 saison 18), Turkish Airlines 1951 en 2009 (Mayday, épisode 6 saison 10) et Colgan Air 3407 en 2009 (Mayday, épisode 4 saison 10) et qui ont tous trois décroché à l'atterrissage.

Mentionnons également l'écrasement du vol 235 de TransAsia Airways le 4 février 2015 à Taipei (Taïwan). Au décollage, le moteur numéro 2 cesse de fonctionner. Le pilote se trompe alors et arrête le moteur numéro 1 plutôt que le moteur numéro 2. Comme l'altitude n'est pas assez grande, l'équipage n'a pas le temps de redémarrer le moteur numéro 1. Sans moteurs, l'avion perd rapidement de la vitesse et, éventuellement, la vitesse devient inférieure à la vitesse minimale et l'avion décroche.
https://www.youtube.com/watch?v=p5w8jHm4sUg

Exemple 5.1.3

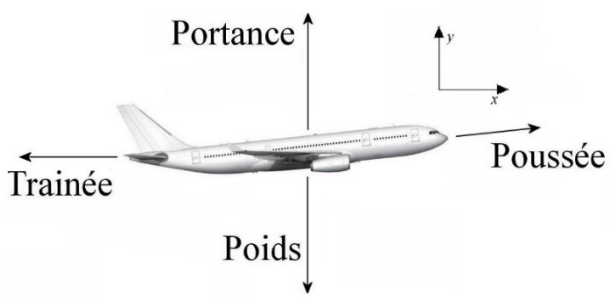
Quelle est la vitesse de décrochage d'un Bombardier Q-400 de 24 000 kg volant à une altitude de 20 000 pieds (6096 m, masse volumique de l'air de 0,653 kg/m³) si le coefficient de portance maximale est de 1,41 ?

Avec nos données, la vitesse minimale est

$$v_{\min} = \sqrt{\frac{2mg}{C_{L\max} A\rho}}$$

$$= \sqrt{\frac{2 \cdot 24\,000N \cdot 9,8\,\frac{N}{kg}}{1,41 \cdot 63,1m^2 \cdot 0,653\,\frac{kg}{m^3}}}$$
$$= 90,0\,\frac{m}{s}$$
$$= 175kts$$

En fait, la vitesse minimale peut être un peu plus basse. Comme les ailes ne peuvent pas changer d'orientation par rapport à l'avion, il faut incliner l'avion au complet pour avoir un angle d'attaque élevé (on n'a pas trouvé de mécanisme qui permettrait de changer l'angle d'attaque des ailes sans rendre les ailes trop fragiles). On se retrouve donc dans la situation montrée à droite.



On voit que dans cette position, la poussée du moteur, un peu inclinée vers le haut, contribue maintenant à supporter l'avion. Cela permet à l'avion de rester en vol avec un peu moins de portance.

Toutefois, si on fait le calcul, on se rend compte que cela ne change pas beaucoup la vitesse minimale (pour les avions de passagers). Avec notre Bombardier Q-400, la vitesse minimale passe de 175 à 174 nœuds si on incline la poussée de 11,7° (qui est l'angle qu'on aurait pour la poussée à l'angle d'attaque maximum). On peut donc négliger cette minime différente et calculer la vitesse minimale comme si la poussée n'était pas inclinée (puisque le calcul est nettement moins long dans ce cas).

La vitesse de décrochage augmente avec le facteur de charge. En effet, avec un facteur de charge n, la portance est

$$n = \frac{F_L}{mg}$$
$$F_L = nmg$$

En prenant la formule de la portance, on a

$$\frac{1}{2} C_L \rho A v^2 = nmg$$

À la vitesse minimum (la vitesse de décrochage), on a la valeur maximale de C_L.

$$\frac{1}{2} C_{L\max} \rho A v_{\min n}^2 = nmg$$

On a appelé la vitesse minimum $v_{\min n}$ pour *vitesse de décrochage avec le facteur de charge n*. Si on isole cette vitesse, on arrive à

$$\begin{aligned} v_{\min n} &= \sqrt{\frac{2nmg}{C_{L\max} A\rho}} \\ &= \sqrt{\frac{2mg}{C_{L\max} A\rho}}\sqrt{n} \end{aligned}$$

La première racine est la vitesse de décrochage quand le facteur de charge est 1. On avait appelé cette vitesse simplement $v_{\min}$. On peut donc écrire

La vitesse de décrochage avec un facteur de charge *n*

$$v_{\min n} = v_{\min}\sqrt{n}$$

Le minimum de trainée

Les formules de trainée pourraient nous laisser croire que la trainée augmente simplement avec le carré de la vitesse

$$F_d = \frac{1}{2} C_d A\rho v^2$$

Toutefois, ce n'est pas aussi simple, car C_d dépend de C_L selon

$$C_d = C_{d0} + \frac{C_L^2 A}{e\pi S^2}$$

qui à son tour dépend de la vitesse selon

$$C_L = \frac{2mg}{A\rho v^2}$$

Quand la vitesse est grande, C_L est plus petit et C_d est plus petit. Reste à voir quel effet a le plus d'importance : l'augmentation parce que v augmente ou la diminution parce que C_d diminue.

Pour trouver la réponse, examinons comment change le coefficient de friction avec la vitesse. Si on utilise la valeur du coefficient de portance dans la formule du coefficient de trainée, on a

$$\begin{aligned} C_d &= C_{d0} + \frac{C_L^2 A}{e\pi S^2} \\ &= C_{d0} + \left(\frac{2mg}{A\rho v^2}\right)^2 \frac{A}{e\pi S^2} \\ &= C_{d0} + \frac{4m^2 g^2}{A\rho^2 v^4 e\pi S^2} \end{aligned}$$

La trainée est donc

$$\begin{aligned} F_d &= \frac{1}{2} C_d A \rho v^2 \\ &= \frac{1}{2}\left(C_{d0} + \frac{4m^2 g^2}{A\rho^2 v^4 e\pi S^2} \right) A\rho v^2 \\ &= \frac{1}{2} C_{d0} A\rho v^2 + \frac{1}{2} \frac{4m^2 g^2}{A\rho^2 v^4 e\pi S^2} A\rho v^2 \end{aligned}$$

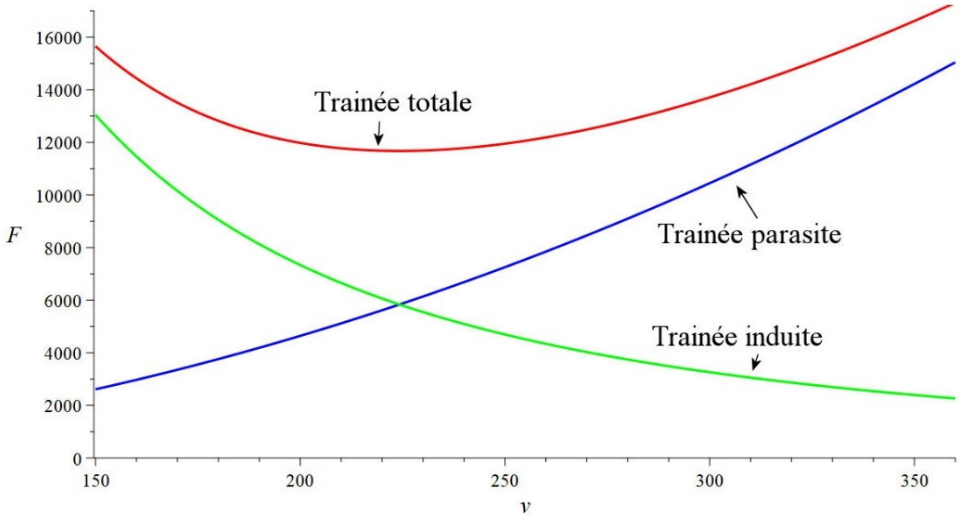
Ce qui donne

Trainée en vol horizontal

$$F_d = \frac{1}{2} C_{d0} A\rho v^2 + \frac{2m^2 g^2}{\rho e\pi S^2 v^2}$$

Attention : Cette formule est valide uniquement en vol horizontal.

On voit que la trainée parasite augmente avec la vitesse alors que la trainée induite diminue avec la vitesse. Pour notre Bombardier Q-400 volant à 20 000 pieds (avec une masse volumique de l'air de 0,653 kg/m³), on obtient le graphique suivant pour les trainées parasite, induite et totale.



On voit qu'il y a un minimum de trainée. On peut montrer que la trainée minimale est de

$$F_{d\min} = \frac{2mg}{S}\sqrt{\frac{C_{d0}A}{e\pi}}$$

Notez que puisque la finesse maximale (chapitre 4) est

$$f_{\max} = \frac{S}{2}\sqrt{\frac{\pi e}{C_{d0}A}}$$

on peut aussi écrire la formule sous la forme suivante.

$$F_{d\min} = \frac{mg}{f_{\max}}$$

On a donc les formules suivantes pour la trainée minimum.

Trainée minimale d'un avion en vol horizontal

$$F_{d\min} = \frac{2mg}{S}\sqrt{\frac{C_{d0}A}{e\pi}}$$

$$F_{d\min} = \frac{mg}{f_{\max}}$$

Plus la finesse de l'aile est élevée, plus la trainée minimum sera faible. Comme notre Q-400 a une finesse maximum de 19,4, la trainée minimum est 19,4 fois plus petite que le poids de l'avion. La trainée minimale est encore plus petite pour des avions qui ont une finesse maximale encore plus grande. Pour obtenir cette trainée minimum, il faut que l'angle d'attaque soit l'angle d'attaque qui donne la finesse maximale.

Sur le graphique, on voit que la trainée est minimale à une certaine vitesse. Cette vitesse est

Vitesse de trainée minimale d'un avion en vol horizontal

$$v_{d\min} = \sqrt[4]{\frac{4m^2g^2}{C_{d0}A\rho^2 e\pi S^2}}$$

Attention : c'est une racine quatrième.

Exemple 5.1.4

Un Bombardier Q-400 vole à une altitude de 20 000 pieds (6096 m, masse volumique de l'air de 0,653 kg/m³).

a) Quelle est la trainée minimale qui peut s'exercer sur cet avion ?

La trainée minimale est

$$\begin{aligned} F_{d\min} &= \frac{2mg}{S}\sqrt{\frac{C_{d0}A}{e\pi}} \\ &= \frac{2\cdot 24\,000kg\cdot 9{,}8\,\frac{N}{kg}}{28{,}4m}\cdot\sqrt{\frac{0{,}020\cdot 63{,}1m^2}{0{,}75\cdot\pi}} \\ &= 12\,122N \end{aligned}$$

Comme prévu, la trainée minimale est 19,4 fois plus petite que le poids de l'avion.

b) À quelle vitesse a-t-on cette trainée minimale (en nœuds) ?

La vitesse de trainée minimale est

$$\begin{aligned} v_{d\min} &= \sqrt[4]{\frac{4m^2g^2}{C_{d0}A\rho^2 e\pi S^2}} \\ &= \sqrt[4]{\frac{4\cdot(24\,000kg)^2\cdot\left(9,8\frac{N}{kg}\right)^2}{0,020\cdot 63,1m^2\cdot\left(0,653\frac{kg}{m^3}\right)^2\cdot 0,75\cdot\pi\cdot(28,4m)^2}} \\ &= \sqrt[4]{216\,372\,016\frac{m^4}{s^4}} \\ &= 121,3\frac{m}{s} \\ &= 235,7kts \end{aligned}$$

Pour économiser au maximum, on aurait intérêt à faire voler l'avion près de cette vitesse (qui permet alors à l'avion d'avoir l'angle d'attaque qui donne la finesse maximum). Comme la force des moteurs est égale à la force de trainée en vol horizontal, la poussée des moteurs est minimale quand on se déplace à la vitesse de trainée minimale, ce qui permet d'économiser le carburant.

Changement avec l'altitude

L'angle d'attaque ou la vitesse doit augmenter avec l'altitude

Pour que la portance soit égale au poids de l'avion, on doit avoir

$$\frac{1}{2}C_L A\rho v^2 = mg$$

On voit que si la masse volumique de l'air diminue, on doit augmenter la portance (en augmentant l'angle d'attaque ou la vitesse de l'avion). L'angle d'attaque et/ou la vitesse doivent donc augmenter avec l'altitude.

La vitesse de décrochage augmente avec l'altitude

On voit aussi que la formule de la vitesse de décrochage

$$v_{\min} = \sqrt{\frac{2mg}{C_{L\max}A\rho}}$$

indique que la vitesse de décrochage augmente si la masse volumique de l'air diminue. Cela signifie que la vitesse de décrochage augmente avec l'altitude. Si notre Q-400 volait plus haut, disons à 40 000 pieds (12 000 m) (ce que ce modèle d'avion ne peut pas vraiment faire), où la masse volumique de l'air baisse à 0,302 kg/m³, alors la vitesse de décrochage

augmenterait à 257 nœuds plutôt que 175 nœuds à 20 000 pieds. Plus on monte, plus la vitesse de décrochage augmente.

La trainée minimum

La trainée minimale

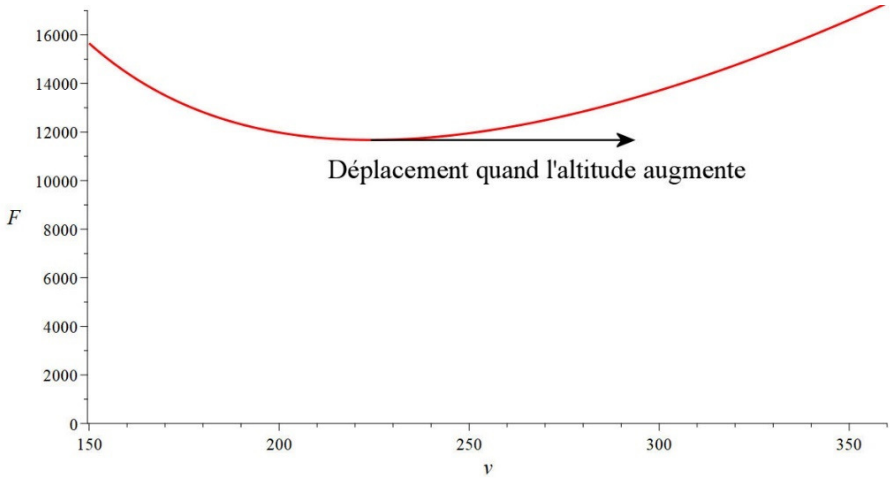
$$F_{d\min} = \frac{2mg}{S}\sqrt{\frac{C_{d0}A}{e\pi}}$$

ne change pas avec la masse volumique de l'air, ce qui signifie qu'elle ne change pas avec l'altitude. Par contre, la vitesse de trainée minimale

$$v_{d\min} = \sqrt[4]{\frac{4m^2g^2}{C_{d0}A\rho^2 e\pi S^2}}$$

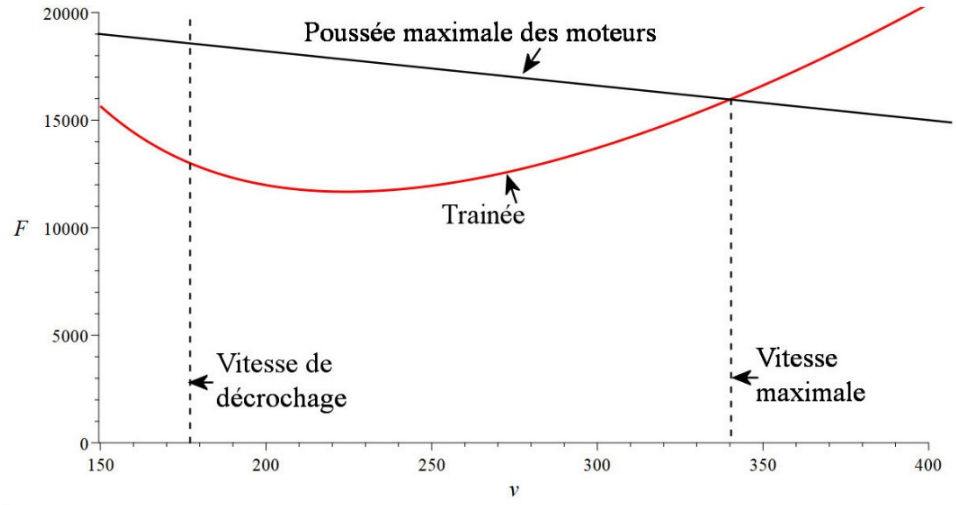
augmente quand la masse volumique diminue. Cela signifie que la vitesse de trainée minimale augmente avec l'altitude.

Comme la friction minimale reste la même avec l'altitude et que la vitesse du minimum augmente avec l'altitude, la courbe de la friction se déplace vers la droite quand l'altitude augmente.



Vitesse minimale et maximale à haute altitude

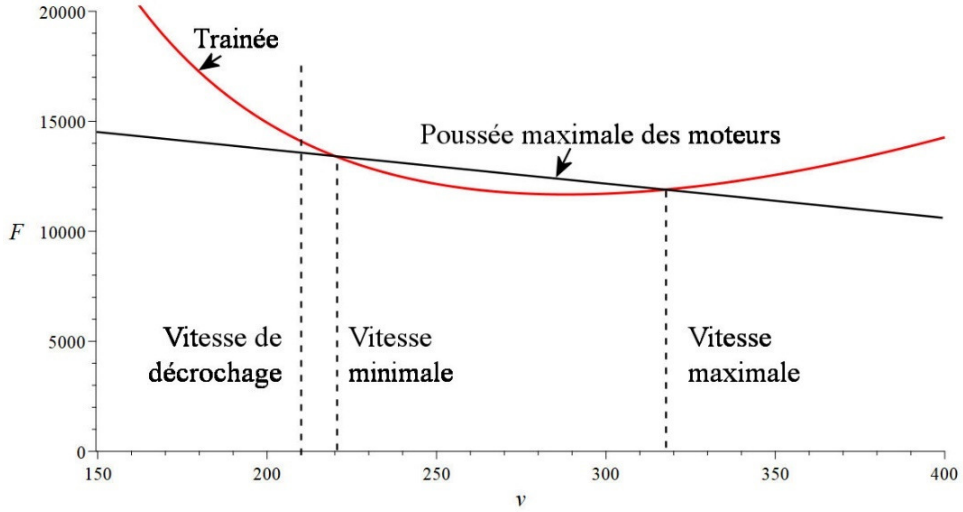
Pour que l'avion puisse faire son vol horizontal à vitesse constante, la poussée des moteurs doit être égale à la trainée. La poussée maximale que peuvent fournir les moteurs doit donc être supérieure à la trainée. À une certaine altitude, la poussée maximale des moteurs dépasse la trainée sur un certain intervalle de vitesse. Voici un graphique illustrant cela. (Avec un moteur à hélice ou un turbofan, la poussée maximale diminue avec la vitesse. C'est pour cela que la ligne de poussée maximale des moteurs est inclinée. La baisse n'est pas nécessairement représentée par une ligne droite. On aura plus d'information sur cette baisse dans un chapitre ultérieur.)



(Il se pourrait que la vitesse minimum soit limitée par la vitesse de décrochage plutôt que par la poussée des moteurs. Il se pourrait aussi que la vitesse maximale de l'avion soit plutôt limitée par la résistance structurelle de l'appareil plutôt que par la poussée des moteurs. Il se pourrait aussi que la vitesse maximale soit limitée par la vitesse du son parce que la trainée peut fortement augmenter quand on s'approche de la vitesse du son. Cela se produit généralement en haute altitude où la faible température fait en sorte que la vitesse du son n'est plus que de 665 nœuds, plutôt qu'environ 780 nœuds au sol.)

