8 LE TRAVAIL

Erwan, d'une masse de 65 kg, fait un saut de bungee. Il tombe de 20 m avant que la corde du bungee commence à s'étirer. Quel sera l'étirement maximal de la corde si cette dernière agit comme un ressort d'une constante de 100 N/m quand elle est étirée ?

www.lifeinsuranceinsights.com/life-insurance-2/what-will-your-hobby-cost-you.html

Découvrez la réponse à cette question dans ce chapitre.

8.1 DÉFINITION DU TRAVAIL

Le travail fait par une force constante sur un objet se déplaçant en ligne droite

Si une force constante s'applique sur un objet en mouvement en ligne droite, alors il y a un travail de fait. Ce travail est le produit scalaire entre la force et le déplacement.

Le travail fait par une force constante sur un objet qui se déplace en ligne droite

$$W = \vec{F} \cdot \overrightarrow{\Delta s}$$

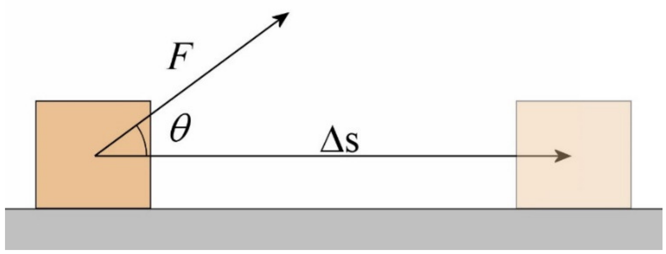
Ce produit scalaire peut être calculé de 2 façons.

$$W = F \Delta s \cos\theta$$

ou

$$W = F_x \Delta x + F_y \Delta y + F_z \Delta z$$

Δs est le déplacement de l'objet et θ est l'angle entre le déplacement et la force.



L'unité utilisée pour mesurer le travail est le Nm. On a donné un autre nom à cette unité : le joule (J).

Unité du travail : le joule

$$1\ J = 1\ Nm = 1 \frac{kg\ m^2}{s^2}$$

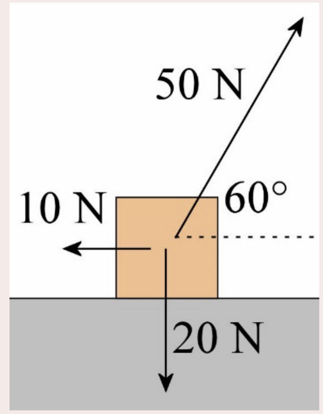
S'il y a plusieurs forces qui s'appliquent sur un objet, la somme des travaux faits par chacune des forces est le travail net.

Le travail net sur un objet

$$W_{net} = \sum W = W_1 + W_2 + W_3 + \ldots$$

Pour lire un court historique du concept de travail, vous pouvez consulter le document suivant.
https://physique.merici.ca/mecanique/HistoriqueW.pdf

Exemple 8.1.1



Quel est le travail net sur cette boite si elle se déplace de 3 mètres vers la droite ?

Calculons le travail fait par chacune des forces.

Le travail fait par la force de 20 N est

$$\begin{aligned} W_1 &= 20N \cdot 3m \cdot \cos 90° \\ &= 0J \end{aligned}$$

L'angle est de 90°, car la force est vers le bas et le déplacement est vers la droite.

Le travail fait par la force de 10 N est

$$\begin{aligned} W_2 &= 10N \cdot 3m \cdot \cos 180° \\ &= -30J \end{aligned}$$

L'angle est de 180°, car la force est vers la gauche et le déplacement est vers la droite.

Le travail fait par la force de 50 N est

$$\begin{aligned} W_3 &= 50N \cdot 3m \cdot \cos 60° \\ &= 75J \end{aligned}$$

L'angle est de 60° selon la figure.

Le travail net est donc

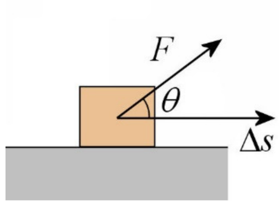
$$\begin{aligned} W_{net} &= W_1 + W_2 + W_3 \\ &= 0J + -30J + 75J \\ &= 45J \end{aligned}$$

Voici quelques remarques.

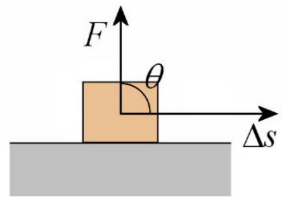
1) Les valeurs de F et de Δs ne sont jamais négatives. On doit mettre les grandeurs de la force et du déplacement.

2) Il est inutile de séparer les forces en composantes quand on calcule le travail avec $F\Delta s \cos\theta$. C'est la grandeur totale de la force et du déplacement qu'on doit mettre dans la formule, pas les composantes.

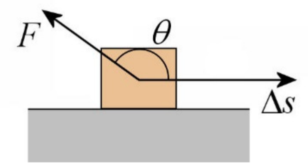
3) Le travail peut être positif, négatif ou nul. Comme F et Δs sont toujours positifs, c'est la valeur de l'angle qui détermine le signe du travail. Comme le cosinus est positif avec un angle inférieur à 90° et négatif avec un angle entre 90° et 180°, on a donc



$\theta < 90°$
Travail positif



$\theta = 90°$
Travail nul

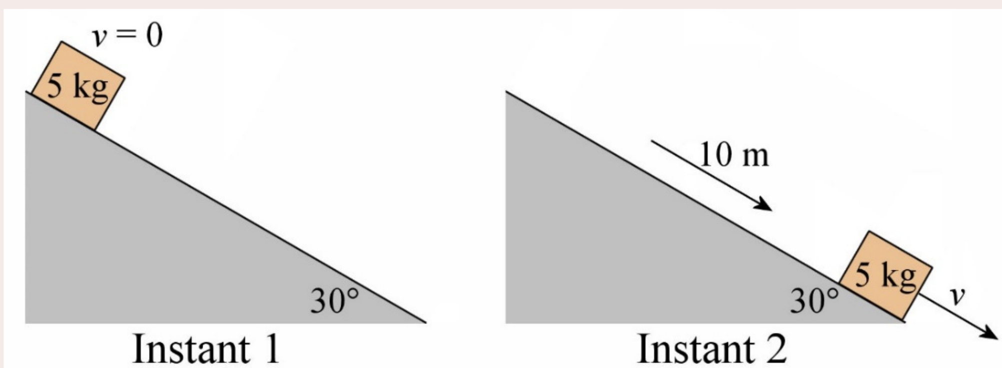


$\theta > 90°$
Travail négatif

4) L'angle est toujours positif. On prend toujours l'angle le plus petit entre la force et le déplacement et il n'y a pas de signe à cet angle. L'angle sera donc nécessairement entre 0° et 180°.