On atteint une vitesse maximale quand la trainée devient égale à la poussée maximale que peuvent fournir les moteurs. (Si on connaissait la formule de la poussée maximale des moteurs en fonction de la vitesse, on pourrait calculer cette vitesse maximale.) Pour maintenir une vitesse plus grande, il faudrait de nouveaux moteurs ayant une poussée plus grande. Il y aurait aussi une vitesse minimale qui correspond à l'autre croisement de la droite de poussée maximale et de la trainée, mais elle est inférieure à la vitesse de décrochage.

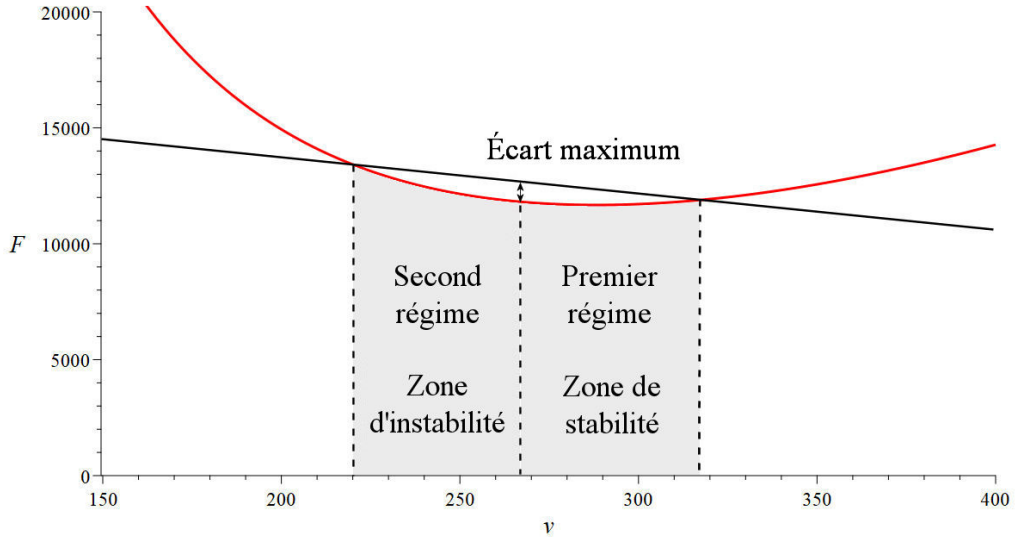
Voyons maintenant ce qui se passe à une altitude plus élevée.



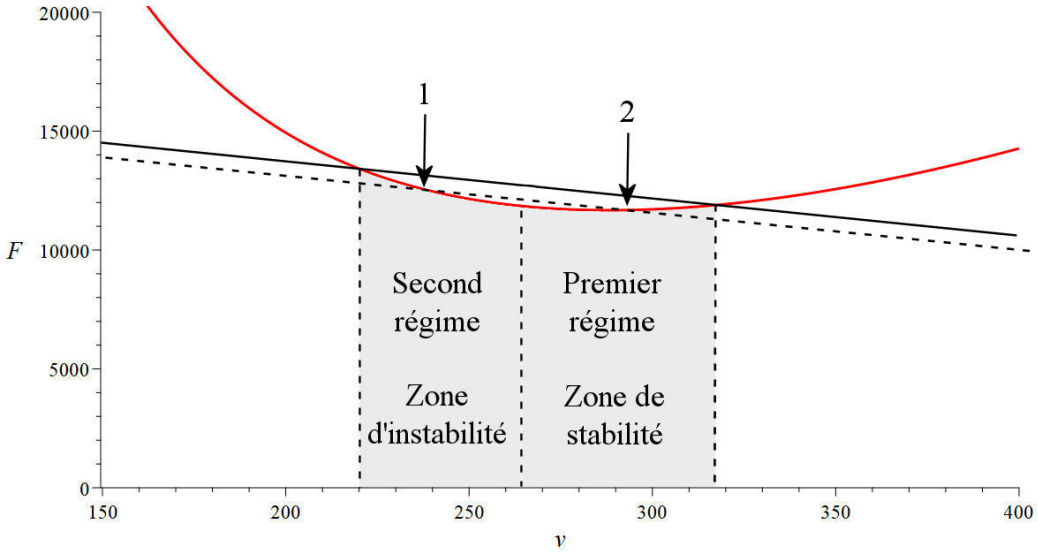
La courbe de trainée s'est déplacée vers la droite puisque l'altitude est plus grande. La ligne de poussée des moteurs a baissé parce que la poussée des moteurs diminue avec l'altitude. On voit que l'intervalle de vitesses possibles est plus petit. Souvent (comme sur le graphique), la vitesse minimale devient supérieure à la vitesse de décrochage. Cela ne veut pas dire que l'avion ne peut pas décrocher. On peut très bien décrocher en haute altitude. Le graphique nous dit simplement qu'on ne peut pas aller à vitesse constante en maintenant une vitesse inférieure à la vitesse minimum. Si l'avion va moins vite que la vitesse minimum, il ne peut pas aller à vitesse constante et va nécessairement ralentir puisque la trainée est plus grande que la poussée maximale que peuvent exercer les moteurs. Si on ne diminue pas l'altitude de l'avion, il va inévitablement ralentir jusqu'à atteindre la vitesse de décrochage. Aller à une vitesse inférieure à la vitesse minimale mène donc au décrochage.

On voit que, entre la vitesse minimale et la vitesse maximale, l'écart entre la poussée maximale des moteurs et la trainée augmente, atteint une valeur maximale puis diminue. À une certaine vitesse (qu'on va appeler $v_{écart\ max}$), on a le plus grand écart entre les deux.

La vitesse $v_{écart\ max}$ sépare la plage de vitesse possible en deux régions appelées *régime*. Le premier régime est entre $v_{écart\ max}$ et v_{max}. Dans ce régime, le vol de l'avion est stable, ce qui signifie que la vitesse se stabilise tout seul sans qu'il soit nécessaire d'ajuster la poussée des moteurs. Le second régime est entre v_{min} et $v_{écart\ max}$. Dans ce régime, le vol de l'avion est instable, ce qui signifie qu'on doit constamment ajuster la poussée des moteurs pour garder une vitesse constante.



Voyons pourquoi la situation est stable ou instable. Quand l'avion vole à une certaine vitesse, la poussée est alors égale à la trainée. À ce moment, la poussée est un peu inférieure à la poussée maximale (ligne pointillée inclinée sur le graphique suivant).



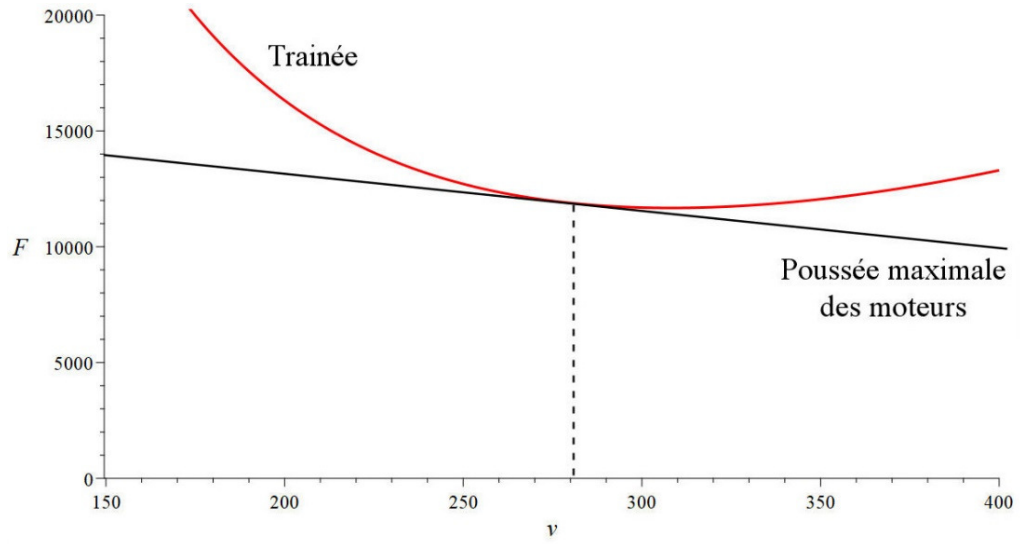
Commençons avec un avion dans le second régime. On est initialement à la vitesse indiquée par la flèche 1. Si l'avion accélère un peu pour une raison quelconque, on se déplace un peu vers la droite sur le graphique. À droite de la flèche 1, on voit que la poussée est supérieure à la trainée. Comme la poussée devient plus grande que la trainée, l'avion accélère encore plus. Il faut donc diminuer la poussée des moteurs pour revenir à la vitesse voulue. Si l'avion ralentit un peu pour une raison quelconque, on se déplace un peu vers la gauche sur le graphique. À gauche de la flèche 1, on voit que la poussée est inférieure à la trainée. Comme la trainée devient plus grande que la poussée, l'avion ralentit encore plus. Il faut donc diminuer la poussée des moteurs pour revenir à la vitesse voulue. Il faut donc constamment ajuster la manette des gaz pour maintenir une vitesse constante dans cette zone d'instabilité (ce que certains modèles d'avion font automatiquement). Si l'avion ralentit et qu'on ne fait pas de correction, l'avion va ralentir jusqu'à atteindre la vitesse de décrochage.

Examinons maintenant comme va réagir un avion dans le premier régime. On est initialement à la vitesse indiquée par la flèche 2. Si l'avion accélère un peu pour une raison quelconque, on se déplace un peu vers la droite sur le graphique. À droite de la flèche 2, on voit que la poussée est inférieure à la trainée. Comme la poussée devient plus petite que la trainée, l'avion ralentit et revient tout seul à sa vitesse. Si l'avion ralentit un peu pour une raison quelconque, on se déplace un peu vers la gauche sur le graphique. À gauche de la flèche 2, on voit que la poussée est supérieure à la trainée. Comme la poussée devient plus grande que la trainée, l'avion accélère et revient tout seul à sa vitesse. Nul besoin d'ajuster la manette des gaz pour maintenir une vitesse constante dans cette zone de stabilité.

La mince plage de vitesses possibles en haute altitude et les problèmes de stabilité à des vitesses inférieures à $v_{écart\ max}$ peuvent devenir un sérieux problème si l'indicateur de vitesse cesse de fonctionner. Le 1er juin 2009, les tubes de Pitot (qui mesurent la vitesse) ont gelé sur le vol d'Air France 447 effectuant la liaison Rio-Paris et l'ordinateur de bord ne pouvait plus déterminer la vitesse de l'avion. Les pilotes réagissent mal et l'avion commence à ralentir. (Les pilotes ne savent pas au début que l'avion ralentit puisque

l'indicateur de vitesse ne fonctionne plus. De plus, le ralentissement peut être interprété comme un avion qui pique du nez par les pilotes comme on le verra au chapitre 7 et cela a probablement amené le copilote à monter le nez de l'avion sans raison, ce qui a accentué le ralentissement de l'avion). À partir de ce moment, la trainée est devenue plus grande que la poussée des moteurs et l'avion a constamment ralenti au point de décrocher. La gestion du problème par le pilote et les 2 copilotes étant loin d'être exemplaire, le décrochage s'est poursuivi jusqu'à l'impact avec l'océan.
https://www.youtube.com/watch?v=yOsq9ErB-l4 (et Mayday, épisode 13 saison 12)
Des indicateurs de vitesse défectueux ont aussi amené le décrochage du vol 302 de Birgenair de 6 février 1996 (Mayday, épisode 8 saison 5)

À une altitude encore plus élevée, la plage des vitesses possibles n'est plus qu'une seule vitesse.



À cette altitude, l'avion doit voler à cette vitesse pour maintenir une vitesse constante. Il va nécessairement ralentir s'il se déplace à n'importe quelle autre vitesse. On est à l'altitude maximale de l'avion. À une altitude plus élevée, la trainée serait toujours plus grande que la poussée des moteurs et l'avion ne pourrait pas maintenir une vitesse constante. (En fait, l'avion ne peut même pas atteindre l'altitude maximale puisqu'il faudrait un temps infini pour y arriver…)

Vol en très haute altitude

Si on veut voler à très haute altitude, l'avion devra avoir des ailes ayant une grande surface. En effet, l'équation des forces verticales

$$\frac{1}{2}C_L A\rho v^2 = mg$$

montre qu'on doit avoir une aire très grande pour compenser la masse volumique très faible.

Ensuite, pour que l'altitude maximale soit très grande, on doit avoir des moteurs très puissants ou diminuer la trainée pour qu'il y ait une plage de vitesses possibles à cette altitude. Examinons la formule de la trainée minimum pour voir comment on peut la diminuer.

$$F_{d\min} = \frac{2mg}{S}\sqrt{\frac{C_{d0}A}{e\pi}}$$

La façon simple de diminuer la trainée est d'augmenter S, l'envergure des ailes. Les avions conçus pour voler à très haute altitude ont donc des ailes longues et minces (à moins d'avoir un moteur extrêmement puissant).

On peut voir cette configuration avec l'avion-espion américain U-2, en service depuis 1957, qui peut atteindre une altitude de 70 000 pieds (21 300 m).

lyonairmuseum.org/blog/brief-history-u-2-spy-plane-program/

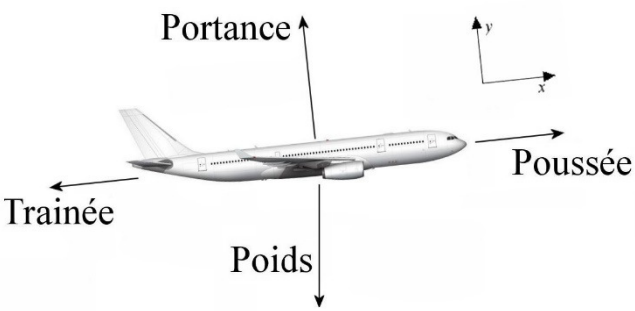
La faible plage de vitesses possibles à cette altitude demande une attention constante du pilote pendant de longues heures de vols (jusqu'à 9 heures), ce qui est, semble-t-il, très épuisant.

On verra aux chapitres 8 et 9 que d'autres facteurs peuvent aussi limiter la vitesse maximale d'un avion.

5.2 AVION EN MONTÉE

Équation des forces

Lors de la montée de l'avion avec un angle θ, on a les forces montrées sur la figure de droite.



Avec les axes montrés sur la figure, toutes les forces sont en direction des axes, sauf le poids. Avec un vol horizontal, le poids était à 90° de l'axe des x. En inclinant d'un angle θ l'axe des x, on augmente l'angle entre l'axe des x et le poids à 90° + θ. Les composantes du poids sont donc

$$P_x = mg\cos\left(-\left(90° + \theta\right)\right)$$
$$P_y = mg\sin\left(-\left(90° + \theta\right)\right)$$

Comme cos (-x) = cos x et sin (-x) = -sin x, on a

$$P_x = mg\cos(90° + \theta)$$
$$P_y = -mg\sin(90° + \theta)$$

Comme cos (90° + θ) = -sin (θ) et sin (90° + θ) = cos (θ), on a

$$P_x = -mg\sin\theta$$
$$P_y = -mg\cos\theta$$

On aura alors les équations suivantes.

$$\sum F_x = ma_x \quad \rightarrow \quad F_t - F_d - mg\sin\theta = ma_x$$
$$\sum F_y = ma_y \quad \rightarrow \quad F_L - mg\cos\theta = ma_y$$

Comme c'est quand même assez rare qu'il y ait une accélération importante en y pour un avion (sauf peut-être quand il y a décrochage ou des turbulences), toute l'accélération est en x. Nos équations sont donc

Équations des forces pour un avion qui monte avec un angle θ

$$F_t - F_d - mg\sin\theta = ma$$
$$F_L - mg\cos\theta = 0$$

Exemple 5.2.1

Un Bombardier Q-400 fait une montée avec un angle de 4°. À un certain moment, il vole à 150 nœuds à une altitude de 3000 pieds (914 m) et sa vitesse augmente lentement (à un rythme constant) de sorte qu'elle sera de 250 nœuds dans 5 minutes. La masse volumique de l'air à cette altitude est de 1,121 kg/m³.

a) Quelle doit être la portance ?

La 2e loi de Newton en y nous donne

$$F_L - mg\cos\theta = 0$$

On a donc

$$\begin{aligned} F_L &= mg\cos\theta \\ &= 24\,000kg \cdot 9{,}8\tfrac{N}{kg} \cdot \cos 4° \\ &= 234\,627N \end{aligned}$$

b) Quel est le facteur de charge ?

Puisque $F_L = mg\cos\theta$, le facteur de charge est

$$\begin{aligned} n &= \frac{F_L}{mg} \\ &= \frac{mg\cos\theta}{mg} \\ &= \cos\theta \\ &= \cos 4° \\ &= 0,998 \end{aligned}$$

La portance faite par les ailes est donc un peu plus petite que le poids durant la montée. C'est toujours le cas puisqu'on obtient toujours $n = \cos\theta$.

c) Quel doit être le coefficient de portance pour générer cette portance ?

On sait que la portance

$$F_L = \frac{1}{2} C_L A \rho v^2$$

doit être égale à 234 627 N. On a donc

$$\begin{aligned} 234\,627N &= \frac{1}{2} \cdot C_L \cdot 63,1m^2 \cdot 1,121\tfrac{kg}{m^3} \cdot \left(77,2\tfrac{m}{s}\right)^2 \\ 234\,627N &= 210\,785N \cdot C_L \\ C_L &= 1,113 \end{aligned}$$

d) Quel doit être l'angle d'attaque des ailes pour générer cette portance ? (Référez-vous au tableau de coefficient de portance.)

Selon le tableau, on a cette valeur de portance à un angle d'environ 10°.

e) Quelle est la trainée sur cet avion à cette vitesse ?

La trainée est donnée par

$$F_d = \frac{1}{2} C_d A \rho v^2$$

Pour la trouver, il nous faut le coefficient de trainée. Le coefficient de trainée est

$$\begin{aligned} C_d &= C_{d0} + \frac{C_L^2 A}{e\pi S^2} \\ &= 0,020 + \frac{C_L^2 A}{e\pi S^2} \end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
&= 0,020 + \frac{(1,113)^2 \cdot 63,1m^2}{0,75 \cdot \pi \cdot (28,4m)^2} \\
&= 0,020 + 0,041 \\
&= 0,061
\end{aligned}
$$

La trainée est donc

$$
\begin{aligned}
F_d &= \frac{1}{2} C_d A \rho v^2 \\
&= \frac{1}{2} \cdot 0,061 \cdot 63,1m^2 \cdot 1,121 \tfrac{kg}{m^3} \cdot \left(77,2 \tfrac{m}{s}\right)^2 \\
&= 12\,858N
\end{aligned}
$$

f) Quelle doit-être la poussée des moteurs ?

L'équation des forces en x est

$$F_t - F_d - mg \sin\theta = ma$$

La force de poussée de moteur est donc

$$F_t = F_d + mg \sin\theta + ma$$

Pour la trouver, il nous faut l'accélération. Comme la vitesse passe de 200 nœuds à 300 nœuds en 5 minutes, l'accélération est

$$
\begin{aligned}
v &= v_0 + at \\
128,7 \tfrac{m}{s} &= 77,2 \tfrac{m}{s} + a \cdot 300s \\
51,5 \tfrac{m}{s} &= a \cdot 300s \\
a &= 0,1716 \tfrac{m}{s^2}
\end{aligned}
$$

La force de poussée des moteurs est donc

$$
\begin{aligned}
F_t &= F_d + mg \sin\theta + ma \\
&= 12\,858N + 24\,000kg \cdot 9,8 \tfrac{N}{kg} \cdot \sin 4° + 24\,000kg \cdot 0,1716 \tfrac{m}{s^2} \\
&= 12\,858N + 16\,407N + 4117N \\
&= 33\,382N
\end{aligned}
$$

g) Quelle doit être la vitesse d'expulsion des gaz faite par les moteurs sachant que les hélices ont un diamètre de 4,1 m ?