Exemple 8.1.2

Une boite de 5 kg glisse de 10 m vers le bas d'une pente inclinée de 30°. Le coefficient de frottement entre la pente et la boite est de 0,2. Quel est le travail net fait sur la boite entre ces deux instants ?

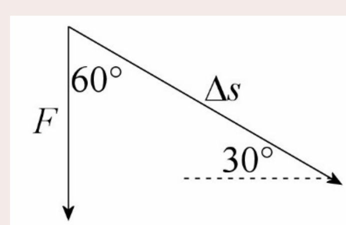


Pour trouver le travail fait par les forces, il faut premièrement trouver les forces agissant sur l'objet. Il y a 3 forces sur la boite de 5 kg.

1) Le poids.
2) La normale.
3) La friction.

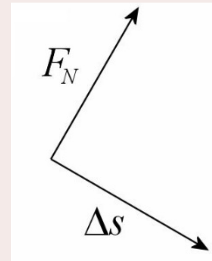
Le travail fait par le poids est

$$\begin{aligned} W_g &= mg\Delta s\cos\theta \\ &= 5kg \cdot 9{,}8\tfrac{N}{kg} \cdot 10m \cdot \cos 60° \\ &= 245J \end{aligned}$$



puisque l'angle entre la force et le déplacement est de 60° selon la figure de droite.

Le travail fait par la normale est



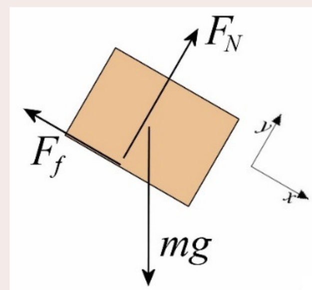
$$\begin{aligned} W_N &= F_N \cdot 10m \cdot \cos 90° \\ &= 0J \end{aligned}$$

puisque l'angle entre la force et le déplacement est de 90° selon la figure de droite.

Le travail fait par la force de friction est

$$W_f = \mu_c F_N \cdot 10m \cdot \cos 180°$$

L'angle est de 180°, car la friction est vers le haut de la pente et le déplacement est vers le bas de la pente. On voit que pour trouver ce travail, on devra connaitre la grandeur de la force normale. Sans trop entrer dans les détails puisqu'on a fait bien des exemples de calculs de force normale sur une pente dans les chapitres précédents, l'équation de la 2e loi de Newton est



$$\begin{aligned} \sum F_y &= ma_y \\ F_N + mg\sin(-60°) &= 0 \end{aligned}$$

La normale est donc

$$\begin{aligned} F_N &= mg \sin 60° \\ &= 5kg \cdot 9,8\tfrac{N}{kg} \cdot \sin 60° \\ &= 42,435N \end{aligned}$$

et le travail fait par la friction est

$$\begin{aligned} W_f &= \mu_c F_N \cdot 10m \cdot \cos 180° \\ &= 0,2 \cdot 42,435N \cdot 10m \cdot (-1) \\ &= -84,87J \end{aligned}$$

Alors, le travail net est

$$\begin{aligned} W_{net} &= W_g + W_N + W_f \\ &= 245J + 0J + -84,87J \\ &= 160,12J \end{aligned}$$

On peut aussi calculer le travail à partir des composantes des vecteurs.

Exemple 8.1.3

La force $\vec{F} = \left(3\vec{i} + 4\vec{j} + 5\vec{k}\right)N$ agit sur un objet qui se déplace du point (1 m, 2 m, 3 m) au point (5 m, 6 m, -3 m). Quel est le travail fait sur l'objet ?

En passant de (1 m, 2 m, 3 m) à (5 m, 6 m, -3 m), les composantes du déplacement sont

$$\Delta x = 4m \qquad \Delta y = 4m \qquad \Delta z = -6m$$

Le travail est donc

$$\begin{aligned} W &= F_x \Delta x + F_y \Delta y + F_z \Delta z \\ &= 3N \cdot 4m + 4N \cdot 4m + 5N \cdot (-6m) \\ &= 12J + 16J - 30J \\ &= -2J \end{aligned}$$

Le travail fait si F ou θ ne sont pas constants

Si la grandeur de la force change ou si l'angle entre le déplacement et la force change, on doit séparer le calcul en parties dans lesquelles la force et l'angle sont constants. On somme ensuite le travail fait dans chacune des parties.

Le travail fait par une force si F ou θ varie

$$W = \sum_{\text{F et } \theta \text{ constants}} \vec{F} \cdot \overrightarrow{\Delta s}$$

Ce produit scalaire peut être calculé de 2 façons.

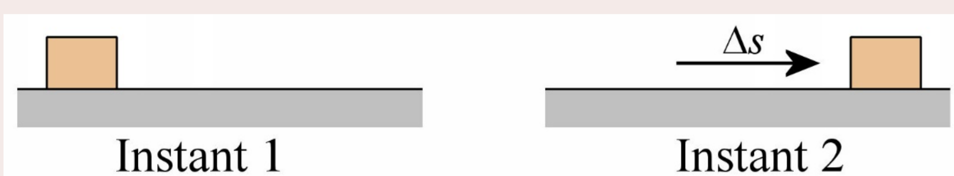
$$W = \sum_{F \text{ et } \theta \text{ constants}} F \Delta s \cos\theta$$

ou

$$W = \sum_{F_x, F_y \text{ et } F_z \text{ constants}} F_x \Delta x + F_y \Delta y + F_z \Delta z$$

Exemple 8.1.4

Une force agit sur un objet se déplaçant de 6 m vers la droite. La force est de 5 N vers la droite sur une distance de 5 m et ensuite de 3 N vers la gauche sur une distance de 1 m. Quel est le travail fait sur l'objet entre ces deux instants ?



Comme la force change, on doit séparer le trajet en partie. Le travail fait durant la première partie est

$$\begin{aligned} W_1 &= F\Delta s\cos\theta \\ &= 5N\cdot 5m\cdot\cos 0° \\ &= 25J \end{aligned}$$

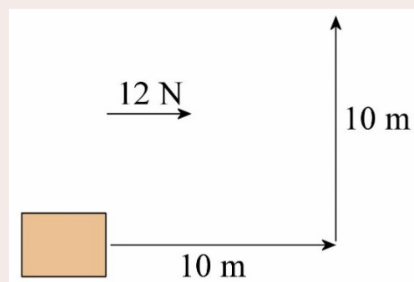
Le travail fait durant la deuxième partie est

$$\begin{aligned} W_2 &= F\Delta s\cos\theta \\ &= 3N\cdot 1m\cdot\cos 180° \\ &= -3J \end{aligned}$$

Le travail fait sur l'objet est donc de

$$\begin{aligned} W &= W_1 + W_2 \\ &= 25J + -3J \\ &= 22J \end{aligned}$$

Exemple 8.1.5



Une force de 12 N vers la droite agit sur un objet qui se déplace en suivant la trajectoire montrée sur la figure. Quel est le travail fait sur l'objet ?

Comme l'angle entre la force et le déplacement change, on doit séparer le trajet en partie. Le travail fait durant la première partie (mouvement vers la droite) est

$$\begin{aligned} W_1 &= F\Delta s\cos\theta \\ &= 12N\cdot 10m\cdot\cos 0° \\ &= 120J \end{aligned}$$

Le travail fait durant la deuxième partie (mouvement vers le haut) est

$$\begin{aligned} W_2 &= F\Delta s\cos\theta \\ &= 12N\cdot 10m\cdot\cos 90° \\ &= 0J \end{aligned}$$

Le travail fait sur l'objet est donc de

$$\begin{aligned} W &= W_1 + W_2 \\ &= 120J + 0J \\ &= 120J \end{aligned}$$

Mais que doit-on faire si la force ou l'angle changent constamment ? On ne pourrait pas alors séparer le trajet en régions où la force et l'angle sont constants. En fait, on peut. Il suffit de prendre des régions très courtes, tellement courtes qu'elles sont infinitésimales. Le travail fait sur une telle distance est

$$dW = \vec{F} \cdot \overrightarrow{ds}$$

Si on somme ensuite tous ces travaux, on obtient

Le travail fait sur un objet (formule la plus générale)

$$W = \int \vec{F} \cdot d\vec{s}$$

De façon correcte, il s'agit d'une intégrale de ligne puisque c'est le résultat du calcul le long d'une ligne (puisque l'objet passe d'un endroit à un autre en suivant une trajectoire, qui est une ligne qui n'est pas nécessairement droite).

Il est possible de calculer ce genre d'intégrale pour des trajectoires en deux ou trois dimensions, mais c'est d'un autre niveau. On se contentera ici d'un déplacement le long d'un axe (qu'on appellera x). En composantes, on aura alors

$$\vec{F} \cdot d\vec{s} = F_x dx$$

et le travail est donc

Travail fait par une force variable sur un objet qui se déplace le long de l'axe des *x* (l'objet va de *x* à *x'*)

$$W = \int_x^{x'} F_x dx$$

Exemple 8.1.6

Un objet allant de x = 1 m à x = 3 m subit une force variable F = (3 N/m x + 2 N). Quel est le travail fait par la force sur l'objet entre ces deux instants ?

Le travail est

$$\begin{aligned} W &= \int_{1m}^{3m} \left(3\tfrac{N}{m} x + 2N\right) dx \\ &= \left(\frac{3\frac{N}{m} x^2}{2} + 2N \cdot x\right)\Bigg|_{1m}^{3m} \end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
&= \left(\frac{3\frac{N}{m} \cdot (3m)^2}{2} + 2N \cdot (3m) \right) - \left(\frac{3\frac{N}{m} \cdot (1m)^2}{2} + 2N \cdot (1m) \right) \\
&= 16J
\end{aligned}
$$

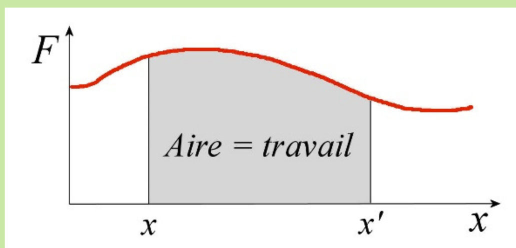
Représentation graphique du travail

Comme le travail est

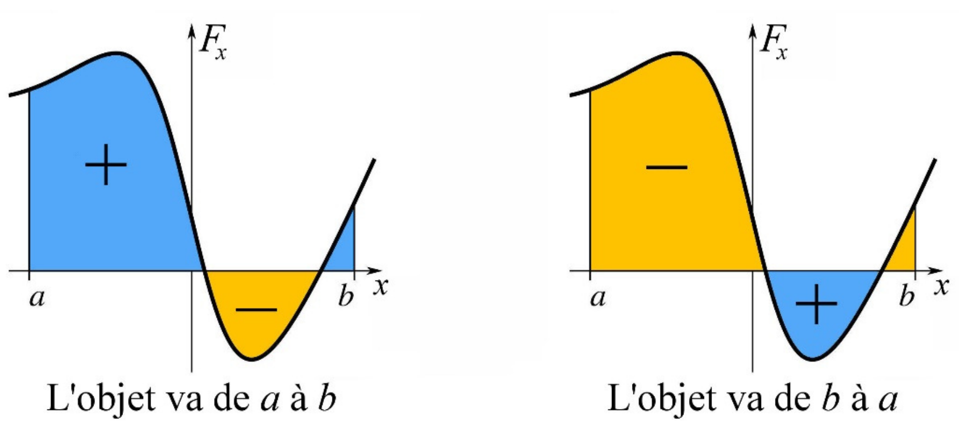
$$W = \int_x^{x'} F_x dx$$

et qu'une intégrale donne l'aire sous la courbe, on arrive à la conclusion que

Le travail fait sur un objet est l'aire sous la courbe de la force agissant sur l'objet en fonction de la position