La poussée est donnée par

$$F_t = \frac{1}{2}\left(v_{\exp}^2 - v^2\right)\rho A_h$$

Il faut trouver l'aire de cercle décrit par les hélices quand elles tournent (c'est le A_h dans les formules). Puisque le rayon est de 2,05 m, l'aire est

$$\begin{aligned} A_h &= \pi r^2 \\ &= \pi \cdot (2,05m)^2 \\ &= 13,20m^2 \end{aligned}$$

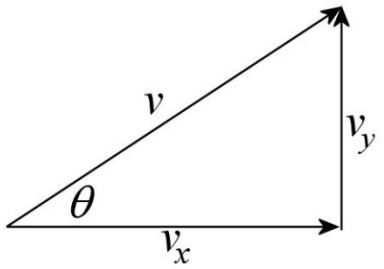
Comme la force faite par chaque moteur doit être de 16 691 N (la moitié de la force totale puisqu'il y a 2 moteurs), on a

$$\begin{aligned} F_t &= \frac{1}{2}\left(v_{\exp}^2 - v^2\right)\rho A_h \\ 16\,691N &= \frac{1}{2}\cdot\left(v_{\exp}^2 - \left(77,2\tfrac{m}{s}\right)^2\right)\cdot 1,121\tfrac{kg}{m^3}\cdot 13,2m^2 \\ 16\,691N &= 7,3986\tfrac{kg}{m}\cdot\left(v_{\exp}^2 - \left(77,2\tfrac{m}{s}\right)^2\right) \\ 2256\tfrac{m^2}{s^2} &= v_{\exp}^2 - \left(77,2\tfrac{m}{s}\right)^2 \\ 2256\tfrac{m^2}{s^2} + \left(77,2\tfrac{m}{s}\right)^2 &= v_{\exp}^2 \\ 8216\tfrac{m^2}{s^2} &= v_{\exp}^2 \\ v_{\exp} &= 90,6\tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

En passant dans l'hélice, la vitesse de l'air passe donc de 77,2 m/s à 90,6 m/s. Les moteurs augmentent donc la vitesse de l'air de 17,4 %.

Rythme de montée

Ce pourrait être bien de convertir cet angle en rythme de montée. Avec un angle de montée θ, on a la situation montrée sur la figure.



La vitesse de montée est la composante en y de la vitesse

$$v_y = v\sin\theta$$

Il ne reste qu'à convertir cette vitesse pour avoir l'unité désirée.

Dans notre exemple, l'avion a une vitesse de 150 nœuds et un angle de montée de 4°. Cela correspond à une vitesse de montée de

$$\begin{aligned} v_y &= 77,2\tfrac{m}{s}\cdot\sin 4° \\ &= 5,39\tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

Si on change les mètres en pieds, on a

$$v_y = 17,7\tfrac{ft}{s}$$

Ce qui correspond à un rythme de montée de 1060 pieds par minute. C'est beaucoup… (Notez qu'on est pratiquement à la limite de ce que les moteurs peuvent fournir.)

Pour passer directement d'une vitesse en nœud à une vitesse de montée en pieds par seconde, on fait donc

$$v_y = v_{kts}\sin\theta\cdot\tfrac{1}{1,943}\cdot 3,281\cdot 60$$

On a mis un *kts* en indice pour indiquer que c'est une vitesse en nœuds. (Le 1,943 change les nœuds en m/s, le 3,281 change les mètres en pieds et le 60 change les pieds par seconde en pieds par minute.)

Ce qui donne

$$v_y = v_{kts}\sin\theta\cdot 101$$

Souvent, l'angle n'est pas très grand. Quand l'angle n'est pas très grand (inférieur à 15°), on a

$$\sin\theta = \theta\cdot\frac{\pi}{180}$$

On arrive donc à

$$v_y = v_{kts}\theta\cdot\tfrac{\pi}{180}\cdot 101$$

Ce qui donne

$$v_y = v_{kts}\theta\cdot 1,77$$

On peut faire un peu plus approximatif avec $v_y = 2\,v\theta$ et ensuite enlever 10 %. (Avec 150 nœuds et un angle de 4°, cette formule donne 150 kts · 4° · 2 = 1200 ft/min. Si on enlève 10 %, donc 120, on a 1080 pieds/minute.)

La formule est aussi valide pour la descente.

Angle de montée à vitesse constante

On va calculer l'angle de montée pour un avion ayant une vitesse constante si on connait la poussée des moteurs F_t. Avec une accélération nulle, les équations deviennent

$$F_t - F_d - mg\sin\theta = 0$$
$$F_L - mg\cos\theta = 0$$

Avec ces équations, on peut obtenir

$$mg\sin\theta = F_t - F_d$$
$$\sin\theta = \frac{F_t}{mg} - \frac{F_d}{mg}$$
$$\sin\theta = \frac{F_t}{mg} - \frac{F_d}{F_L}\frac{F_L}{mg}$$
$$\sin\theta = \frac{F_t}{mg} - \frac{C_d}{C_L}\frac{F_L}{mg}$$
$$\sin\theta = \frac{F_t}{mg} - \frac{C_d}{C_L}\cos\theta$$

On peut obtenir une solution exacte de cette équation, mais souvent l'angle n'est pas très grand, ce qui fait qu'on peut faire l'approximation cos $\theta \approx 1$. On a alors

$$\sin\theta = \frac{F_t}{mg} - \frac{C_d}{C_L}$$

Comme le 2e terme est aussi l'inverse de la finesse, on a les deux formules suivantes.

Angle de montée à vitesse constante

$$\sin\theta = \frac{F_t}{mg} - \frac{C_d}{C_L}$$
$$\sin\theta = \frac{F_t}{mg} - \frac{1}{f}$$

Notez que le rapport des coefficients ou la finesse (2e terme) peut se calculer pour le vol en montée, mais ce rapport peut aussi se calculer en faisant comme si l'avion était en vol horizontal, il n'y aura pas une grande différence et le calcul est nettement plus facile en vol horizontal.

Exemple 5.2.2

Un Bombardier Q-400 fait une montée à 200 nœuds. Quel est le rythme de montée à une altitude de 3000 pieds (914 m) si la poussée des moteurs est de 22 000 N ? La masse volumique de l'air à cette altitude est de 1,121 kg/m³.

L'angle de montée à la poussée maximale se calcule avec

$$\sin\theta = \frac{F_t}{mg} - \frac{C_d}{C_L}$$

Pour trouver cet angle, on doit avoir les coefficients de portance et de trainée. Pour le coefficient de portance, on a

$$F_L - mg\cos\theta = 0$$

Il nous faudrait l'angle de montée pour le calculer, mais c'est justement ce qu'on cherche. Ce n'est pas grave, on peut calculer les coefficients comme si l'avion était en vol horizontal. On a alors

$$\begin{aligned}
F_L - mg &= 0 \\
\frac{1}{2}C_L\rho A v^2 &= mg \\
C_L &= \frac{2mg}{\rho A v^2} \\
C_L &= \frac{2\cdot 24\,000kg\cdot 9,8\frac{N}{kg}}{1,121\frac{kg}{m^3}\cdot 63,1m^2\cdot\left(102,9\frac{m}{s}\right)^2} \\
C_L &= 0,628
\end{aligned}$$

Le coefficient de trainée est alors

$$\begin{aligned}
C_d &= C_{d0} + \frac{C_L^2 A}{e\pi S^2} \\
&= 0,020 + \frac{(0,628)^2\cdot 63,1m^2}{0,75\cdot\pi\cdot(28,4m)^2} \\
&= 0,020 + 0,013 \\
&= 0,033
\end{aligned}$$

L'angle de montée est

$$\begin{aligned}
\sin\theta &= \frac{F_t}{mg} - \frac{C_d}{C_L} \\
&= \frac{22\,000N}{24\,000kg\cdot 9,8\frac{N}{kg}} - \frac{0,033}{0,628} \\
&= 0,094 - 0,053 \\
&= 0,041 \\
\theta &= 2,35°
\end{aligned}$$

Cela correspond à un rythme de montée de

$$\begin{aligned}
v_y &= v\sin\theta \\
&= 102,9\tfrac{m}{s}\cdot\sin 2,35° \\
&= 4,22\tfrac{m}{s}
\end{aligned}$$

Ce qui est

$$v_y = 13,85 \tfrac{pieds}{s}$$

et

$$v_y = 831 \tfrac{pieds}{\min}$$

On peut aussi obtenir le rythme de montée avec l'approximation.

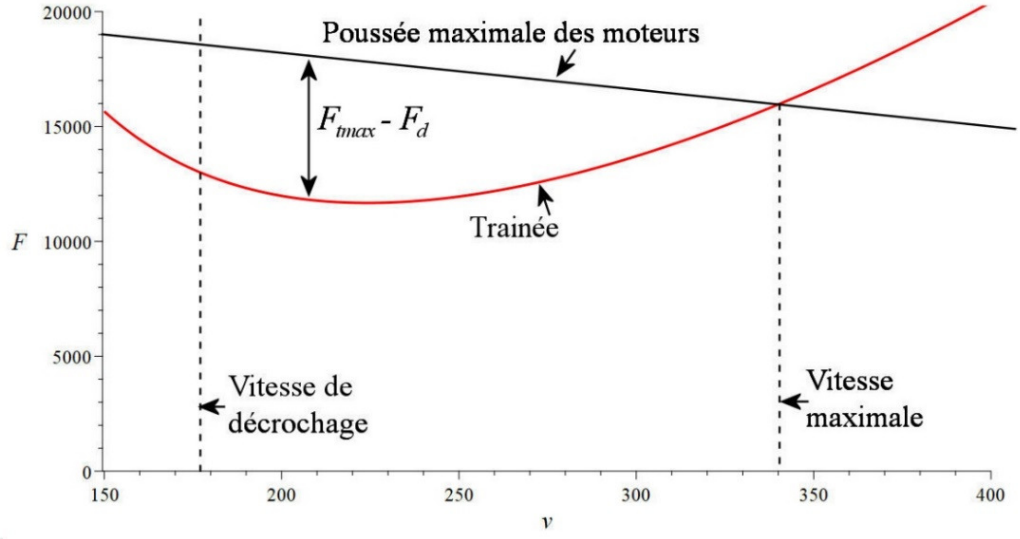
$$\begin{aligned} v_y &= v_{kts}\theta \cdot 1,77 \\ &= 200kts \cdot 2,35° \cdot 1,77 \\ &= 832 \tfrac{pieds}{\min} \end{aligned}$$

Angle de montée maximale

Il y a une vitesse pour laquelle on peut avoir le plus grand angle de montée. On sait que l'équation des forces nous donne

$$mg \sin\theta = F_{t\max} - F_d$$

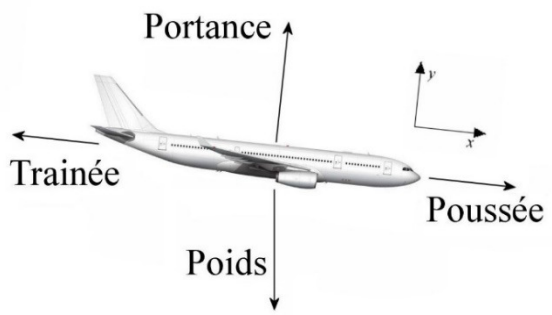
Pour trouver l'angle de montée maximum, il faudrait donc chercher la vitesse pour laquelle l'écart entre la puissance maximale des moteurs et la trainée est le plus grand.



Comme on ne sait pas comment change la poussée maximale des moteurs avec la vitesse, on ne peut pas trouver cette vitesse pour l'instant. Nous reviendrons sur ce rythme de montée maximale quand nous parlerons de la puissance des moteurs au chapitre 8.

5.3 AVION EN DESCENTE

Équation des forces



Lors de la descente de l'avion avec un angle θ, on a les forces montrées sur la figure de droite.

Avec les axes montrés sur la figure, toutes les forces sont en direction des axes, sauf le poids. Avec un vol horizontal, le poids était à 90° de l'axe des x. En inclinant d'un angle θ l'axe des x, on diminue l'angle entre l'axe des x et le poids à 90° - θ. Les composantes du poids sont donc

$$P_x = mg\cos\left(-\left(90° - \theta\right)\right)$$
$$P_y = mg\sin\left(-\left(90° - \theta\right)\right)$$

Comme cos (-x) = cos x et sin (-x) = -sin x, on a

$$P_x = mg\cos\left(90° - \theta\right)$$
$$P_y = -mg\sin\left(90° - \theta\right)$$

Comme cos (90° – θ) = sin (θ) et sin (90° – θ) = cos (θ), on a

$$P_x = mg\sin\theta$$
$$P_y = -mg\cos\theta$$

On aura alors les équations suivantes.

$$\sum F_x = ma_x \quad \rightarrow \quad F_t - F_d + mg\sin\theta = ma_x$$
$$\sum F_y = ma_y \quad \rightarrow \quad F_L - mg\cos\theta = ma_y$$

Comme c'est quand même assez rare qu'il y ait une accélération importante en y pour un avion (sauf peut-être quand il y a décrochage ou des turbulences), toute l'accélération est en x. Nos équations sont donc

Équations des forces pour un avion qui descend avec un angle θ

$$F_t - F_d + mg\sin\theta = ma$$
$$F_L - mg\cos\theta = 0$$

Exemple 5.3.1

Un Bombardier Q-400 volant à une altitude de 20 000 pieds (6096 m, masse volumique de l'air de 0,653 kg/m³) descend avec un angle de 3°. On réduit la poussée des moteurs à 0. Quelle est l'accélération de l'avion si la vitesse est de 360 nœuds ?

Comme il n'y a pas de poussée, les équations deviennent

$$-F_d + mg\sin\theta = ma$$
$$F_L - mg\cos\theta = 0$$

On cherche *a*, qu'on peut trouver avec la 1re équation. Toutefois, pour trouver l'accélération, il nous faut la trainée et il nous faut le coefficient de trainée pour la trouver puisque

$$F_d = \frac{1}{2}C_d A\rho v^2$$

Cependant, pour trouver le coefficient de trainée, il nous faut le coefficient de portance puisque

$$C_d = C_{d0} + \frac{C_L^2 A}{e\pi S^2}$$

Pour trouver ce coefficient de portance, on doit résoudre la 2e équation. Cette équation nous donne

$$F_L - mg\cos\theta = 0$$
$$F_L = mg\cos\theta$$
$$F_L = 24\,000kg \cdot 9,8\tfrac{N}{kg} \cdot \cos 3°$$
$$F_L = 234\,878N$$

On peut alors trouver le coefficient de portance.

$$F_L = \frac{1}{2}C_L A\rho v^2$$
$$234\,878N = \frac{1}{2}\cdot C_L \cdot 63,1m^2 \cdot 0,653\tfrac{kg}{m^3}\cdot\left(185,3\tfrac{m}{s}\right)^2$$
$$234\,878N = 707\,397\cdot C_L$$
$$C_L = 0,332$$

Le coefficient de trainée est

$$C_d = C_{d0} + \frac{C_L^2 A}{e\pi S^2}$$
$$= 0,020 + \frac{(0,332)^2 \cdot 63,1m^2}{0,75\cdot\pi\cdot(28,4m)^2}$$

$$= 0,020 + 0,004$$
$$= 0,024$$

La force de trainée est donc

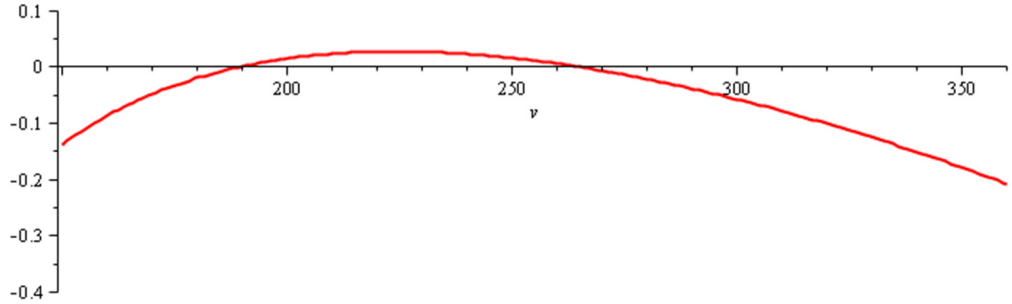
$$F_d = \frac{1}{2} C_d A \rho v^2$$
$$= \frac{1}{2} \cdot 0,024 \cdot 63,1m^2 \cdot 0,653 \tfrac{kg}{m^3} \cdot \left(185,3 \tfrac{m}{s}\right)^2$$
$$= 16\,978N$$

On peut maintenant trouver l'accélération de l'avion

$$-F_d + mg \sin\theta = ma$$
$$-16\,978N + 24\,000kg \cdot 9,8 \tfrac{N}{kg} \cdot \sin 3° = 24\,000kg \cdot a$$
$$-16\,978N + 12\,309N = 24\,000kg \cdot a$$
$$a = -0,195 \tfrac{m}{s^2}$$

L'avion est donc en train de ralentir.

Toutefois, l'avion ne va pas nécessairement ralentir même si les moteurs n'exercent pas de poussée. À cette altitude et à cet angle, l'accélération en fonction de la vitesse est montrée sur ce graphique.



On voit que pour une certaine plage de vitesse (de 190 nœuds à 265 nœuds environ), l'avion peut avoir une accélération positive même si la poussée de moteur est nulle. Si on augmente l'angle de descente, cette plage devient encore plus grande (par exemple, elle va de 175 à 290 nœuds à 3,2°). Si on diminue l'angle de descente, cette plage devient plus petite au point de disparaitre si l'angle de descente est plus petit que 2,9°. Pour des angles inférieurs à 2,9°, l'accélération est toujours négative et l'avion ralentit toujours, peu importe sa vitesse.

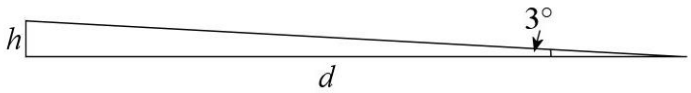
L'approche

Ce résultat est pas mal le même pour tous les types d'avions. Si l'angle de descente est supérieur à 3° ou 4°, l'avion va accélérer même si la poussée des moteurs est nulle. Comme

on ne veut pas vraiment que l'avion gagne de la vitesse pendant la descente, on va généralement faire l'approche avec un angle de 3°.

Sachant qu'on veut une descente avec un angle de 3°, on peut déterminer à quelle distance de la piste on doit amorcer l'approche. Selon la figure de droite, on a

$$\sin 3° = \frac{h}{d}$$



De là, on trouve que

$$d \sin 3° = h$$
$$d = \frac{h}{\sin 3°}$$
$$d = 19{,}1 \cdot h$$

Si la distance est en milles nautiques dans cette formule, h doit aussi être en milles nautiques. Ce serait mieux d'avoir une altitude en pieds. Comme il y a 6080 pieds dans un mille nautique, on a

$$d_{NM} = 19{,}1 \cdot \frac{h_{pieds}}{6080}$$

On obtient alors la règle simple suivante.

$$d_{NM} \approx \frac{h_{pieds}}{300} = \frac{FL}{3}$$

(FL signifie flight level.) Donc, à une altitude de 30 000 pieds, on amorce l'approche à 100 NM de l'aéroport.