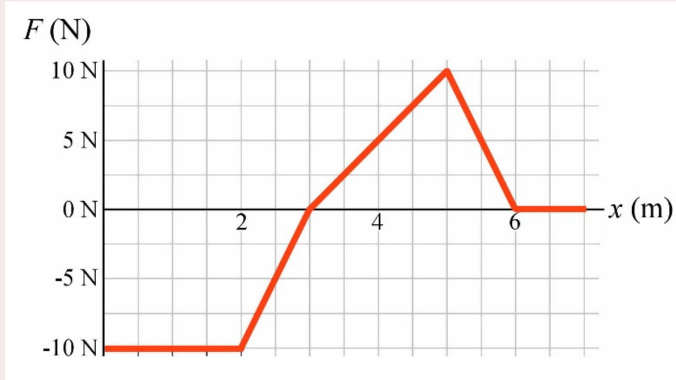
Comme le travail peut parfois être négatif, cette aire peut aussi être négative. Comme c'est le cas en calcul intégral, l'aire est positive si elle est au-dessus de l'axe des x et négative si elle est en dessous. Cependant, ces signes seront inversés si on déplace l'objet d'une valeur de x plus élevée vers une valeur de x plus petite. Ceci vient du fait que l'inversion des bornes d'une intégrale change le signe de la réponse.

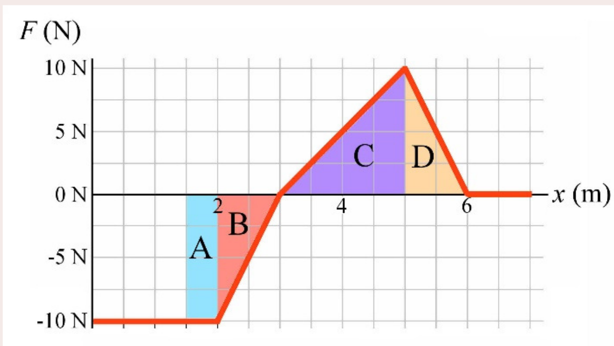


en.wikipedia.org/wiki/Integral

Exemple 8.1.7

Voici le graphique de la force sur un objet en fonction de la position. Quel est le travail fait sur cet objet s'il se déplace de x = 1,5 m à x = 6 m ?





Pour trouver le travail, on doit calculer l'aire sous la courbe entre x = 1,5 m et x = 6 m. Pour calculer cette aire, on va séparer l'aire en 4 régions (identifiées par les lettres A, B, C et D sur ce graphique).

L'aire de la région A est 10 N · 0,5 m = 5 J. Le travail sur cette distance est donc -5 J.

L'aire de la région B est ½·(10 N · 1 m) = 5 J. Le travail sur cette distance est donc -5 J.

L'aire de la région C est ½·(10 N · 2 m) = 10 J. Le travail sur cette distance est donc 10 J.

L'aire de la région D est ½·(10 N · 1 m) = 5 J. Le travail sur cette distance est donc 5 J.

Le travail total est donc

$$\begin{aligned} W &= -5J + -5J + 10J + 5J \\ &= 5J \end{aligned}$$

Le travail fait par un ressort

Avec la définition du travail la plus générale obtenue précédemment, on peut calculer le travail fait par un ressort sur un objet.

Comme la force exercée par un ressort est $F = -kx$, le travail fait par le ressort sur un objet qui se déplace de x à x' est

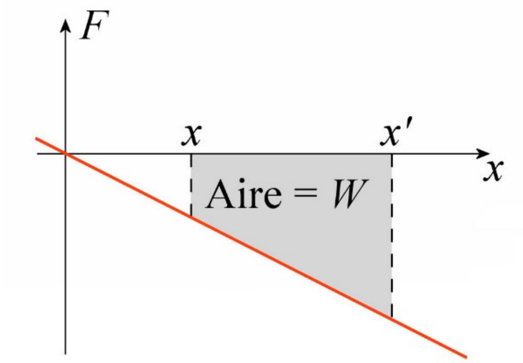
$$W_R = \int_x^{x'} (-kx)\,dx = \left(\frac{-kx^2}{2}\right)\Bigg|_x^{x'}$$
$$= \frac{-kx'^2}{2} - \frac{-kx^2}{2}$$

que l'on peut simplifier pour obtenir

Travail fait par un ressort

$$W_R = -\frac{k}{2}\left(x'^2 - x^2\right)$$

On aurait très bien pu faire ce calcul avec l'aire sous la courbe. Le graphique de $-kx$ étant une droite de pente $-k$ passant par l'origine, l'aire sous la courbe entre x et x' est l'aire de la région grise sur le graphique de droite.



Cette aire est

Aire = (Aire de triangle allant de l'origine à x') – (Aire de triangle allant de l'origine à x)

$$Aire = \left(\frac{x' \cdot F'}{2}\right) - \left(\frac{x \cdot F}{2}\right)$$

Puisque la grandeur de la force est kx, on obtient

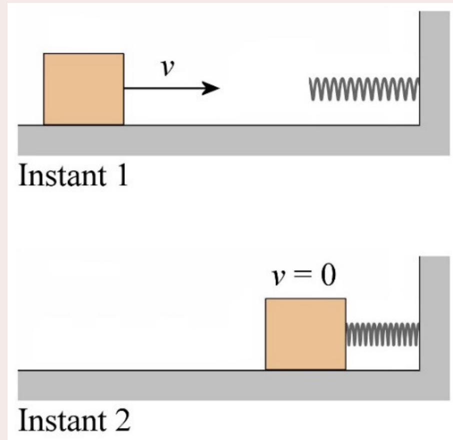
$$Aire = \left(\frac{x' \cdot kx'}{2}\right) - \left(\frac{x \cdot kx}{2}\right)$$
$$= \frac{kx'^2}{2} - \frac{kx^2}{2}$$

Comme cette aire est sous l'axe des x, le travail est négatif. On a alors

$$W_R = -\left(\frac{kx'^2}{2} - \frac{kx^2}{2}\right)$$
$$= -\frac{k}{2}\left(x'^2 - x^2\right)$$

Ce qui est le même résultat que celui obtenu avec l'intégrale.

Exemple 8.1.8



Une boite glissant sur une surface horizontale frappe un ressort, ce qui compresse le ressort de 20 cm. La constante du ressort est de 1000 N/m. Quel est le travail fait par le ressort sur la boite entre ces deux instants ?

Le travail fait par le ressort est

$$W_R = -\frac{k}{2}\left(x'^2 - x^2\right)$$

À l'instant 1, le ressort n'est pas comprimé. On a donc x = 0 m.

À l'instant 2, le ressort est comprimé de 20 cm. On a donc x' = 20 cm.

Le travail est donc

$$\begin{aligned} W_R &= -\frac{1000\frac{N}{m}}{2}\cdot\left((0,2m)^2 - (0m)^2\right) \\ &= -20J \end{aligned}$$

Il est normal que ce travail soit négatif dans ce cas, puisque la force faite par le ressort sur la boite est vers la gauche alors que le déplacement de la boite est vers la droite.

8.2 LE THÉORÈME DE L'ÉNERGIE CINÉTIQUE

Preuve du théorème de l'énergie cinétique

Examinons maintenant pourquoi il peut être utile de calculer le travail sur un objet. Commençons avec notre définition du travail

$$W_{net} = \int_s^{s'} \vec{F}_{nette} \cdot d\vec{s}$$

où s et s' sont les positions à l'instant 1 et à l'instant 2. Puisque $F_{nette} = ma$ selon la deuxième loi de Newton et que l'accélération est la dérivée de la vitesse, cette équation devient

$$\begin{aligned} W_{net} &= \int_s^{s'} m\vec{a} \cdot d\vec{s} \\ &= \int_s^{s'} m\frac{d\vec{v}}{dt} \cdot d\vec{s} \\ &= \int_v^{v'} m\frac{d\vec{s}}{dt} \cdot d\vec{v} \end{aligned}$$

La dérivée de la position étant la vitesse, on arrive à

$$W_{net} = \int_{v}^{v'} m\vec{v} \cdot d\vec{v}$$

Or, on a

$$d\left(v^2\right) = d\left(\vec{v} \cdot \vec{v}\right) = \vec{v} \cdot d\vec{v} + d\vec{v} \cdot \vec{v} = 2\vec{v} \cdot d\vec{v}$$

Ce qui signifie que

$$W_{net} = \int_{v}^{v'} m\vec{v} \cdot d\vec{v} = \int_{v}^{v'} m\frac{1}{2}\, d\left(v^2\right)$$

Si on fait cette intégrale, on trouve que

$$\begin{aligned} W_{net} &= \frac{1}{2}m\int_{v}^{v'} d\left(v^2\right) \\ &= \frac{1}{2}m\left[v^2\right]_{v}^{v'} \\ &= \frac{1}{2}m\left(v'^2 - v^2\right) \\ &= \frac{1}{2}mv'^2 - \frac{1}{2}mv^2 \end{aligned}$$

On va maintenant donner un nom à cette quantité qui vient d'apparaitre suite à ce calcul. Ce sera *l'énergie cinétique*.

Énergie cinétique

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2$$

On a donc que

$$\begin{aligned} W_{net} &= \frac{1}{2}mv'^2 - \frac{1}{2}mv^2 \\ &= E_k' - E_k \end{aligned}$$

Pour obtenir finalement ce qu'on appelle le théorème de l'énergie cinétique.

Théorème de l'énergie cinétique

$$W_{net} = \Delta E_k$$

Le travail net nous donne donc la variation d'énergie cinétique. Il nous permet de trouver assez facilement la variation de vitesse d'un objet.

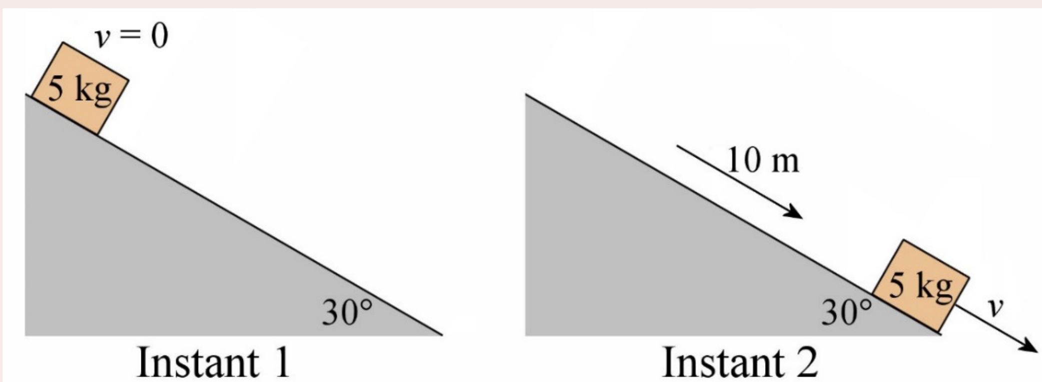
On remarque alors ce qui signifie le signe du travail net

1- Si le travail net est positif, l'énergie cinétique augmente : la grandeur de la vitesse de l'objet augmente.
2- Si le travail net est négatif, l'énergie cinétique diminue : la grandeur de la vitesse de l'objet diminue.
3- Si le travail net est nul, l'énergie cinétique est constante : la grandeur de la vitesse de l'objet est constante.

Le théorème de l'énergie cinétique apparait assez tardivement dans l'histoire de la mécanique. Alors que les lois de Newton datent de 1687, le théorème de l'énergie cinétique ne fut formulé explicitement que dans les années 1820 par les savants français Gaspard-Gustave Coriolis, Claude-Louis-Henri Navier et Jean-Victor Poncelet.

Exemple 8.2.1

Une boite de 5 kg glisse de 10 m vers le bas d'une pente inclinée de 30°. Le coefficient de frottement entre la pente et la boite est de 0,2. Quelle est la vitesse du bloc au bout de la glissade de 10 m si la vitesse était nulle au départ ?



On a les deux positions suivantes :

Instant 1 : La boite en haut du plan incliné.
Instant 2 : La boite 10 m plus bas sur la pente.