Avec un angle de 3°, le rythme de descente sera de

$$\begin{aligned} v_y &= v_{kts} \theta \cdot 1{,}77 \\ &= v_{kts} \cdot 3 \cdot 1{,}77 \end{aligned}$$

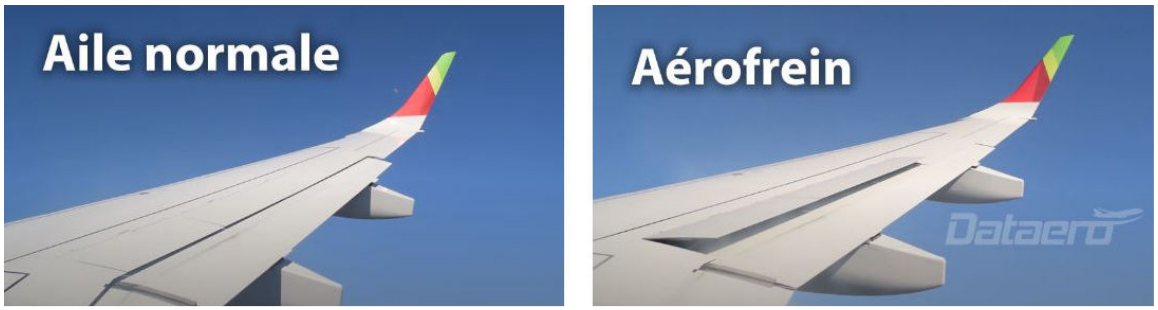
On obtient alors la règle simple suivante.

$$v_y \approx v_{kts} \cdot 5$$

Donc à une vitesse de 300 nœuds, on descend au rythme de 1500 pieds/min pour avoir un angle de 3°.

Si on diminue l'angle de descente, on allonge inutilement la descente.

Si on augmente l'angle de descente, l'avion va nécessairement accélérer et gagner de la vitesse, même si les moteurs n'exercent aucune poussée. Il faut alors ralentir l'avion. Toutefois, c'est tout un défi parce que, contrairement à une voiture, il n'y a pas de pédale de frein sur un avion en vol. Il y a des freins, mais ce sont des aérofreins. Les aérofreins sont de grandes plaques qui se soulèvent sur les ailes pour augmenter la friction de l'air.



www.dataero.fr/comment-les-avions-ralentissent/

Certains avions ont aussi des aérofreins en bout de queue. Les petits avions n'ont généralement pas d'aérofreins.

On peut aussi sortir le train d'atterrissage pour augmenter la trainée et ralentir l'avion.

Angle de descente minimal sans poussée

On cherche ici le plus petit angle de descente que l'avion peut avoir sans moteur tout en gardant une vitesse à peu près constante (on va voir plus loin que l'avion doit ralentir très lentement).

Comme l'accélération est très faible (on va la négliger) et qu'il n'y a pas de poussée dans ce cas, l'équation en x devient

$$-F_d + mg\sin\theta = 0$$
$$mg\sin\theta = F_d$$

Pour l'angle minimum, on doit avoir

$$mg\sin\theta_{\min} = F_{d\min}$$

Cela signifie que **la descente avec l'angle le plus petit doit se faire à une vitesse égale à la vitesse de trainée minimale.** On utilise alors la formule de friction minimum pour obtenir

$$mg\sin\theta_{\min} = \frac{2mg}{S}\sqrt{\frac{C_{d0}A}{e\pi}}$$

En simplifiant, on arrive à

$$\sin\theta_{\min} = \frac{2}{S}\sqrt{\frac{C_{d0}A}{e\pi}}$$

Comme la finesse est

$$f_{\max} = \frac{S}{2}\sqrt{\frac{e\pi}{C_{d0}A}}$$

On peut aussi écrire

$$\sin\theta_{\min} = \frac{1}{f_{\max}}$$

On a donc les deux formules suivantes.

Angle de descente minimal sans poussée

$$\sin\theta_{\min} = \frac{2}{S}\sqrt{\frac{C_{d0}A}{e\pi}}$$

$$\sin\theta_{\min} = \frac{1}{f_{\max}}$$

Exemple 5.3.2

Les moteurs d'un Bombardier Q-400 viennent de s'arrêter en plein vol à une altitude de 20 000 pieds (masse volumique de l'air de 0,653 kg/m.)

a) Quel est l'angle minimum de descente qui permet de maintenir une vitesse constante ?

L'angle minimum est

$$\begin{aligned}\sin\theta &= \frac{2}{S}\sqrt{\frac{C_{d0}A}{e\pi}}\\ &= \frac{2}{28,4m}\sqrt{\frac{0,020\cdot 63,1m^2}{0,75\cdot\pi}}\\ &= 0,0515\\ \theta &= 2,95°\end{aligned}$$

b) À quelle vitesse se fait cette descente optimale ?

La vitesse doit se faire à la vitesse de trainée minimale. Cette vitesse est

$$\begin{aligned}v_{d\min} &= \sqrt[4]{\frac{4m^2g^2}{C_{d0}A\rho^2 e\pi S^2}}\\ &= \sqrt[4]{\frac{4\cdot(24\,000kg)^2\cdot\left(9,8\frac{N}{kg}\right)^2}{0,020\cdot 63,1m^2\cdot\left(0,653\frac{kg}{m^3}\right)^2\cdot 0,75\cdot\pi\cdot(28,4m)^2}}\\ &= \sqrt[4]{215\,779\,203\frac{m^4}{s^4}}\\ &= 121,2\frac{m}{s}\\ &= 235,5kts\end{aligned}$$

c) Quel est le rythme de descente (en pieds par minute) ?

Le rythme de descente est

$$\begin{aligned} v_y &= v \sin\theta \\ &= 121,2\tfrac{m}{s} \cdot \sin 2,95° \\ &= 6,25\tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

Ce qui est

$$v_y = 20,51\tfrac{pieds}{s}$$

et

$$v_y = 1231\tfrac{pieds}{\min}$$

On peut aussi obtenir le rythme de montée avec l'approximation.

$$\begin{aligned} v_y &= v_{kts}\theta \cdot 1,77 \\ &= 235,5kts \cdot 2,95° \cdot 1,77 \\ &= 1230\tfrac{\text{pieds}}{\min} \end{aligned}$$

En réalité, la vitesse pour la meilleure descente n'est pas exactement égale (elle est très légèrement inférieure) à la vitesse à laquelle la friction est minimale parce que la friction minimale en descente n'est pas exactement la même que pour un vol horizontal.

Voyons ce que ça donne pour d'autres avions.

Pour un Airbus A330-200, on a $C_{d0} = 0,029$, $A = 361,6$ m², $S = 60,3$ m et $e = 0,73$. On a alors

$$\begin{aligned} \sin\theta_{\min} &= \frac{2}{60,3m}\sqrt{\frac{0,029 \cdot 361,6m^2}{0,73 \cdot \pi}} \\ \theta_{\min} &= 4,1° \end{aligned}$$

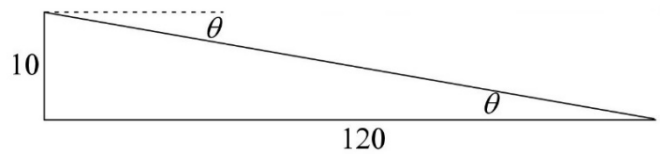
On a un angle un peu plus grand que pour le Q-400. Ce qui est bien, c'est que ces angles de descente ne sont pas très loin de l'angle de 3° qu'on suit habituellement pour atterrir.

L'angle est un peu plus grand pour un Boeing 747-400. Dans ce cas, on a $C_{d0} = 0,028$, $A = 525$ m², $S = 64,4$ m et $e = 0,77$. On a alors

$$\begin{aligned} \sin\theta_{\min} &= \frac{2}{64,4m}\sqrt{\frac{0,028 \cdot 525m^2}{0,77 \cdot \pi}} \\ \theta_{\min} &= 4,4° \end{aligned}$$

Le 24 aout 2001, les moteurs du Airbus A330-200 du vol 236 d'Air Transat se sont arrêtés au-dessus de l'Atlantique. Les Açores étaient alors à 65 miles nautiques (120 km) de distance et l'avion était à une altitude de 33 000 pieds (10 000 m). L'angle de descente pour atteindre les Açores était donc de

$$\tan\theta = \frac{10}{120}$$
$$\theta = 4,8°$$



L'angle étant supérieur à l'angle minimum de 4,1° pour le Airbus, le commandant Robert Piché avait la possibilité d'amener son avion jusqu'aux Açores, ce qu'il a brillamment réussi à faire (Mayday, épisode 6 saison 1). Au-delà de 140 km de distance (l'angle aurait été de 4,1° à cette distance), la mission aurait été impossible.

Notez que l'angle minimum de descente ne dépend pas de la masse volumique de l'air

$$\sin\theta_{\min} = \frac{2}{S}\sqrt{\frac{C_{d0}A}{e\pi}}$$

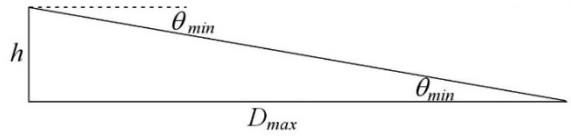
Cela signifie qu'elle ne change pas avec l'altitude. On doit donc toujours descendre avec le même angle. Par contre, on doit faire cette descente à la vitesse de trainée minimale.

$$v_{d\min} = \sqrt[4]{\frac{4m^2g^2}{C_{d0}A\rho^2 e\pi S^2}}$$

Cette vitesse diminue quand la masse volumique augmente. Cela signifie que pour suivre la trajectoire de descente la plus lente, l'avion doit ralentir à mesure que son altitude diminue. Un Airbus A330-200 de 200 000 kg doit avoir une vitesse qui va passer de 350 nœuds à 33 000 pieds à 205 nœuds à 1000 pieds pour maintenir la trajectoire à 4,1°.

Pour trouver la plus grande distance, on refait le triangle de la distance et de l'altitude avec l'angle minimum.

$$\tan\theta_{\min} = \frac{h}{D_{\max}}$$



Quand l'angle est petit, on a tan $\theta \approx \sin\theta$.
On a donc

$$\sin\theta_{\min} = \frac{h}{D_{\max}}$$

Mais comme

$$\sin\theta_{\min} = \frac{1}{f_{\max}}$$

on a

$$\frac{1}{f_{\max}} = \frac{h}{D_{\max}}$$

Ce qui donne

Distance maximale que l'on peut parcourir en planant sans poussée

$$D_{\max} = h \cdot f_{\max}$$

Comme l'Airbus A330-200 a une finesse maximale de 14,1, l'avion peut atteindre, sans moteurs, une distance égale à 14,1 fois son altitude. À 10 km d'altitude, l'avion d'Air Transat pouvait donc parcourir environ 141 km.

Comme les valeurs de finesse maximale de gros avions tournent généralement autour de 14, on va prendre 14 comme valeur typique. (Ce qui signifie que vous pouvez aussi diviser votre altitude en pieds par 400 ou votre Flight Level par 4 pour avoir la distance en milles nautiques.)

Le 15 janvier 2009, le vol 1549 de la US Airways rencontre une volée de bernaches du Canada après son décollage de l'aéroport La Guardia à New York. Le passage de quelques oiseaux dans les moteurs provoque l'arrêt de ceux-ci alors que l'avion est à une altitude de seulement 930 m (3060 pieds). À cette altitude, l'avion peut parcourir seulement 14 km ou 7,5 miles (approximativement) sans moteurs. On suggère alors au commandant de se poser à l'aéroport de Teterboro au New Jersey à un peu plus de 13 km (7 miles) de distance. Il juge que c'est trop juste et décide de se poser sur la rivière Hudson, ce que le pilote Sullenberg a réussi à faire sans détruire l'avion, ce qui est plutôt rare pour un atterrissage sur l'eau. (Notez que lors de simulations faites après l'accident, personne n'a réussi à poser l'avion à Teterboro ou La Guardia, du moins en laissant un délai de 35 secondes après l'impact pour que les pilotes comprennent ce qui venait de se passer et prendre une décision.) (Mayday, épisode 5 saison 10 et film *Sully*).

Les planeurs

Si un appareil est conçu pour planer, l'angle de descente

$$\sin\theta_{\min} = \frac{2}{S}\sqrt{\frac{C_{d0}A}{e\pi}} = \frac{1}{f_{\max}}$$

doit être le plus petit possible. Une façon simple d'y arriver est d'avoir un S très grand, donc d'utiliser des ailes longues et peu larges. C'est effectivement ce genre d'ailes qu'il y a sur les planeurs. Cela donne une finesse maximale très grande au planeur.

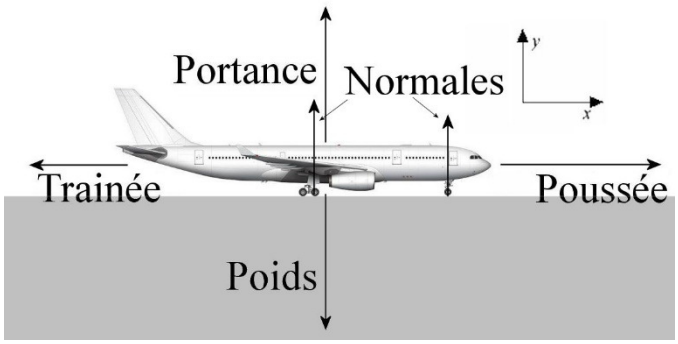
Par exemple, le planeur Schempp-Hirt Duo Discus (image de droite) a une aire alaire de 16,4 m², une envergure de 20 m et un C_{d0} d'à peine 0,0076. Cela lui donne une finesse maximale de 45 !

fr.wikipedia.org/wiki/Schempp-Hirth_Duo_Discus

5.4 AVION AU DÉCOLLAGE

Équation des forces

Sur la piste de décollage, on a les forces montrées sur la figure de droite.



Avec les axes montrés sur la figure, toutes les forces sont en direction des axes.

On aura alors les équations suivantes.

$$\sum F_x = ma_x \quad \rightarrow \quad F_t - F_d = ma_x$$
$$\sum F_y = ma_y \quad \rightarrow \quad F_L + F_N - mg = ma_y$$

Comme il ne peut pas y avoir d'accélération en *y* quand l'avion est sur la piste, toute l'accélération est en *x*. Nos équations sont donc

Équations des forces pour un avion au décollage

$$F_t - F_d = ma$$
$$F_L + F_N - mg = 0$$

Lors du décollage, la portance augmente et la normale diminue à mesure que la vitesse de l'avion augmente. Quand l'avion décolle, c'est que la normale devient nulle (il n'y a plus de contact avec le sol quand la normale devient nulle).

Vitesse de décollage

Quand l'avion quitte la piste, la normale devient nulle. On a donc

$$F_L + 0 - mg = 0$$
$$F_L = mg$$
$$\frac{1}{2} C_L A \rho v^2 = mg$$

Si on isole la vitesse, on a

$$v = \sqrt{\frac{2mg}{C_L A \rho}}$$

Pour avoir la plus petite vitesse de décollage, on doit tenter d'atteindre la plus grande valeur de C_L. On tente alors d'ajuster l'angle d'attaque pour atteindre cette valeur. La vitesse minimale devient alors

$$v_{\min} = \sqrt{\frac{2mg}{C_{L\max} A \rho}}$$

En fait, cette vitesse est la vitesse de décrochage. Il serait un peu dangereux de décoller à cette vitesse. L'avion va donc rouler sur la piste avec un angle d'attaque très bas et dépasser cette vitesse minimum avant de se cambrer et d'augmenter l'angle d'attaque. C'est ce qu'on appelle la **vitesse de rotation**. Cela fait soudainement augmenter la portance de sorte qu'elle dépasse maintenant le poids de l'avion et l'avion quitte la piste. Au minimum, on va atteindre une vitesse 20 % supérieure à la vitesse de décrochage pour décoller. La vitesse de décollage est donc de

Vitesse de décollage

$$v_{decol} = 1,2\sqrt{\frac{2mg}{C_{L\max} A \rho}}$$

Il faut attendre d'avoir cette vitesse avant de cabrer l'avion. Si on cambre trop tôt, la vitesse sera trop près de la vitesse de décrochage et cela pourrait être dangereux.

Exemple 5.4.1

Un Bombardier Q-400 décolle sur une piste à une altitude de 2000 pieds (610 m). (La masse volumique de l'air à cette altitude est de 1,155 kg/m³). Quelle est la vitesse de décollage sachant que coefficient de portance maximum est de 1,41 ?

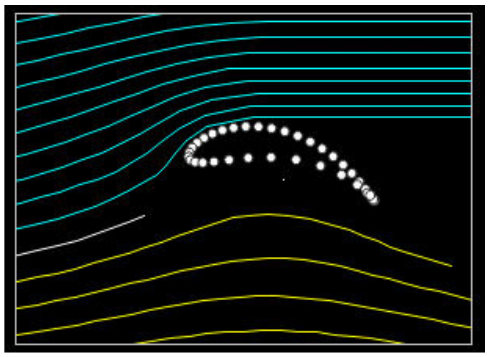
La vitesse est

$$v_{decol} = 1,2\sqrt{\frac{2mg}{C_{L\max} A \rho}}$$
$$= 1,2 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 24\,000 kg \cdot 9,8 \frac{N}{kg}}{1,41 \cdot 63,1 m^2 \cdot 1,155 \frac{kg}{m^3}}}$$

$$= 81{,}1 \tfrac{m}{s}$$
$$= 157{,}6 kts$$

En fait, un Bombardier Q-400 décolle à 109 nœuds à cette altitude quand il a une masse de 24 000 kg. Comment peut-on avoir une vitesse si basse ?

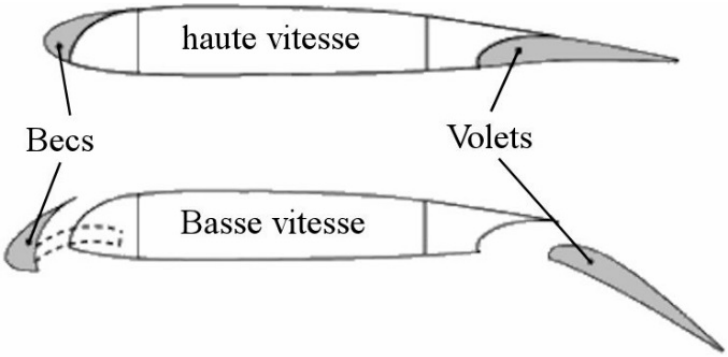
Pour diminuer ainsi la vitesse de décollage, il faut augmenter la valeur de $C_{L\,\max}$. Cette valeur n'est pas très grande pour les ailes de notre Q-400, mais d'autres modèles d'aile ont des coefficients plus grands. Pour augmenter le coefficient, on peut augmenter la cambrure de l'aile. Par exemple, l'aile de la figure de droite a une cambrure de 20 % et un coefficient de portance pouvant aller jusqu'à 2,92. Avec une telle aile, la vitesse de décollage du Q-400 de notre exemple sera justement diminuée à 109 nœuds.



Alors, pourquoi les ailes des avions ne sont-elles pas aussi cambrées pour obtenir plus de portance ? C'est qu'à l'altitude de croisière, la finesse de cette aile très cambrée est au mieux de 4,84 alors que certaines formes d'ailes peuvent avoir une finesse de l'ordre de 20. L'aile très cambrée produit donc près de 4 fois plus de trainée qu'une aile plus fine.

Cela amène un dilemme : doit-on choisir une aile très cambrée qui donne beaucoup de portance pour le décollage et l'atterrissage, mais qui génère beaucoup de trainée en vol, ou doit-on choisir une aile qui donne moins de portance, mais qui génère nettement moins de trainée ? En fait, on prend les deux. On prend une aile ayant une faible trainée pour le vol de croisière, mais on la transforme en aile ayant beaucoup de portance en augmentant sa cambrure quand on veut aller à basse vitesse. Pour augmenter la cambrure à basse vitesse, on utilise les volets (flaps) et des becs de bord d'attaque (slats).