Calcul de W_{net}

On a déjà calculé le travail net fait sur la boite entre ces deux instants à un exemple de la section précédente (exemple 8.1.2). On avait obtenu

$$W_{net} = 160,12 J$$

Calcul de ΔE_k

Avec une vitesse initiale nulle, la variation d'énergie cinétique est

$$\Delta E_k = \frac{1}{2}mv'^2 - \frac{1}{2}mv^2$$
$$= \frac{1}{2}5kg \cdot v'^2 - \frac{1}{2}5kg \cdot \left(0\tfrac{m}{s}\right)^2$$
$$= 2{,}5kg \cdot v'^2$$

Application de théorème de l'énergie cinétique

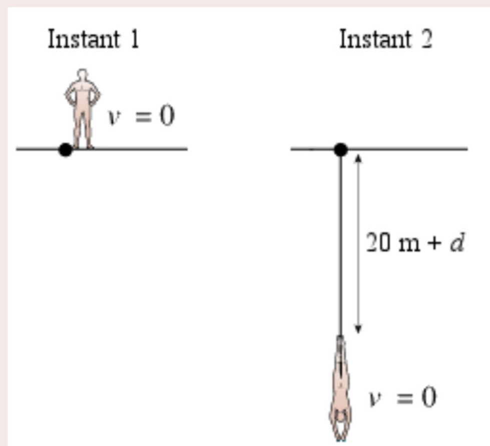
$$W_{net} = \Delta E_k$$
$$160{,}12J = 2{,}5kg \cdot v'^2$$
$$v' = 8{,}003\tfrac{m}{s}$$

Exemple 8.2.2

Erwan, d'une masse de 65 kg, fait un saut de bungee. Il tombe de 20 m avant que la corde du bungee commence à s'étirer. Quel sera l'étirement maximal de la corde si cette dernière agit comme un ressort d'une constante de 100 N/m quand elle est étirée ?

On a les positions montrées sur la figure aux instants 1 et 2.

Sur cette figure, d est l'étirement de la corde.



www.physicsforums.com/showthread.php?t=199894

Calcul de ΔE_k

Comme Erwan a une vitesse nulle aux deux instants, la variation d'énergie cinétique est

$$\Delta E_k = \frac{1}{2}mv'^2 - \frac{1}{2}mv^2$$
$$= \frac{1}{2}65kg \cdot \left(0\tfrac{m}{s}\right)^2 - \frac{1}{2}65kg \cdot \left(0\tfrac{m}{s}\right)^2$$
$$= 0J$$

Calcul de W_{net}

Regardons maintenant quel est le travail net fait entre les deux instants à partir des forces agissant sur l'objet. Les forces sont :

1) Le poids de 637 N vers le bas.

2) La force faite par la corde (ressort) vers le haut. Cette force agira seulement après un déplacement initial de 20 m vers le bas.

Le travail fait par la gravitation est

$$\begin{aligned} W_g &= F_g \cdot \Delta s \cdot \cos\theta \\ &= 637N \cdot (20m + d) \cdot \cos 0° \\ &= 637N \cdot (20m + d) \end{aligned}$$

Le travail fait par la corde est

$$W_R = -\frac{k}{2}\left(x'^2 - x^2\right)$$

Au départ, l'étirement de la corde est nul ($x = 0$) et à la fin il est de d ($x' = d$). On a donc

$$\begin{aligned} W_R &= -\frac{k}{2}\left(d^2 - 0^2\right) \\ &= -50\tfrac{N}{m} \cdot d^2 \end{aligned}$$

Le travail net est donc

$$\begin{aligned} W_{net} &= W_g + W_R \\ &= 637N \cdot (20m + d) - 50\tfrac{N}{m} \cdot d^2 \end{aligned}$$

Application de théorème de l'énergie cinétique

$$W_{net} = \Delta E_k$$
$$637N \cdot (20m + d) - 50\tfrac{N}{m} \cdot d^2 = 0J$$
$$50\tfrac{N}{m} \cdot d^2 - 637N \cdot d - 12740J = 0$$

Si on résout cette équation quadratique, on trouve $d = 23{,}56$ m. (on trouve également $d = -10{,}82$ m, ce qui correspond à une compression de la corde, ce qui est impossible ici.)

La corde étire donc de 23,56 m, pour une chute totale de 43,56 m.

Notez que la solution de ce problème aurait été beaucoup plus longue si on avait utilisé uniquement les lois de Newton puisqu'il aurait fallu faire une intégrale pour trouver comment change la vitesse avec l'étirement de la corde. En effet, avec une force qui n'est pas constante, l'accélération n'est pas constante et toutes les formules du mouvement à accélération constante ne sont pas valides ici. C'est pourquoi on aurait dû faire une intégrale pour trouver le déplacement.

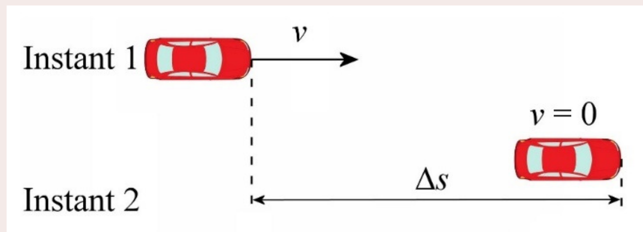
On peut y aller finalement avec un conseil de sécurité routière : n'allez pas trop vite, car la distance de freinage augmente avec le carré de la vitesse. C'est ce que va nous montrer l'exemple suivant.

Exemple 8.2.3

Quelle est la distance de freinage minimale d'un véhicule allant à 90 km/h si le coefficient de friction statique entre les pneus et la route est de 0,9 ?

Nos deux instants sont :

Instant 1 : Le véhicule avance à 90 km/h.
Instant 2 : Le véhicule est arrêté, Δs plus loin.



fr.depositphotos.com/2577683/stock-illustration-Car.html

Calcul de ΔE_k

Comme la vitesse passe de 90 km/h à 0, la variation d'énergie cinétique est

$$\begin{aligned}\Delta E_k &= \cancel{\frac{1}{2}mv'^2} - \frac{1}{2}mv^2 \\ &= -\frac{1}{2}mv^2\end{aligned}$$

Calcul de W_{net}

Trouvons maintenant ce travail avec les forces entre les instants 1 et 2. Il y a alors trois forces sur le véhicule.