Les volets et les becs de bord d'attaques se déplacent pour augmenter la cambrure, bien souvent, ils vont aussi s'éloigner de l'aile pour augmenter la surface de l'aile, ce qui augmente la portance.



www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S1350630715301606

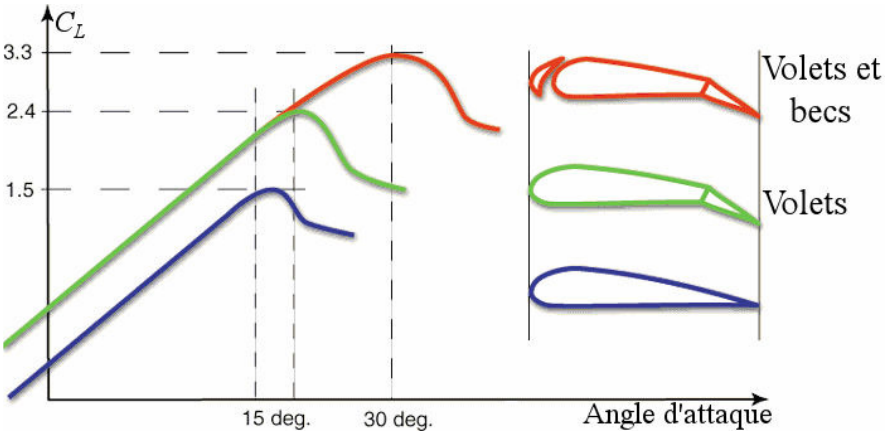
On peut voir ici la différence entre les 2 configurations.

Sans volets

Avec volets

Ces images proviennent de ce film (qui montre les changements au décollage et à l'atterrissage).
https://www.youtube.com/watch?v=GQIB8MkYdqA

On voit sur ce graphique comment ces éléments changent le coefficient de portance de l'aile.



forum.worldofwarplanes.eu/index.php?/topic/17456-slats-in-bf-109/

Les volets augmentent la portance, mais n'augmentent pas beaucoup l'angle d'attaque qui donne la portance maximum. Les becs de bord d'attaque n'augmentent pas beaucoup la portance, mais ils augmentent l'angle d'attaque qui donne la portance maximum, ce qui permet d'atteindre des coefficients de portance plus élevés. En gros, tout cela fait augmenter $C_{L\,\max}$ de 2 quand on sort les volets au maximum de sorte qu'il va atteindre une valeur se situant généralement entre 3,2 et 3,6. Pour certains modèles d'avion, le coefficient peut même atteindre 4 et même 5. Cependant, on ne sort pas les volets au maximum au décollage. La valeur de $C_{L\,\max}$ au décollage est plutôt, en gros, entre 2,5 et 3.

Notez que les volets sortent un peu de l'aile, ce qui augmente aussi un peu l'aire de l'aile. Cette augmentation d'aire augmente encore un peu plus la portance.

On pourrait décoller sans les volets, mais cela augmenterait la vitesse nécessaire et la longueur de la piste requise pour le décollage.

Si on pense qu'on a sorti les volets et qu'on a oublié de le faire, on va tenter de décoller avec une vitesse inférieure à la vitesse de décrochage et cela aura des conséquences catastrophiques. Évidemment, quelques écrasements ont été causés par des équipages qui ont oublié de déployer les volets au décollage. C'est le cas des vols de Spanair 5022 (Madrid, 20 aout 2008, Mayday, épisode 7 saison 15), du vol LAPA 3142 (Buenos Aires, 31 aout 1999, Mayday, épisode 9 saison 17), du vol Delta Air Lines 1141 (Dallas, 31 aout 1988, Mayday, épisode 3 saison 18), du vol Northwest Airlines 255 (Détroit, 16 aout 1987, Mayday, épisode 2 saison 9). (On dirait que le mois d'aout est lié à ce genre d'accident…)

Le 18 juin 1972, l'équipage du vol 548 de British Airways a rentré les becs de bord d'attaque trop tôt après le décollage alors que l'angle d'attaque était très grand, ce qui a fait décrocher l'avion (Mayday, épisode 1 saison 13).

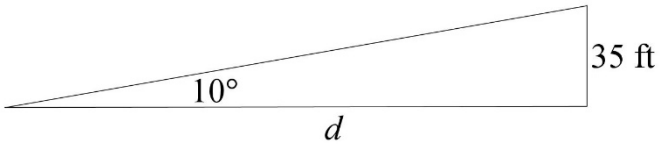
Calcul de la longueur de piste requise

Au décollage, un avion commercial a presque toujours une accélération se situant autour de 2 m/s². Avec l'accélération, on peut trouver la longueur de piste nécessaire pour atteindre la vitesse de décollage. Toutefois, la longueur de piste requise ne contient pas seulement la longueur du trajet pour accélérer jusqu'à la vitesse de décollage. Elle inclut aussi la distance parcourue par l'avion dans les airs jusqu'à ce que l'avion atteigne une hauteur de 35 pieds au-dessus de la piste.

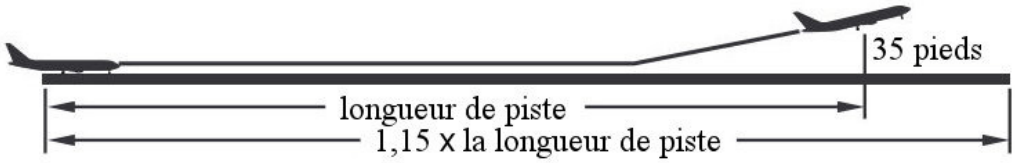
aviation.stackexchange.com/questions/3564/how-is-minimum-runway-length-related-to-v1

Comme l'angle de montée est généralement près de 10°, cela ajoute une distance égale à environ

$$\tan 10° = \frac{35\,ft}{d}$$
$$d = 200\,ft$$



On ajoute ensuite un facteur de sécurité. La longueur de piste requise est toujours la véritable longueur de piste requise multipliée par 1,15. On obtient alors la *takeoff distance required* (TODR), c'est-à-dire la longueur de piste requise au décollage.



Longueur de piste requise au décollage

$$TODR = 1{,}15 \cdot (\text{distance pour accélérer} + 200\,ft)$$

Exemple 5.4.2

military.wikia.org/wiki/Bombardier_Dash_8

Un Bombardier Q-400 de 24 000 kg décolle sur une piste en maintenant une accélération moyenne de 2 m/s². Grâce aux volets et aux becs on a un $C_{L\max}$ de 2,7. On décolle d'une piste qui est à une altitude de 2000 pieds (610 m). La masse volumique de l'air à cette altitude est de 1,155 kg/m³.

a) Quelle est la vitesse de décollage de cet avion ?

Comme le coefficient de portance maximum est de 2,7, la vitesse de décollage est

$$\begin{aligned} v_{decol} &= 1{,}2\sqrt{\frac{2mg}{C_{L\max} A\rho}} \\ &= 1{,}2 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 24\,000kg \cdot 9{,}8\,\frac{N}{kg}}{2{,}7 \cdot 63{,}1m^2 \cdot 1{,}155\,\frac{kg}{m^3}}} \\ &= 58{,}6\,\tfrac{m}{s} \\ &= 113{,}9kts \end{aligned}$$

b) Combien faudra-t-il de temps pour que le Q-400 atteigne sa vitesse de décollage ?

Il faut isoler t dans cette équation.

$$v = v_0 + at$$

On a donc

$$\begin{aligned} 58{,}6\,\tfrac{m}{s} &= 0\,\tfrac{m}{s} + 2\,\tfrac{m}{s^2} \cdot t \\ t &= 29{,}3s \end{aligned}$$

c) Quelle est la longueur de piste nécessaire pour la phase d'accélération ?

Avec une accélération de 2 m/s², la distance parcourue par l'avion pour atteindre la vitesse de décollage est

$$\begin{aligned} x &= x_0 + v_0 t + \tfrac{1}{2} a t^2 \\ &= 0 + 0 + \tfrac{1}{2} \cdot 2 \tfrac{m}{s^2} \cdot (29,3s)^2 \\ &= 858,5m \\ &= 2817\,ft \end{aligned}$$

d) Quelle est la longueur de piste requise pour le décollage ?

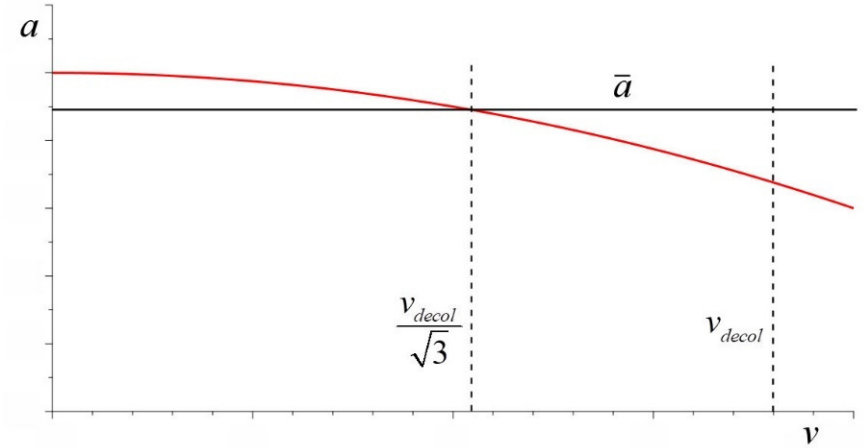
Pour la longueur de piste requise, on ajoute les quelque 200 pieds dans les airs à la distance nécessaire pour l'accélération et on multiplie le tout par 1,15.

$$\begin{aligned} TODR &= 1,15 \cdot (\text{distance pour accélérer} + 200\,ft) \\ &= 1,15 \cdot (2817\,ft + 200\,ft) \\ &= 3470\,ft \end{aligned}$$

On peut déterminer l'accélération exacte de l'avion en examinant les forces sur l'avion.

Ici, on va faire comme si la poussée des moteurs était constante (ce qui n'est pas tout à fait vrai puisque la poussée diminue un peu avec la vitesse).

La force de trainée de l'avion mène à quelques difficultés puisqu'elle augmente à mesure que l'avion prend de la vitesse, ce qui fera diminue l'accélération de l'avion. L'accélération ne sera pas constante, ce qui va nous forcer à faire une approximation. Au départ, l'accélération sera plus grande parce qu'il n'y aura pas de trainée. En bout de piste, l'accélération diminue parce qu'il y a de la trainée (et aussi parce que la poussée des moteurs diminue avec la vitesse.)



De la façon dont l'accélération change, l'accélération moyenne est pratiquement égale à l'accélération de l'avion quand la vitesse est égale à la vitesse de décollage divisée par $\sqrt{3}$. C'est en calculant l'accélération à cette vitesse qu'on obtiendra l'accélération moyenne.

Vitesse à utiliser pour calculer la force de trainée moyenne au décollage

$$v = \frac{v_{decol}}{\sqrt{3}}$$

(Si vous voulez voir une preuve de cela, consultez ce document https://physique.merici.ca/aviation/preuvetrainee.pdf)

La valeur de C_{d0} augmente quand les volets et les becs de bords d'attaque sont sortis pour le décollage par rapport à ce qu'on a en vol. Typiquement, l'augmentation est relativement faible, c'est-à-dire d'environ 0,002.

La valeur de C_{d0} augmente aussi quand le train d'atterrissage est sorti pour le décollage. Typiquement, le train fait augmenter C_{d0} de 0,015 à 0,020.

La valeur de e change aussi quand il y a les volets et les becs. La valeur de e devient un peu plus grande. Typiquement, e augmente de 0,05 au décollage.

Exemple 5.4.3

Un Bombardier Q-400 de 24 000 kg décolle sur une piste. Chaque moteur exerce une force de 21 000 N. Avec les volets et les becs, l'aile a une configuration qui donne un C_L de 1,3 quand l'avion roule horizontalement sur la piste et un $C_{L\,\max}$ de 2,7. Les volets et les becs font en sorte que C_{d0} = 0,023 et $e = 0{,}80$. Le train d'atterrissage fait augmenter C_{d0} de 0,015.

On décolle d'une piste qui est à une altitude de 2000 pieds (610 m). La masse volumique de l'air à cette altitude est de 1,155 kg/m³. Avec l'exemple précédent, on sait que la vitesse de décollage de cet avion à cette altitude est de 58,6 m/s (113,9 kts).

a) Quelle est l'accélération moyenne de l'avion sur la piste ?

On trouve l'accélération avec l'équation des forces en x

$$F_t - F_d = ma$$

On connait la force de poussée des moteurs (42 000 N) et la masse, mais il nous manque la force de trainée moyenne.

Le coefficient de trainée pendant que l'avion roule sur la piste est

$$C_d = C_{d0} + 0{,}015 + \frac{C_L^2 A}{e\pi S^2}$$

On a ajouté 0,015 pour le train d'atterrissage sorti. Comme C_L = 1,3 quand l'avion roule sur la piste, on a

$$\begin{aligned} C_d &= 0,023 + 0,015 + \frac{(1,3)^2 \cdot 63,1m^2}{0,80 \cdot \pi \cdot (28,4m)^2} \\ &= 0,023 + 0,015 + 0,053 \\ &= 0,091 \end{aligned}$$

La force de trainée moyenne se calcule avec une vitesse est égale à $v_{decol}/\sqrt{3}$. Cette vitesse est

$$\begin{aligned} v &= \frac{v_{decol}}{\sqrt{3}} \\ &= \frac{58,6\frac{m}{s}}{\sqrt{3}} \\ &= 33,8\frac{m}{s} \end{aligned}$$

La force de trainée est donc

$$\begin{aligned} F_d &= \frac{1}{2} C_d A \rho v^2 \\ &= \frac{1}{2} \cdot 0,091 \cdot 63,1m^2 \cdot 1,155\frac{kg}{m^3} \cdot \left(33,8\frac{m}{s}\right)^2 \\ &= 3788N \end{aligned}$$

La somme des forces en x est donc

$$\begin{aligned} F_t - F_d &= ma \\ 42\,000N - 3788N &= 24\,000kg \cdot a \\ 38\,212N &= 24\,000kg \cdot a \\ a &= 1,59\frac{m}{s^2} \end{aligned}$$

b) Quelle est la longueur de piste nécessaire pour la phase d'accélération ?

La distance parcourue par l'avion est

$$\begin{aligned} 2a(x - x_0) &= v^2 - v_0^2 \\ 2 \cdot 1,59\frac{m}{s^2} \cdot (x - 0) &= \left(58,6\frac{m}{s}\right)^2 - 0 \\ 3,18\frac{m}{s^2} \cdot x &= 3433,96\frac{m^2}{s^2} \\ x &= 1080m \\ x &= 3543ft \end{aligned}$$

c) Quelle est la longueur de piste requise pour le décollage ?

Pour la longueur de piste requise, on ajoute les quelque 200 pieds dans les airs à la distance nécessaire pour l'accélération et on multiplie le tout par 1,15.

$$\begin{aligned} TODR &= 1{,}15 \cdot \left(\text{distance pour accélérer} + 200\,ft\right) \\ &= 1{,}15 \cdot \left(3543\,ft + 200\,ft\right) \\ &= 4304\,ft \end{aligned}$$

(Dans internet, on mentionne une longueur de piste requise de 4600 pieds, assez près de la valeur obtenue.)

d) Quelle est la normale sur l'avion juste avant la rotation ?

On trouve la normale avec l'équation suivante.

$$F_L + F_N - mg = 0$$

On a donc

$$\frac{1}{2} C_L A \rho v^2 + F_N - mg = 0$$

$$\frac{1}{2} \cdot 1{,}3 \cdot 63{,}1 m^2 \cdot 1{,}155 \tfrac{kg}{m^3} \cdot \left(58{,}6 \tfrac{m}{s}\right)^2 + F_N - 24\,000 kg \cdot 9{,}8 \tfrac{N}{kg} = 0$$

$$162\,675 N + F_N - 235\,200 N = 0$$

$$F_N = 72\,525 N$$

Cette normale représente 30,8 % du poids de l'avion. Il y a donc déjà 69,2 % du poids de l'avion qui est soutenu par la portance.

e) Quelle est la valeur minimale du coefficient de portance qu'on doit avoir après la rotation en bout de piste pour que l'avion décolle ?

Après la rotation, la portance doit, au minimum, être égale au poids de l'avion. La portance doit donc être au moins égale à

$$24\,000 kg \cdot 9{,}8 \tfrac{N}{kg} = 235\,200 N$$

On doit donc, au minimum, avoir

$$\frac{1}{2} C_L A \rho v^2 = 235\,200 N$$

$$\frac{1}{2} \cdot C_L \cdot 63{,}1 m^2 \cdot 1{,}155 \tfrac{kg}{m^3} \cdot \left(58{,}6 \tfrac{m}{s}\right)^2 = 235\,200 N$$

$$C_L \cdot 125\,134 N = 235\,200 N$$

$$C_L = 1{,}880$$

La rotation, et l'augmentation de l'angle d'attaque qu'elle entraine, doit donc faire augmenter C_L pour qu'il soit supérieur à 1,880.

f) Est-ce que les moteurs ont une poussée suffisamment grande pour maintenir la vitesse de l'avion après la rotation si cette rotation en bout de piste fait augmenter la valeur de C_L à 2,0 ?

Pour au moins maintenir la vitesse, la poussée des moteurs doit être plus grande que la trainée. On va donc calculer la trainée après la rotation pour vérifier qu'elle est inférieure à la poussée des moteurs.

Après la rotation, le coefficient de portée augmente à 2,0. Le coefficient de trainée est donc

$$\begin{aligned} C_d &= C_{d0} + \frac{C_L^2 A}{e\pi S^2} \\ &= 0,023 + 0,015 + \frac{(2,0)^2 \cdot 63,1m^2}{0,80 \cdot \pi \cdot (28,4m)^2} \\ &= 0,023 + 0,015 + 0,125 \\ &= 0,163 \end{aligned}$$

La force de trainée est donc

$$\begin{aligned} F_d &= \frac{1}{2} C_d A \rho v^2 \\ &= \frac{1}{2} \cdot 0,163 \cdot 63,1m^2 \cdot 1,155 \tfrac{kg}{m^3} \cdot \left(58,6 \tfrac{m}{s}\right)^2 \\ &= 20\,397 N \end{aligned}$$

Il y a une augmentation importante de la trainée avec la rotation. On passe d'une trainée de 11 387 N à 20 397 N lors de la rotation. Notez qu'en rentrant le train d'atterrissage, la trainée va diminuer de 1 877 N pour atteindre environ 18 520 N.

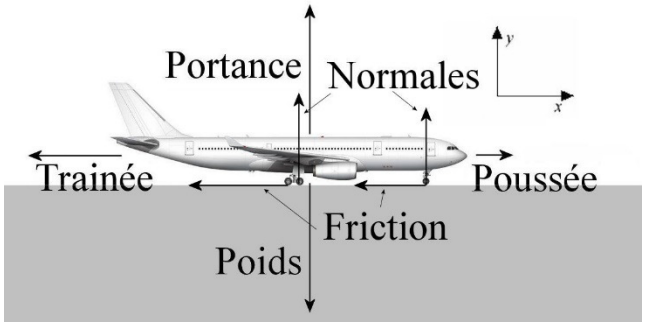
Les moteurs, qui ont une poussée totale de 42 000 N, sont donc assez puissants pour maintenir la vitesse.

5.5 AVION À L'ATTERRISSAGE

Équation des forces

Sur la piste à l'atterrissage, on a les forces montrées sur la figure.

Avec les axes montrés sur la figure, toutes les forces sont en direction des axes.



On aura alors les équations suivantes.

$$\sum F_x = ma_x \quad \rightarrow \quad F_t - F_d - F_f = ma_x$$
$$\sum F_y = ma_y \quad \rightarrow \quad F_L + F_N - mg = ma_y$$

Comme il ne peut pas y avoir d'accélération en *y* quand l'avion est sur la piste, toute l'accélération est en *x*. Nos équations sont donc

Équations des forces pour un avion à l'atterrissage

$$F_t - F_d - F_f = ma$$
$$F_L + F_N - mg = 0$$

Vitesse à l'atterrissage

On veut que l'avion atterrisse avec la plus petite vitesse possible pour diminuer la distance d'arrêt sur la piste. Par mesure de sécurité, on ne fait pas ralentir l'avion jusqu'à la vitesse de décrochage. On se garde une marge de sécurité en restant 30 % au-dessus de la vitesse de décrochage. La vitesse à l'atterrissage est donc

Vitesse d'atterrissage

$$v_{atter} = 1,3\sqrt{\frac{2mg}{C_{L\max} A\rho}}$$

Pour diminuer encore plus cette vitesse, on augmente le coefficient de portance en sortant au maximum les volets et les becs de bord d'attaque. À l'atterrissage, on sort encore plus les volets qu'au décollage de sorte que $C_{L\max}$ pourra atteindre des valeurs aux environs de 3,5.

Même si on a un facteur 1,3 devant la racine plutôt qu'un facteur 1,2 pour le décollage, la vitesse d'atterrissage est plus petite que la vitesse de décollage puisque la masse est plus petite (puisqu'on a consommé du carburant pendant le vol) et $C_{L\max}$ est plus grand qu'au décollage.

Toutefois, il ne faut pas oublier de sortir les volets à l'atterrissage. Si on les oublie, le $C_{L\max}$ ne sera pas aussi grand qu'on pense et la vitesse de décrochage sera plus élevée que ce à quoi on s'attendait. C'est ce qui est arrivé lors du vol Garuda Indonesia 200 (Yogyakarta, 7 mars 2007, Mayday, épisode 8 saison 15). Dans ce cas, les volets ont été laissés à 5° alors qu'il fallait 40° pour l'atterrissage. Ce manque de portance a fait décrocher l'avion à une vitesse bien plus grande que ce à quoi les pilotes s'attendaient.

Exemple 5.5.1

Un Bombardier Q-400 se pose sur une piste qui est à une altitude de 2000 pieds (610 m). La masse volumique de l'air à cette altitude est de 1,155 kg/m³. Avec les volets, les becs de bord d'attaque et l'angle d'attaque assez élevé lors de l'approche, le coefficient de portance maximum atteint une valeur de 3,3. La masse de l'avion n'est plus que de 20 000 kg à son arrivée. À quelle vitesse cet avion va-t-il se poser ?

La vitesse est

$$\begin{aligned} v_{atter} &= 1,3\sqrt{\frac{2mg}{C_{L\max}A\rho}} \\ &= 1,3\cdot\sqrt{\frac{2\cdot 20\,000kg\cdot 9,8\frac{N}{kg}}{3,3\cdot 63,1m^2\cdot 1,155\frac{kg}{m^3}}} \\ &= 52,5\tfrac{m}{s} \\ &= 102,0kts \end{aligned}$$

Cabrage à l'atterrissage

Juste comme l'avion arrive en bout de piste, on augmente encore plus l'angle d'attaque avec un cabrage.

Cela va faire augmenter la portance. Cette force deviendra alors plus grande que le poids de l'avion et il y aura alors une accélération vers le haut. Cette accélération va faire diminuer la vitesse de descente de l'avion pour que ce dernier arrive avec une faible vitesse verticale sur la piste.

www.youtube.com/watch?v=nFiUnj0wKAY

Quand les roues arrière de l'avion touchent la piste, l'avion amorce une rotation pour prendre une position horizontale quand le train avant arrive sur la piste. Cette baisse de l'angle d'attaque va faire fortement diminuer C_L. En gros, C_L diminue de 50 % quand toutes les roues sont en contact avec la piste.

La décélération sur la piste

Très souvent, on contrôle le niveau de freinage avec l'*autobrake*. Prenons 2 exemples pour illustrer.

Sur un Airbus A330, il y a 3 niveaux de freinage.

	Décélération
LO	1,7 m/s²
MED	3 m/s²
MAX	Max possible

www.smartcockpit.com/docs/A320-Taxi_and_Before_Ckeck-List.pdf

(Le système automatique s'engage dès que les réducteurs de portance, qu'on verra très bientôt, se déploient. En mode LO, la décélération monte à 1,7 m/s² en 3 secondes. En mode MED, la décélération commence à 2 m/s², puis monte à 3 m/s² en 4 secondes. En mode MAX, utilisé pour les décollages avortés, l'avion tente d'atteindre la décélération la plus grande possible sans que les pneus glissent.)

On peut aussi freiner en mode manuel. Au maximum dans ce mode, on peut faire une décélération d'environ 5 m/s² pendant que l'air qui passe dans les freins va éliminer environ 20 % de l'énergie des freins.

Sur un Boeing 767, il y a 5 niveaux de freinage.

	Décélération
1	1,2 m/s²
2	1,5 m/s²
3	1,8 m/s²
4	2,3 m/s³
MAX	3,4 m/s²
RTO	Max possible

hibdz.skydiving.co.uk/757/767_tech/landing_gear/autobrakes.htm

(Sauf pour le mode RTO, il y a un délai de 0,1 seconde entre le moment où le train touche le sol et le moment où l'accélération commence. En mode RTO, utilisé pour les décollages avortés, l'avion tente d'atteindre la décélération la plus grande possible sans que les pneus glissent.)

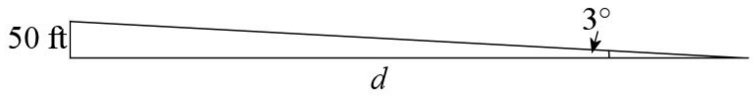
Calcul de la longueur de piste requise

Comme pour le décollage, on peut obtenir une excellente approximation de la longueur de piste requise parce que pratiquement tous les avions commerciaux vont ralentir sur la piste avec une accélération aux alentours de -2 m/s² quand la piste est sèche.

Toutefois, la longueur de piste requise n'inclut pas seulement la distance de freinage de l'avion. Elle inclut toute la trajectoire de l'avion quand elle est à moins de 50 pieds (15 m) du sol. Idéalement, on serait donc à 50 pieds du sol en début de piste.

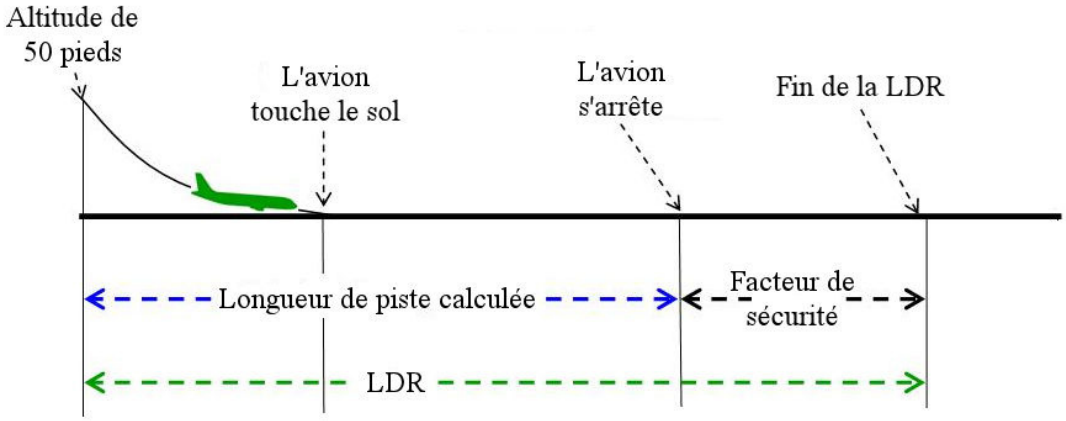
Comme l'avion arrive avec un angle assez près de 3°, la distance parcourue par l'avion avant de toucher le sol est presque toujours la même. On trouve cette distance avec ce triangle. On a alors

$$\tan 3° = \frac{50\,ft}{d}$$
$$d = 954\,pieds$$



On va arrondir un peu et utiliser 1000 pieds (300 m) pour la distance nécessaire avant que le pilote ne commence à freiner.

Une fois que le fabricant a calculé ainsi la distance d'arrêt de l'avion, il va multiplier la distance obtenue par un facteur se situant près de 5/3 pour ajouter un facteur de sécurité pour obtenir la longueur de piste requise (LDR pour landing distance required).



www.skybrary.aero/index.php/Landing_Distances

Longueur de piste requise à l'atterrissage

$$LDR = \tfrac{5}{3}\cdot\left(\text{distance pour freiner} + 1000\,ft\right)$$

Exemple 5.5.2

Un Bombardier Q-400 de 20 000 kg se pose à 102 nœuds sur une piste. Quelle est la longueur de piste requise pour cet avion si l'accélération est de -2 m/s² ?

Avec une décélération de 2 m/s², la distance d'arrêt est

$$2a\left(x - x_0\right) = v^2 - v_{atter}^2$$
$$2\cdot\left(-2\tfrac{m}{s^2}\right)\cdot\left(x - 0\right) = 0^2 - \left(52{,}5\tfrac{m}{s}\right)^2$$
$$x = \frac{\left(52{,}5\tfrac{m}{s}\right)^2}{4\tfrac{m}{s^2}}$$
$$x = 689{,}1m = 2261\,ft$$

La longueur de piste requise est donc

$$\begin{aligned} LDR &= \tfrac{5}{3}\cdot\left(\text{distance pour freiner} + 1000\,ft\right) \\ &= \tfrac{5}{3}\cdot\left(2261\,ft + 1000\,ft\right) \\ &= 5435\,ft \end{aligned}$$

Les forces qui arrêtent l'avion

On peut déterminer l'accélération exacte de l'avion en examinant les forces sur l'avion.

La friction avec le sol

La principale force qui ralentit l'avion (du moins pour les petits avions) est la force de friction entre les pneus et la piste. Reste à voir si cette friction peut être suffisante.

À première vue, la force de friction semble amplement suffisante. Comme c'est de la friction statique, la force est, au maximum,

$$F_{f\,\max} = \mu_s F_N$$

Puisque l'avion n'accélère pas verticalement quand il est sur la piste, on pourrait penser que la normale est égale au poids et la force de friction maximale serait

$$F_{f\,\max} = \mu_s mg$$

Si la friction est la seule force qui ralentit l'avion, la somme des forces en x est

$$\begin{aligned} F_t - F_d - F_{f\,\max} &= ma_{\max} \\ 0 + 0 - \mu_s mg &= ma_{\max} \\ a_{\max} &= -\mu_s g \end{aligned}$$

Sur une piste sèche, le coefficient est environ de 0,9. L'accélération maximale est donc de

$$\begin{aligned} a_{\max} &= -0,9\cdot 9,8\,\tfrac{N}{kg} \\ &= -8,82\,\tfrac{m}{s^2} \end{aligned}$$

Ça semble amplement suffisant. Pour obtenir une accélération de -2 m/s², on serait seulement à 22 % de la friction statique maximum. Sur une piste humide ($\mu_s \approx 0,65$), on serait à environ 31 % de la friction maximale et sur une piste couverte de pluie ($\mu_s \approx 0,30$), on serait à 68 % de la friction maximum. Selon ces résultats, il n'y aurait aucun problème pour arrêter l'avion avec une accélération de -2 m/s², même dans des conditions de pluie assez forte.

Toutefois, ces calculs sont un peu trop simples pour plusieurs raisons.

Premièrement, les freins agissent seulement sur le train arrière de l'avion. Il y a donc de la friction uniquement sur le train arrière. Quand on calcule la force de friction faite par le train arrière, on fait prendre uniquement la normale qui agit sur le train arrière. Or, cette normale correspond seulement à une partie du poids de l'avion, car l'autre partie est supportée par le train avant. Au chapitre 9, on calculera la proportion du poids supportée par le train arrière. Généralement, 70 % à 90 % du poids de l'avion est supporté par le train arrière. (Elle est aux environ de 70 % pour les petits avions et aux environ de 90 % du poids pour les très gros avions.) En tenant compte de cela, l'accélération maximale ne serait alors que 70 % à 90 % de l'accélération maximale calculée précédemment. On va dire que cette proportion est de 70 % pour notre Q-400.

Deuxièmement, la normale n'est pas égale au poids de l'avion, surtout en début de piste. À ce moment, l'avion a une vitesse assez élevée et il y a encore de la portance. L'équation de force en y en début de piste

$$F_L + F_N - mg = 0$$

montre que la normale est

$$F_N = mg - F_L$$

Autrement dit, la portance cherche à soulever l'avion, ce qui diminue la normale. La valeur de C_L diminue quand l'avion passe d'une position cabrée à une position horizontale quand toutes les roues sont en contact avec la piste, mais la portance est encore à peu près égale à 80 % du poids de l'avion quand il est en position horizontale en début de piste. La normale totale est alors environ égale à 20 % du poids de l'avion et non pas égale au poids de l'avion en début de piste. Si on diminue la normale, on diminue la force de friction maximale. La force de friction maximale et l'accélération maximale seraient alors seulement 20 % des valeurs obtenues précédemment pour l'avion en début de piste.

Donc, en combinant les 2 effets, on aurait, en début de piste, 70 % de 20 % de l'accélération maximale de -8,82 m/s² calculée précédemment, ce qui donne une accélération maximale d'environ -1,23 m/s². Sur des pistes humides ou couvertes de pluie, les accélérations maximales seraient encore plus petites. En fin de piste, les accélérations maximales sont plus importantes puisqu'il n'y a plus de portance et la normale totale sur l'avion est égale à son poids. Avec 70 % de la normale sur le train arrière, on peut atteindre une accélération maximale de -6,17 m/s².

Cette faible accélération maximale en début de piste peut être un sérieux problème, mais il y a un moyen de corriger un peu cela. Comme la portance réduit la normale et, conséquemment, la friction maximale, il faudrait faire disparaitre cette portance. Dès que l'avion se pose au sol, les aérofreins sont déployés au maximum et ils deviennent alors des réducteurs de portance (spoilers). En plus d'augmenter la trainée, les réducteurs de portance détruisent une bonne partie de la portance de l'aile, ce qui permet d'augmenter la

normale. En gros, les réducteurs de portance font diminuer la portance pour que la normale totale passe de 20 % à environ 65 % du poids de l'avion.

www.dataero.fr/comment-les-avions-ralentissent/

La trainée

La trainée est également une force qui fait ralentir l'avion. On peut aider l'avion à ralentir en augmentant la trainée, ce qu'on peut faire avec les volets, les becs de bord d'attaque, les aérofreins et le train d'atterrissage.

Comme les volets et les becs sont encore plus sortis qu'au décollage, le coefficient de trainée augmente encore plus qu'au décollage. Typiquement, les volets, les becs font augmenter C_{d0} d'environ 0,008. Les aérofreins font également augmenter C_{d0}. Typiquement, cette augmentation est d'environ 0,025. Le train fait aussi augmenter C_{d0} lors de l'atterrissage. Typiquement, l'augmentation est aux environs de 0,015 à 0,020.

La valeur de e dans la formule de la trainée change aussi à l'atterrissage. La valeur de e est un peu plus grande qu'en vol. Elle est aussi plus grande qu'au décollage puisque les volets et les becs sont davantage sortis. Typiquement, e est environ 0,1 plus grand qu'en vol.

Comme la force de trainée n'est pas constante, c'est assez difficile de calculer l'accélération moyenne faite par la trainée. Encore une fois, on peut faire une approximation de l'effet de cette trainée en faisant comme si la force était une constante dont la valeur est égale à la trainée sur l'avion quand la vitesse est égale à la vitesse d'atterrissage divisée par $\sqrt{3}$.

Vitesse à utiliser pour calculer la force de trainée moyenne à l'atterrissage

$$v = \frac{v_{atter}}{\sqrt{3}}$$

La poussée

Évidemment, on diminue donc la puissance des moteurs au maximum pour que l'avion s'arrête (on peut faire encore mieux que cela comme on le verra plus loin).

Exemple 5.5.3

Un Bombardier Q-400 de 20 000 kg se pose à 102 nœuds sur une piste sèche ($\mu_s = 0{,}9$) qui est à une altitude de 2000 pieds (610 m). La masse volumique de l'air à cette altitude est

de 1,155 kg/m³. Quand l'avion roule sur la piste en position horizontale, on a $C_L = 1{,}6$. On déploie alors les réducteurs de portance (spoilers) ce qui fait diminuer le coefficient de portance à 0,7. Avec les becs et les volets, on a $C_{d0} = 0{,}026$ et $e = 0{,}9$. Le train d'atterrissage fait augmenter C_{d0} de 0,015 et les réducteurs de portance font augmenter C_{d0} de 0,025. La décélération de l'avion sur la piste est de -2 m/s² et 70 % de la normale s'exerce sur le train arrière de l'avion.

a) Quelle est la force horizontale requise pour arrêter cet avion ?

En x, on a

$$\begin{aligned} F_{nette\ x} &= ma \\ &= 20\,000kg \cdot \left(-2\tfrac{m}{s^2}\right) \\ &= -40\,000N \end{aligned}$$

b) Quelle est la force faite par les freins requise ?

La force nette en x est

$$F_{nette\ x} = F_t - F_d - F_f$$

Comme la poussée des moteurs est réduite à 0 sur la piste, on a

$$-40\,000N = 0 - F_d - F_f$$

Pour trouver la force des freins (F_f), on doit connaitre la force de trainée.

Le coefficient de trainée est de

$$C_d = C_{d0} + 0{,}015 + 0{,}025 + \frac{C_L^2 A}{e\pi S^2}$$

On ajoute 0,015 pour le train et 0,025 pour les réducteurs de portance. Comme C_L est de 0,7 en roulant sur la piste, on a

$$\begin{aligned} C_d &= 0{,}026 + 0{,}015 + 0{,}025 + \frac{(0{,}7)^2 \cdot 63{,}1m^2}{0{,}9 \cdot \pi \cdot (28{,}4m)^2} \\ &= 0{,}026 + 0{,}015 + 0{,}025 + 0{,}014 \\ &= 0{,}080 \end{aligned}$$

On trouve la force de trainée moyenne en calculant la trainée quand la vitesse est égale à la vitesse d'atterrissage divisée par $\sqrt{3}$. Comme la vitesse d'atterrissage est de 102 kts (52,5 m/s), cette vitesse est

$$\begin{aligned} v &= \frac{52{,}5\tfrac{m}{s}}{\sqrt{3}} \\ &= 30{,}3\tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

La trainée est donc

$$\begin{aligned} F_d &= \frac{1}{2} C_d A \rho v^2 \\ &= \frac{1}{2} \cdot 0,080 \cdot 63,1 m^2 \cdot 1,155 \tfrac{kg}{m^3} \cdot \left(30,3 \tfrac{m}{s}\right)^2 \\ &= 2676 N \end{aligned}$$

L'équation des forces en *x* devient donc

$$\begin{aligned} -40\,000 N &= 0 - 2676 N - F_f \\ F_f &= 37\,324 N \end{aligned}$$

Les freins doivent donc faire une force de 37 324 N.

c) Est-ce qu'on peut avoir cette force de friction en début de piste (autrement dit, est-ce la friction maximale est supérieure à 37 324 N) ?