1) Le poids vers le bas.
2) La normale vers le haut.
3) La force de freinage (de la friction) opposée à la vitesse.

Le travail fait par le poids et la normale sont tous les deux nuls, car ces forces sont perpendiculaires à la vitesse et donc au déplacement. Il n'y a que la friction qui fait un travail ici. Ainsi

$$\begin{aligned}W_{net} &= W_f \\ &= F_f \Delta s \cos\theta\end{aligned}$$

La force étant dans la direction contraire du déplacement, on a

$$\begin{aligned}W_{net} &= F_f \Delta s \cos 180° \\ &= -F_f \Delta s\end{aligned}$$

Application de théorème de l'énergie cinétique

$$W_{net} = \Delta E_k$$
$$-F_f \Delta s = -\frac{1}{2} mv^2$$
$$F_f \Delta s = \frac{1}{2} mv^2$$

Comme la force de friction statique doit être inférieure à $\mu_s F_N$, on a

$$F_f \leq \mu_s F_N$$

On doit donc avoir

$$F_f \Delta s \leq \mu_s F_N \Delta s$$

Puisque $F_f \Delta s = \frac{1}{2} mv^2$, on arrive à

$$\frac{1}{2} mv^2 \leq \mu_s F_N \Delta s$$

Comme la normale est égale au poids dans ce cas, l'équation devient

$$\frac{1}{2} mv^2 \leq \mu_s mg \Delta s$$
$$\frac{1}{2} \cancel{m} v^2 \leq \mu_s \cancel{m} g \Delta s$$
$$\Delta s \geq \frac{v^2}{2\mu_s g}$$

La distance minimale est donc

$$\begin{aligned}\Delta s_{\min} &= \frac{v^2}{2\mu_s g} \\ &= \frac{\left(25 \frac{m}{s}\right)^2}{2 \cdot 0,9 \cdot 9,8 \frac{N}{kg}} \\ &= 35,43m\end{aligned}$$

Cet exemple montre que la distance minimale de freinage d'une voiture augmente avec le carré de la vitesse.

$$\Delta s_{\min} = \frac{v^2}{2\mu_s g}$$

Vous pouvez d'ailleurs admirer cette augmentation de la distance de freinage avec la vitesse dans ces petits vidéos.

http://www.youtube.com/watch?v=lm9GG8OxmQo
http://www.youtube.com/watch?v=9kV24bhdzLI

La formule indique aussi que le coefficient de friction influence la distance de freinage. Plus le coefficient de friction est grand, plus la distance d'arrêt est petite. Le coefficient de friction entre la route et les pneus d'une formule 1 étant beaucoup plus grand que pour les pneus d'une voiture ordinaire, la distance de freinage des formules 1 est nettement plus petite.
http://www.youtube.com/watch?v=R1jCiU-4K5Y

On a également intérêt à ne pas bloquer les roues lors d'un freinage. Pour minimiser la distance de freinage, il faut freiner le plus fort possible, mais sans bloquer les roues. Si elles bloquent et qu'elles glissent sur la route, on passe alors en friction cinétique. Comme le coefficient de friction cinétique est plus petit que le coefficient de friction statique, cela entrainera une augmentation de la distance de freinage. C'est une des utilités des systèmes antiblocages (ABS) sur les voitures : elles évitent que les roues bloquent. L'autre utilité majeure (en fait, la principale) de ce système est de permettre au conducteur de garder le contrôle de son véhicule. En effet, il est impossible de diriger son véhicule quand les roues sont bloquées. Même si on tourne le volant, la voiture ne tourne pas. Si on empêche les roues de se bloquer, on permet au conducteur de tourner son véhicule même pendant un freinage assez intense.

8.3 LA PUISSANCE

Définition

De façon très large, la puissance est définie par

La puissance

$$P = \frac{\textit{Énergie} \text{ ou } \textit{travail}}{\textit{temps}}$$

Comme l'énergie ou le travail est en joule et que le temps est en seconde, cette puissance est en J/s. On a donné un nom à cette unité, il s'agit du watt (W).

Unité de la puissance : le watt

$$1W = 1\tfrac{J}{s} = 1\tfrac{kgm^2}{s^3}$$

Par exemple, une ampoule de 60 W consomme 60 joules d'énergie électrique par seconde. Un BBQ qui a une puissance de 10 000 W génère 10 000 joules d'énergie thermique par seconde.

On utilise parfois une autre unité, le horse-power qui vaut 746 W. Sachez qu'un cheval peut fournir beaucoup plus qu'un horse-power. Ce 746 W est le résultat d'une estimation fait au 19e siècle de la puissance **moyenne** que fait un cheval quand il travaille sans trop forcer. À ne pas confondre avec le cheval-vapeur qui ne vaut que 736 W !

Unité de la puissance : le horse-power

$$1\,hp = 746W$$

Puissance d'une force

Dans ce chapitre, on va s'intéresser à la puissance d'une force. Dans ce cas, la puissance moyenne est le travail fait par la force pendant un certain temps divisé par le temps requis pour faire ce travail.

La puissance moyenne d'une force

$$\overline{P} = \frac{W}{\Delta t}$$

On calcule la puissance instantanée de la même façon que la puissance moyenne, mais en prenant le travail fait pendant un temps très court, un temps infinitésimal. On a ainsi

La puissance d'une force

$$P = \frac{dW}{dt}$$

La puissance correspond donc au rythme auquel le travail est fait.

En utilisant ce qu'on sait du travail, on a

$$\overline{P} = \frac{W}{\Delta t} = \frac{F\Delta s\cos\theta}{\Delta t} \text{ (Si la force est constante)}$$
$$P = \frac{dW}{dt} = \frac{Fds\cos\theta}{dt}$$

On arrive donc aux équations suivantes.