Trouvons la valeur de la friction maximale. Cette friction maximale est

$$F_{f\,\max} = \mu_s F_N$$

Pour trouver la normale, examinons les forces en *y*.

$$F_L + F_N - mg = 0$$

On a donc (puisque le coefficient est de 0,7 avec les réducteurs de portance)

$$\frac{1}{2} C_L \rho A v^2 + F_N - mg = 0$$

$$\frac{1}{2} \cdot 0,7 \cdot 1,155 \tfrac{kg}{m^3} \cdot 63,1 m^2 \cdot \left(52,5 \tfrac{m}{s}\right)^2 + F_N - 20\,000 kg \cdot 9,8 \tfrac{m}{s^2} = 0$$

$$70\,307 N + F_N - 196\,000 N = 0$$

$$F_N = 125\,693 N$$

Cette normale est égale à 64,1 % du poids. La portance soutient donc encore 35,9 % du poids.

Comme 70 % de la normale s'exerce sur le train arrière, la normale sur le train arrière est

$$\begin{aligned} F_{N\,arriere} &= 0,7 \cdot 125\,693 N \\ &= 87\,985 N \end{aligned}$$

La force de friction maximale sur le train arrière est donc

$$\begin{aligned} F_{f\max} &= \mu_s F_{N\,arriere} \\ &= 0,9 \cdot 87\,985N \\ &= 79\,187N \end{aligned}$$

On peut donc avoir les 37 324 N demandés. On serait alors à 47 % de la friction maximale.

d) Est-ce qu'on peut avoir cette force de friction en fin de piste (autrement dit, est-ce la friction maximale est supérieure à 37 324 N) ?

Trouvons la valeur de la friction maximale. Cette friction maximale est

$$F_{f\max} = \mu_s F_N$$

Pour trouver la normale, examinons les forces en *y*.

$$F_L + F_N - mg = 0$$

Comme la vitesse est petite en fin de piste, la portance devient négligeable. On a alors

$$\begin{aligned} 0 + F_N - mg &= 0 \\ F_N - 20\,000kg \cdot 9,8\tfrac{m}{s^2} &= 0 \\ F_N - 196\,000N &= 0 \\ F_N &= 196\,000N \end{aligned}$$

Comme 70 % de la normale s'exerce sur le train arrière, la normale sur le train arrière est

$$\begin{aligned} F_{N\,arriere} &= 0,7 \cdot 196\,00N \\ &= 137\,200N \end{aligned}$$

La force de friction maximale sur le train arrière est donc

$$\begin{aligned} F_{f\max} &= \mu_s F_{N\,arriere} \\ &= 0,9 \cdot 137\,200N \\ &= 123\,480N \end{aligned}$$

On peut donc avoir les 37 324 N demandés. On voit que la situation est moins critique en fin de piste. On serait alors à 30 % de la friction maximale.

Autres conditions de piste

S'il y a de la pluie, le coefficient de friction diminuera, en gros, à 0,4. Dans notre exemple, on ne pourrait atteindre les 37 324 N demandés en début de piste. La friction maximale

serait alors de 35 194 N en début de piste et de 54 880 N en fin de piste. On devra donc diminuer la force de freinage et cela fera augmenter la longueur de piste requise. Si on freine avec une force de 20 000 N (pour rester environ à 60 % du maximum en début de piste), l'accélération moyenne de l'avion baisse à -1,3 m/s², la distance de freinage monte à 3500 pieds et la longueur de piste requise augmente à 7500 pieds. Comme la distance était de 5435 pieds sur une piste sèche, la longueur de piste requise a été multipliée par 1,4 avec la pluie.

Généralement, on multiplie la longueur de piste requise par 1,4 pour tenir compte du fait que la piste est mouillée.

S'il y a de la neige, le coefficient de friction diminuera, en gros, à 0,3. Dans notre exemple, on ne pourra plus atteindre les 37 324 N demandés sur une bonne partie de la piste. La friction maximale serait alors de 26 396 N en début de piste et de 41 160 N en fin de piste. On devra alors diminuer la force de freinage et cela fera augmenter encore plus la longueur de piste requise. Si on freine avec une force de 16 000 N (pour rester environ à 60 % du maximum en début de piste), l'accélération moyenne de l'avion baisse à -1,1 m/s², la distance de freinage monte à 4140 pieds et la longueur de piste requise augmente à 8566 pieds. Comme la distance était de 5417 pieds sur une piste sèche, la longueur de piste requise a été multipliée par 1,6 avec la neige.

Généralement, on multiplie la longueur de piste requise par 1,6 pour tenir compte du fait que la piste est enneigée.

Avec de la slush, on multiplie la longueur de piste sèche par 2. Avec une piste glacée, on multiplie la longueur de piste sèche par 3,5.

Dépassement de piste

Comme on multiplie la longueur de piste nécessaire par un facteur de sécurité de 5/3 (après avoir aussi multiplié par tous les facteurs qui augmente la longueur de piste, comme la pluie et la neige), la piste est toujours au moins 1,6 fois plus longue que ce qui est nécessaire. Il est donc très rare qu'un avion ne parvienne pas à s'arrêter avant la fin de la piste. Toutefois, c'est arrivé quelques fois.

Le 10 octobre 2006, un British Aerospace 146-200A est sorti en bout de piste à l'aéroport de Sørstokken en Norvège dont la piste a une longueur de 4790 pieds. Malheureusement, l'avion a ensuite dévalé une falaise ce qui a entrainé la mort de 4 personnes.

La longueur de piste requise pour cet avion sur piste sèche est de 3900 pieds. Comme il y avait de la pluie, la longueur de piste requise augmentait à 5460 pieds. La piste était donc un peu trop courte, mais les pilotes savaient que ces 5460 pieds incluent un facteur de sécurité de 5/3. Si on enlève ce facteur de sécurité, on constate que l'avion a véritablement besoin d'une piste d'une longueur de 3276 pieds. Ils pouvaient donc se poser, mais en espérant qu'il n'y ait pas de problèmes…

Les problèmes ont commencé quand les spoilers ne se sont pas déployés. Comme la portance est restée importante sans spoilers, la normale et la friction maximale étaient plutôt faibles en début de piste. (Sans réducteurs de portance, la normale est environ 18 % de poids en début de piste au lieu de 64 % du poids. Dans notre exemple, la force de friction maximale en début de piste tomberait à seulement 9 689 N, au lieu des 35 109 N calculés avec μ_s = 0,4). Cela allait évidemment entrainer une augmentation de longueur de piste nécessaire. On estime que la longueur de piste requise est multipliée par 1,3 quand les spoilers ne se déploient pas. Il fallait maintenant une piste de 4260 pieds (1,3 fois 3276 pieds) pour s'arrêter. Cela n'aurait pas dû créer de problème puisque la piste était au moins 500 pieds plus longue.

Toutefois, croyant que l'absence de spoilers aurait un effet catastrophique, les pilotes ont activé les freins d'urgence. Sur ce type d'appareil, le système antiblocage des roues est désactivé quand on utilise les freins d'urgence. En freinant fortement, ils ont bloqué les roues et les pneus ont commencé à glisser sur la piste. Or, la piste était mouillée. La chaleur générée par le glissement des pneus transformait l'eau en vapeur, ce qui formait une mince couche de vapeur entre les pneus et la piste. Cette couche de vapeur a fait fortement diminuer la force de friction et l'avion a ralenti très lentement pour finalement dépasser la piste (Mayday, épisode 6 saison 15).

Les inverseurs de poussée

Quand l'avion a une masse importante, il y a un problème de surchauffe des freins. La masse très importante demande une force de freinage très importante, mais il y a une limite à ce que les freins peuvent faire. Un freinage trop important génèrerait tellement de chaleur que les freins seraient trop chauds après le freinage. Globalement, on peut dire, pour l'instant, qu'une force de freinage supérieure à 40 000 N pour chaque système de freinage d'un avion qui s'arrête sur une distance de 1000 m génère trop de chaleur (on aura la véritable règle au chapitre 8).

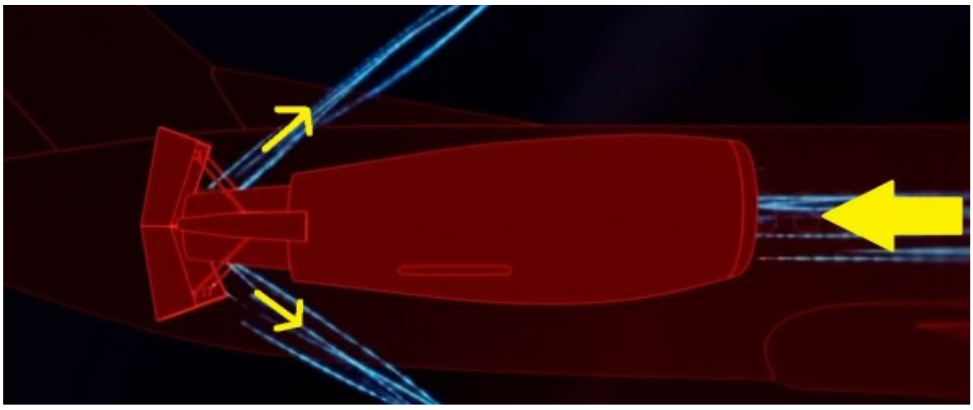
On voit bien dans ce vidéo la chaleur générée dans les freins quand le freinage est intense.
https://www.youtube.com/watch?v=ozOVYdAL_A4
Cet Airbus A321 s'arrête en seulement 15 secondes après que le train avant ait touché la piste, ce qui donne une distance de freinage d'un peu plus de 1600 pieds (500 m). La force de friction entre l'avion et le sol est aux environs de 200 000 N. Comme il y a 4 systèmes de freinage, cela fait 50 000 N par système de freinage. On est au-delà de la limite et on voit très bien que les freins chauffent énormément dans ce cas.

Ce video montre les freins bien rouges d'un Boeing 787 lors d'un test de décollage avorté. Les roues deviennent si chaudes que les pneus devront être remplacés.
https://www.youtube.com/watch?v=UhSgwpJuIq0
Cet autre vidéo montre un test de freinage excessif pour un Airbus A-380.
https://www.youtube.com/watch?v=qew09gao3S8
La chaleur générée dans les freins va donc limiter le freinage de l'avion.

Il y a cependant une solution pour aider à ralentir l'avion : inverser la poussée des moteurs. La poussée de moteur est maintenant vers le devant de l'avion au lieu de vers l'arrière de l'avion. Le moteur doit donc pousser de l'air vers le devant de l'avion. C'est ce que fera l'inverseur de poussée (*thrust reversal*).

Avec un moteur à hélice, on peut inverser la poussée en changeant l'orientation des pales de l'hélice jusqu'à ce que l'hélice pousse l'air vers le devant de l'avion. L'hélice ne se met pas à tourner dans l'autre sens, on fait simplement pivoter les pales pour qu'elles envoient l'air vers le devant de l'avion. Toutefois, ce mécanisme n'est pas souvent employé sur les avions à hélices puisqu'ils sont rarement très massifs et que la piste est souvent plus longue que ce qui est nécessaire pour ces avions. Par exemple, l'inversion de poussée sur un Q-400 n'est utilisée que si la piste est vraiment courte. Certaines compagnies interdisent même à leur pilote de l'utiliser (puisque cela entraine un freinage trop brutal et génère beaucoup de bruit).

Avec des turboréacteurs (pratiquement toujours utilisés avec les gros avions), on peut inverser la poussée avec un mécanisme qui se déploie et qui modifie la direction de l'air en sortie de moteur pour qu'elle soit dirigée vers le devant de l'avion.



www.dataero.fr/comment-les-avions-ralentissent/

Voici quelques modèles d'inverseur de poussée.

www.dataero.fr/comment-les-avions-ralentissent/

On peut voir l'inverseur de poussée se déployer dans ce vidéo
https://www.youtube.com/watch?v=sdVFVGom7es

L'inverseur de poussée peut être utilisé en vol lors de l'approche pour diminuer rapidement la vitesse, mais c'est très rare. En fait, on l'utilise en vol uniquement avec des avions militaires qui doivent pouvoir faire des descentes très rapides. (Ils ont aussi été utilisés en

vol sur un appareil expérimental de la NASA qui servait à entrainer les pilotes pour l'atterrissage de la navette spatiale.) Les DC-8, dont 556 exemplaires furent produits entre 1959 et 1972 (il en restait 6 en service en 2022, dont un seul transportant des passagers), pouvaient également utiliser les inverseurs de poussée en vol pour faire des descentes à 10 000 pieds/min si nécessaire.

À part pour ces exceptions, c'est une catastrophe si un inverseur de poussée se déploie en plein vol. C'est arrivé à un Lockhhed C-5 Galaxy le 20 aout 1990 un peu après le décollage de la base de Ramstein en Allemagne, à un Boeing 767-300 de Lauda Air le 26 mai 1991 près de Bangkok (Mayday, épisode 2 saison 14), à un Fokker 100 de TAM transportes Aéreos Regionais le 31 octobre 1996 lors du décollage à Sao Paulo (Mayday, épisode 10 saison 15). Dans tous ces cas, le déploiement accidentel d'un inverseur de poussée sur un des moteurs a mené à l'écrasement de l'avion.

Ces accidents ont amené l'ajout de mesures de sécurité qui empêche le déploiement de l'inverseur de poussée en plein vol. Pour certains avions, l'inverseur peut être utilisé seulement si on détecte une normale sur le train d'atterrissage, qui n'est présente que si l'avion touche au sol. Pour d'autres, comme le Boeing 737, on peut utiliser l'inverseur seulement si les moteurs sont à la puissance minimale et si l'avion est à moins de 3 m du sol (distance mesurée par l'altimètre radar).

Dans d'autres accidents, la poussée a été inversée à la suite d'une erreur de pilotage. Le 10 février 2004, un Fokker 50 de la Kish Air s'est écrasé lors de l'approche à l'aéroport de Shajah aux Émirats arabes unis parce que l'équipage a inversé la poussée des moteurs à hélices alors que l'avion n'avait pas encore atteint la piste. Le 17 juillet 2007, un Airbus A320 de TAM Airlines qui atterrissait a dépassé la piste à Sao Paulo pour aller frapper un édifice. Il semblerait qu'une erreur de l'équipage a fait en sorte qu'il y avait un inverseur de poussée sur un moteur, mais pas sur l'autre (Mayday, épisode 1 saison 11).

Il y a eu aussi des actes de sabordage. Le 9 février 1982, le commandant du vol 350 de la Japan Airlines a volontairement déployé les inverseurs de poussée en plein vol pour que son avion s'écrase…

Notez que quand la poussée est inversée, F_t doit être négative dans l'équation des forces en x.

$$F_t - F_d - F_f = ma$$

Exemple 5.5.4

Un Boeing 737-700 de 55 tonnes se pose sur une piste sèche (μ_s = 0,9). Avec les volets et les becs, on a $C_{L\max}$ = 2,4, C_{d0} = 0,035 et e = 0,87. Quand l'avion touche la piste, l'avion se place en position horizontale et on déploie les réducteurs de portance (ce qui fait

diminuer C_L à 0,5). On freine alors avec 80 000 N (20 000 N pour chacun des 4 systèmes de freinage).

L'aire des ailes est de 124,6 m², l'envergure est de 34,3 m, l'altitude de la piste est de 0 pied (ce qui signifie que la masse volumique de l'air est de 1,225 kg/m²). Le train d'atterrissage fait augmenter C_{d0} de 0,016 et les réducteurs de portance font augmenter C_{d0} de 0,025.

a) Quelle est la vitesse d'atterrissage de cet avion ?

La vitesse est

$$\begin{aligned} v_{atter} &= 1,3\sqrt{\frac{2mg}{C_{L\max}A\rho}} \\ &= 1,3\cdot\sqrt{\frac{2\cdot 55\,000kg\cdot 9,8\frac{N}{kg}}{2,4\cdot 124,6m^2\cdot 1,225\frac{kg}{m^3}}} \\ &= 70,5\frac{m}{s} \\ &= 137,0kts \end{aligned}$$

b) Quelle doit être la poussée des inverseurs pour que l'accélération sur la piste soit de -1,8 m/s² ?

On va trouver la force des inverseurs F_t avec l'équation des forces en x.

$$F_t - F_d - F_f = ma$$

On sait que la force de friction (freins) est de 80 000 N. On connait aussi l'accélération et la masse de l'avion. Toutefois, il nous manque la force de trainée.

Le coefficient de trainée est de

$$C_d = C_{d0} + 0,016 + 0,025 + \frac{C_L^2 A}{e\pi S^2}$$

On ajoute 0,016 pour le train d'atterrissage et 0,025 pour les réducteurs de portance. Comme l'avion est horizontal à ce moment et que les réducteurs de portance sont déployés, C_L a une valeur de 0,5. On a donc

$$\begin{aligned} C_d &= 0,035 + 0,016 + 0,025 + \frac{(0,5)^2\cdot 124,6m^2}{0,87\cdot\pi\cdot(34,3m)^2} \\ &= 0,035 + 0,016 + 0,025 + 0,010 \\ &= 0,086 \end{aligned}$$

On calcule la force de trainée moyenne avec la vitesse d'atterrissage divisée par $\sqrt{3}$. La force de trainée est donc

$$\begin{aligned} F_d &= \frac{1}{2} C_d A \rho v^2 \\ &= \frac{1}{2} \cdot 0,086 \cdot 124,6 m^2 \cdot 1,225 \tfrac{kg}{m^3} \cdot \left(\frac{70,5 \tfrac{m}{s}}{\sqrt{3}} \right)^2 \\ &= 10\,874 N \end{aligned}$$

L'équation des forces en x donne donc

$$F_t - F_d - F_f = ma$$

$$F_t - 10\,874 N - 80\,000 N = 55\,000 kg \cdot \left(-1,8 \tfrac{m}{s^2}\right)$$

$$F_t = 55\,000 kg \cdot \left(-1,8 \tfrac{m}{s^2}\right) + 10\,874 N + 80\,000 N$$

$$F_t = -99\,000 N + 10\,874 N + 80\,000 N$$

$$F_t = -8\,126 N$$

La valeur négative indique que la poussée est inversée.

Comme il y a deux moteurs, cela fait 4063 N par moteur.

c) Peut-on avoir une friction de 80 000 N au début de la piste si 80 % de la normale s'applique sur le train arrière ?

Trouvons la valeur de la friction maximale. Cette friction maximale est

$$F_{f\,\max} = \mu_s F_N$$

Pour trouver la normale, examinons les forces en y.

$$F_L + F_N - mg = 0$$

On a donc (puisque le coefficient est de 0,5 avec les réducteurs de portance)

$$\frac{1}{2} C_L \rho A v^2 + F_N - mg = 0$$

$$\frac{1}{2} \cdot 0,5 \cdot 1,225 \tfrac{kg}{m^3} \cdot 124,6 m^2 \cdot \left(70,5 \tfrac{m}{s}\right)^2 + F_N - 55\,000 kg \cdot 9,8 \tfrac{m}{s^2} = 0$$

$$189\,659 N + F_N - 539\,000 N = 0$$

$$F_N = 349\,341 N$$

Cette normale est égale à 64,8 % du poids. La portance soutient donc encore 35,2 % du poids.

Comme 80 % de la normale s'exerce sur le train arrière, la normale sur le train arrière est

$$\begin{aligned} F_{N\,arriere} &= 0,8 \cdot 349\,341N \\ &= 279\,473N \end{aligned}$$

La force de friction maximale sur le train arrière est donc

$$\begin{aligned} F_{f\,\max} &= \mu_s F_{N\,arriere} \\ &= 0,9 \cdot 279\,473N \\ &= 251\,526N \end{aligned}$$

On peut donc avoir les 80 000 N demandés. On est à 32 % de la friction maximale.

d) Quelle est la distance de freinage ?

Avec une accélération de -1,8 m/s² et une vitesse initiale de 70,37 m/s, la distance d'arrêt est

$$2a\left(x - x_0\right) = v^2 - v_0^2$$

$$2 \cdot \left(-1,8\tfrac{m}{s^2}\right) \cdot \left(x - 0m\right) = 0 - \left(70,5\tfrac{m}{s}\right)^2$$

$$x = 1381m$$

Cette distance correspond à une distance de 4531 pieds.

e) Quelle est la longueur de piste requise ?

La longueur est

$$\begin{aligned} LDR &= \tfrac{5}{3} \cdot \left(\text{distance pour freiner} + 1000\,ft\right) \\ &= \tfrac{5}{3} \cdot \left(4531\,ft + 1000\,ft\right) \\ &= 9218\,ft \end{aligned}$$

Notez qu'on pourrait très bien atterrir sans les inverseurs de poussée. On pourrait augmenter la force de freinage à 88 126 N pour obtenir une accélération de -1,8 m/s² sans utiliser les inverseurs de poussée. Comme le maximum de la force de friction en début de piste est de près de 250 000 N, la friction statique peut atteindre cette valeur. De plus, cette force de 88 126 N correspond à une force d'environ 22 000 N par système de freinage. Cela est inférieur à la limite approximative de 40 000 N donnée.

Toutefois, si on n'utilise pas les inverseurs de poussée, on doit augmenter la force des freins, ce qui fait en sorte qu'ils vont s'user et chauffer davantage. Les inverseurs ne sont donc pas essentiels, mais ils permettent de réduire l'usure des freins et de réduire le temps d'attente pour que les freins refroidissent (qui peut être de plusieurs heures si les freins chauffent trop).

Abandonner le décollage

Parfois, on doit abandonner le décollage et freiner fortement pour arrêter l'avion sur la piste. Bien souvent, on n'a pas le temps d'actionner les inverseurs de poussée et les freins seront fortement sollicités. Comme c'est une situation d'urgence exceptionnelle, l'usure et même la destruction des freins n'ont pas d'importance.

Exemple 5.5.5

Un Boeing 737-800 doit décoller d'une piste de 6000 pieds (1800 m) de long. Normalement, l'avion décolle à 149 nœuds et l'accélération moyenne de l'avion pendant le décollage est de 2 m/s². Quelle est la vitesse maximale pour abandonner le décollage si on peut freiner avec une décélération moyenne de -5 m/s² ?

Si on abandonne le décollage, on aura une partie du mouvement où l'avion accélère et une partie où l'avion décélère. La distance parcourue en combinant ces 2 mouvements ne doit pas dépasser 1800 m. On va chercher la vitesse atteinte après la phase d'accélération qui ferait arriver l'avion juste au bout de la piste.

Pour la phase d'accélération, on a

$$2a_1\left(x-x_0\right)=v^2-v_0^2$$
$$2\cdot 2\tfrac{m}{s^2}\cdot\left(x-0\right)=v_1^2-0$$
$$4\tfrac{m}{s^2}\cdot x=v_1^2$$

Pour la phase de décélération, on a

$$2a_2\left(x-x_0\right)=v^2-v_0^2$$
$$2\cdot\left(-5\tfrac{m}{s^2}\right)\cdot\left(1800m-x\right)=0-v_1^2$$
$$-10\tfrac{m}{s^2}\cdot\left(1800m-x\right)=-v_1^2$$

On a donc 2 équations et 2 inconnues.

$$4\tfrac{m}{s^2}\cdot x=v_1^2$$
$$-10\tfrac{m}{s^2}\cdot\left(1800m-x\right)=-v_1^2$$

Si on isole x dans la première équation

$$x=\frac{v_1^2}{4\frac{m}{s^2}}$$

et qu'on remplace dans la deuxième équation, on a

$$-10\tfrac{m}{s^2}\cdot\left(1800m-\frac{v_1^2}{4\frac{m}{s^2}}\right)=-v_1^2$$

Il ne reste qu'à isoler la vitesse.

$$-10\tfrac{m}{s^2}\cdot 1800m+\tfrac{10}{4}\cdot v_1^2=-v_1^2$$
$$-18\,000\tfrac{m^2}{s^2}+2,5\cdot v_1^2=-v_1^2$$
$$2,5\cdot v_1^2+v_1^2=18\,000\tfrac{m^2}{s^2}$$
$$3,5\cdot v_1^2=18\,000\tfrac{m^2}{s^2}$$
$$v_1^2=5143\tfrac{m^2}{s^2}$$
$$v_1=71,7\tfrac{m}{s}$$
$$v_1=139kts$$

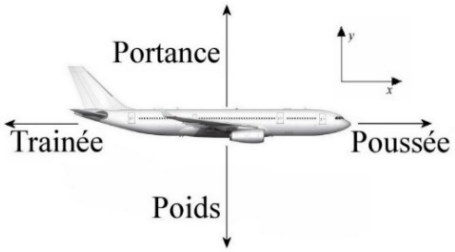
Cela signifie qu'on ne peut plus abandonner le décollage quand la vitesse dépasse 139 nœuds. Si on le fait avec une vitesse plus grande, on va sortir de piste.

Boeing donne une vitesse de 137 nœuds pour cette vitesse (qu'on appelle V1) si la vitesse de décollage est de 149 nœuds (qu'on appelle V2). En fait, la valeur qu'ils donnent ne dépend pas de la longueur de piste. Comme la longueur de piste requise est de 7600 pieds pour cet avion, la vitesse pour abandonner le décollage est plus grande que la vitesse de décollage. Ce n'est donc pas la longueur de la piste qui limite la valeur de V1. On verra au chapitre 8 que c'est plutôt la chaleur absorbée par les freins qui limite la valeur de V1.

RÉSUMÉ DES ÉQUATIONS

Équations des forces pour un avion qui vole horizontalement

$$F_t-F_d=ma$$
$$F_L-mg=0$$



Vitesse de décrochage d'un avion en vol horizontal

$$v_{\min}=\sqrt{\frac{2mg}{C_{L\max}A\rho}}$$

La vitesse de décrochage avec un facteur de charge *n*

$$v_{\min n}=v_{\min}\sqrt{n}$$

Trainée en vol horizontal

$$F_d=\frac{1}{2}C_{d0}A\rho v^2+\frac{2m^2g^2}{\rho e\pi S^2v^2}$$

Trainée minimale d'un avion en vol horizontal

$$F_{d\min} = \frac{2mg}{S}\sqrt{\frac{C_{d0}A}{e\pi}}$$

$$F_{d\min} = \frac{mg}{f_{\max}}$$

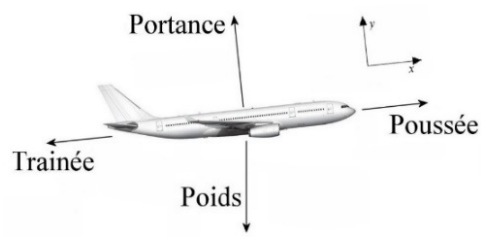
Vitesse de trainée minimale d'un avion en vol horizontal

$$v_{d\min} = \sqrt[4]{\frac{4m^2g^2}{C_{d0}A\rho^2 e\pi S^2}}$$

Équations des forces pour un avion qui monte avec un angle θ

$$F_t - F_d - mg\sin\theta = ma$$

$$F_L - mg\cos\theta = 0$$



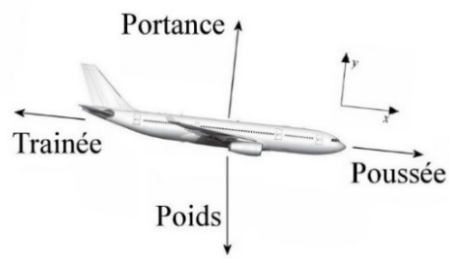
Angle de montée à vitesse constante

$$\sin\theta = \frac{F_t}{mg} - \frac{C_d}{C_L} \qquad \sin\theta = \frac{F_t}{mg} - \frac{1}{f}$$

Équations des forces pour un avion qui descend avec un angle θ

$$F_t - F_d + mg\sin\theta = ma$$

$$F_L - mg\cos\theta = 0$$



Angle de descente minimal sans poussée

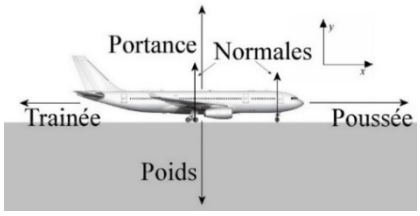
$$\sin\theta_{\min} = \frac{2}{S}\sqrt{\frac{C_{d0}A}{e\pi}}$$

$$\sin\theta_{\min} = \frac{1}{f_{\max}}$$

Distance maximale que l'on peut parcourir en planant sans poussée

$$D_{\max} = h \cdot f_{\max}$$

Équations des forces pour un avion au décollage



$$F_t - F_d = ma$$
$$F_L + F_N - mg = 0$$

Vitesse de décollage

$$v_{decol} = 1,2\sqrt{\frac{2mg}{C_{L\max} A\rho}}$$

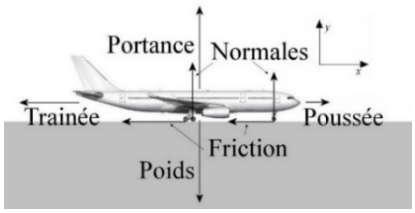
Longueur de piste requise au décollage

$$TODR = 1,15 \cdot (\text{distance pour accélérer} + 200\,ft)$$

Vitesse à utiliser pour calculer la force de trainée moyenne au décollage

$$v = \frac{v_{decol}}{\sqrt{3}}$$

Équations des forces pour un avion à l'atterrissage



$$F_t - F_d - F_f = ma$$
$$F_L + F_N - mg = 0$$

Vitesse d'atterrissage

$$v_{atter} = 1,3\sqrt{\frac{2mg}{C_{L\max} A\rho}}$$

Longueur de piste requise à l'atterrissage

$$LDR = \tfrac{5}{3} \cdot (\text{distance pour freiner} + 1000\,ft)$$

Vitesse à utiliser pour calculer la force de trainée moyenne à l'atterrissage

$$v = \frac{v_{atter}}{\sqrt{3}}$$

EXERCICES

Dans tous les exercices de ce chapitre, on va examiner les forces sur un Airbus A350-900 de 260 000 kg (200 000 kg à l'atterrissage). L'aire des ailes de cet avion est de 442 m² et l'envergure est de 64,75 m. Sans les volets, le C_{d0} est de 0,031 et le e des ailes est de 0,73. Il y a 2 moteurs pouvant exercer une poussée de 374 500 N chacun.

5.1 Avion en vol horizontal

1. Un Airbus A350-900 vole avec une vitesse constante de 480 nœuds à une altitude de 40 000 pieds (12 192 m). À cette altitude, la masse volumique de l'air est de 0,302 kg/m³.
   a) Quelle doit être la portance ?
   b) Quel doit être le coefficient de portance pour générer cette portance ?
   c) Quelle est la trainée sur cet avion à cette vitesse ?
   d) Quelle doit-être la poussée des moteurs ?
   e) Quelle doit être la vitesse d'expulsion des gaz faite par les moteurs sachant que la soufflante du moteur a un diamètre de 3 m ?
   f) Combien d'air par seconde passe dans le moteur ?

2. La vitesse d'un Airbus A350-900 volant à une altitude de 40 000 pieds (12 192 m) passe de 480 nœuds à 430 nœuds en 5 minutes. À cette altitude, la masse volumique de l'air est de 0,302 kg/m³. Quelle doit être la poussée des moteurs quand la vitesse est de 450 nœuds ?

3. Quelle est la vitesse de décrochage d'un Airbus A350-900 (en nœuds) volant à une altitude de 10 000 pieds (3048 m, masse volumique de l'air de 0,905 kg/m³) si le coefficient de portance maximale des ailes est de 1,5 ?

4. Un Airbus A350-900 vole à une altitude de 40 000 pieds (12 192 m, masse volumique de l'air de 0,302 kg/m³).
   a) Quelle est la trainée minimale qui peut s'exercer sur cet avion ?
   b) À quelle vitesse a-t-on cette trainée minimale (en nœuds) ?

5.2 Avion en montée

5. Un Airbus A350-900 fait une montée avec un angle de 3°. À un certain moment, il vole à 360 nœuds à une altitude de 15 000 pieds (4572 m) et sa vitesse augmente lentement (à un rythme constant) de sorte qu'elle sera de 400 nœuds dans 3 minutes. La masse volumique de l'air à cette altitude est de 0,771 kg/m³.
   a) Quelle doit être la portance ?
   b) Quel doit être le coefficient de portance pour générer cette portance ?
   c) Quelle est la trainée sur cet avion à cette vitesse ?
   d) Quelle doit-être la poussée des moteurs ?
   e) Quelle est la valeur du rapport poussée sur poids (thrust to weight ratio) ?
   f) Quelle doit être la vitesse d'expulsion des gaz faite par les moteurs sachant que la soufflante du moteur a un diamètre de 3 m ?

6. Un Airbus A350-900 fait une montée à une vitesse constante de 300 nœuds à une altitude de 5000 pieds (1524 m). La masse volumique de l'air à cette altitude est de 1,056 kg/m³. Quel est le rythme de montée (en pieds par minute) si la poussée de chaque moteur est de 300 000 N ?

5.3 Avion en descente

7. Un Airbus A350-900 volant à une altitude de 40 000 pieds (12 192 m) amorce une descente avec un angle de 4° à une vitesse constante du 480 nœuds. À cette altitude, la masse volumique de l'air est de 0,302 kg/m³.

   a) Quel est le facteur de charge pendant la descente ?
   b) Quelle est la valeur du rapport poussée sur poids (thrust to weight ratio) ?

8. Un Airbus A350-900 volant à une altitude de 40 000 pieds (12 192 m) amorce une descente avec un angle de 4°. On réduit la poussée des moteurs à 0. Quelle est l'accélération de l'avion si la vitesse est de 480 nœuds ? À cette altitude, la masse volumique de l'air est de 0,302 kg/m³.

9. Les moteurs d'un Airbus A350-900 viennent de s'arrêter en plein vol à une altitude de 40 000 pieds (masse volumique de l'air de 0,302 kg/m.)

   a) Quel est l'angle minimum de descente qui permet de maintenir une vitesse constante ?
   b) À quelle vitesse (en nœuds) se fait cette descente optimale ?
   c) Quel est le rythme de descente (en pieds par minute) ?

5.4 Avion au décollage

10. Un Airbus A350-900 décolle sur une piste à une altitude de 2000 pieds (610 m). (La masse volumique de l'air à cette altitude est de 1,155 kg/m³). Quel est le coefficient de portance maximale $C_{L\,max}$ des ailes avec les volets et les becs déployés si la vitesse de décollage est de 150 nœuds ?

11. Un Airbus A350-900 décolle d'une piste en maintenant une accélération de 1,4 m/s². Avec les volets et les becs, l'aile a une configuration qui donne un coefficient de portance de 1,2 quand l'avion roule horizontalement sur la piste et une valeur de $C_{L\max}$ de 2,4. On décolle d'une piste qui est à une altitude de 2000 pieds (610 m). La masse volumique de l'air à cette altitude est de 1,155 kg/m³. Le C_{d0} avec les volets est de 0,032 et le train d'atterrissage fait augmenter C_{d0} de 0,013. En configuration de décollage, la valeur de e est de 0,77.

a) Quelle est la vitesse de décollage de l'avion (en nœuds) ?
b) Quelle doit être la poussée de chaque moteur ?
c) Combien faudra-t-il de temps pour que le A350 atteigne sa vitesse de décollage ?
d) Quelle est la longueur de piste nécessaire pour le décollage (en pieds) ?
e) Quelle est la longueur de piste requise pour le décollage (en pieds) ?
f) Quelle est la normale sur l'avion juste avant la rotation ?

5.5 Avion à l'atterrissage

12. Un Airbus A350-900 se pose sur une piste à une altitude de 2000 pieds (610 m). La masse volumique de l'air à cette altitude est de 1,155 kg/m³. La masse de l'avion a diminué pendant le vol de sorte que sa masse n'est plus que de 200 000 kg à son l'arrivée. Quel est le coefficient de portance maximale $C_{L\,max}$ des ailes avec les volets et les becs déployés si la vitesse d'atterrissage est de 140 nœuds ?

13. Un Airbus A350-900 de 200 tonnes se pose à une vitesse de 72,1 m/s (140 nœuds). Quand le train avant touche la piste, l'avion se place en position, on déploie alors les réducteurs de portance (ce qui fait diminuer C_L à 0,5) et on active les inverseurs de poussée (qui exercent une force de 30 000 N pour chaque moteur) et on freine avec 265 000 N. L'altitude de la piste est de 2000 pieds (ce qui signifie que la masse volumique de l'air est de 1,155 kg/m²). Les volets et les becs font en sorte que C_{d0} = 0,037 et e = 0,86. Le train d'atterrissage fait augmenter C_{d0} de 0,013 et les réducteurs de portance font augmenter C_{d0} de 0,025.

    a) Quelle est l'accélération de l'avion sur la piste ?
    b) Quelle est la longueur de piste requise pour cet avion (en pieds) ?
    c) Quelle est la longueur de piste requise pour cet avion (en pieds), s'il y a un vent arrière à 10 nœuds (ce qui augmente la vitesse d'atterrissage de l'avion de 10 nœuds, mais ne change pratiquement rien aux forces qui agissent sur l'avion) ?

14. Un Airbus A350-900 de 200 tonnes se pose sur une piste enneigée (μ_s = 0,3) à une vitesse de 72,1 m/s (140 nœuds). Quand le train touche la piste, l'avion se place en position horizontale, on déploie les réducteurs de portance (ce qui fait diminuer C_L à 0,5) et on active les inverseurs de poussée (qui exercent une force de 30 000 N pour chaque moteur). L'altitude de la piste est de 2000 pieds (ce qui signifie que la masse volumique de l'air est de 1,155 kg/m²). Les volets et les becs font en sorte que C_{d0} = 0,037 et e = 0,86. Le train d'atterrissage fait augmenter C_{d0} de 0,013 et les réducteurs de portance font augmenter C_{d0} de 0,025.

    a) Si les pilotes freinent avec une force de freinage égale à 40 % de la force de friction maximale en début de piste, quelle est la force de freinage ?
    b) Quelle est la longueur de piste requise pour cet avion (en pieds) ?

RÉPONSES

5.1 Avion en vol horizontal

1. a) 2 548 000 N b) 0,626 c) 199 521 N d) 199 521 N e) 393 m/s
   f) 683,3 kg/s
2. 171 043 N
3. 179,1 nœuds
4. a) 192 374 N b) 418,9 nœuds

5.2 Avion en montée

5. a) 2 544 508 N b) 0,435 c) 234 022 N d) 397 014 N e) 0,156 f) 327,4 m/s
6. 4425 pieds/min

5.3 Avion en descente

7. a) 0,9976 b) 0,00855
8. -0,084 m/s²
9. a) 4,33° b) 418,4 nœuds c) 3201 pieds/min

5.4 Avion au décollage

10. 2,412
11. a) 150,4 kts b) 209 043 N c) 55,1 s d) 6972 pieds e) 8248 pieds
    f) 727 192 N

5.5 Avion à l'atterrissage

12. 2,561
13. a) -1,81 m/s² b) 9 518 pieds b) 10 668 pieds
14. a) 155 585 N b) 12 860 pieds