Puissance moyenne et puissance instantanée

$$\overline{P} = F\overline{v}\cos\theta = \vec{F}\cdot\vec{\overline{v}} \text{ (Si la force est constante)}$$
$$P = Fv\cos\theta = \vec{F}\cdot\vec{v}$$

Interprétation graphique

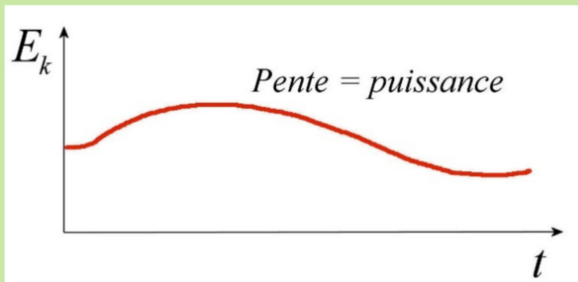
Comme le travail net est égal à la variation d'énergie cinétique, on a

$$P_{nette} = \frac{dW_{net}}{dt}$$

$$P_{nette} = \frac{dE_k}{dt}$$

Cette dernière équation est l'équation de la pente sur un graphique de l'énergie cinétique en fonction du temps. Cela signifie donc que

Sur un graphique de l'énergie cinétique d'un objet en fonction du temps, la pente est la puissance de la force nette agissant sur l'objet.



Le travail à partir de la puissance

Si la puissance est constante, on a

$$P = \frac{W}{\Delta t}$$

Cela signifie qu'on peut obtenir le travail à partir de la puissance avec

Travail à partir de la puissance si la puissance est constante

$$W = P\Delta t$$

Si la puissance n'est pas constante, on utilise

$$P = \frac{dW}{dt}$$

pour obtenir le travail fait pendant un temps infinitésimal.

$$dW = Pdt$$

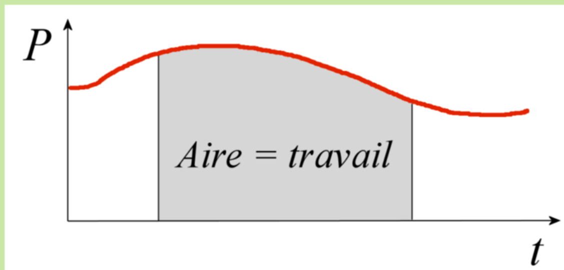
On somme ensuite tous ces travaux pour obtenir l'équation suivante.

Travail à partir de la puissance si la puissance n'est pas constante

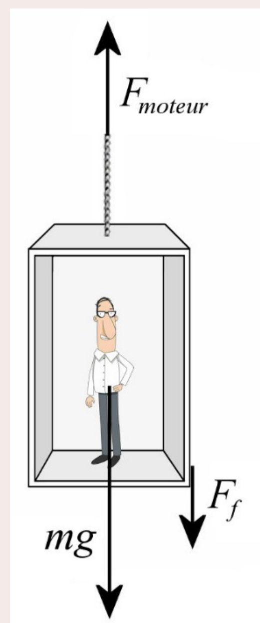
$$W = \int P dt$$

Graphiquement, on a donc l'interprétation suivante.

Le travail fait est égal à l'aire sous la courbe de la puissance en fonction du temps.



Exemple 8.3.1



Un ascenseur de 1000 kg (incluant le passager) monte avec une vitesse constante de 3 m/s. Si la force de friction s'opposant au mouvement de l'ascenseur est de 4000 N, quelle est la puissance (en hp) du moteur qui fait monter l'ascenseur ?

La force faite par le moteur se trouve avec la somme des forces verticales.

$$\begin{aligned}\sum F_y &= ma_y \\ -mg + F_{moteur} - F_f &= 0 \\ F_{moteur} &= mg + F_f \\ F_{moteur} &= 9800N + 4000N \\ F_{moteur} &= 13800N\end{aligned}$$

La puissance est donc

$$\begin{aligned}P_{moteur} &= F_{moteur} v \cos\theta \\ &= 13800N \cdot 3\tfrac{m}{s} \cdot \cos 0° \\ &= 41\,400W \\ &= 55,5hp\end{aligned}$$

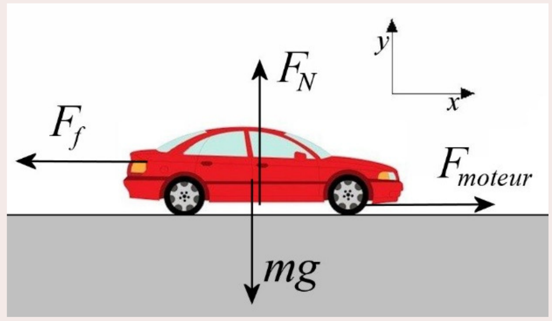
L'angle est de 0° puisque la force et la vitesse sont toutes les deux dirigées vers le haut.

Exemple 8.3.2

La puissance du moteur d'une voiture de 1000 kg est de 12 hp quand elle roule sur le plat avec une vitesse constante de 80 km/h. Quelle est la puissance du moteur si la même voiture monte une pente inclinée de 10° avec une vitesse constante de 80 km/h ?

Commençons par examiner ce qui se passe sur le plat. Cette étude nous permettra de connaitre la force de friction s'exerçant sur la voiture quand elle roule à 80 km/h.

Les forces sur le véhicule sont illustrées sur la figure.



fr.depositphotos.com/2577683/stock-illustration-Car.html

(La normale est en réalité répartie sur les quatre roues. La force du moteur s'applique en fait au contact des roues et du sol puisque c'est la friction entre les roues et l'asphalte qui fait avancer la voiture.)

On remarque assez rapidement que si la vitesse est constante, on doit avoir

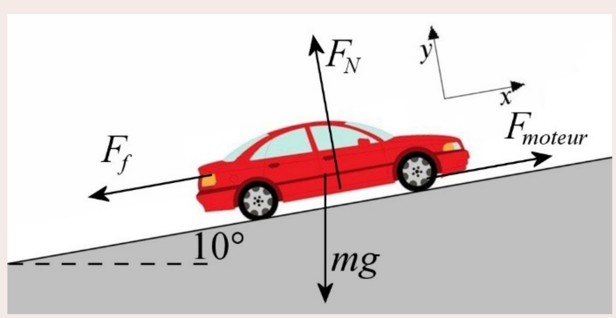
$$\sum F_x = ma_x$$
$$F_{moteur} - F_f = 0$$
$$F_f = F_{moteur}$$

On peut connaitre cette force du moteur puisqu'on connait la puissance du moteur. On a donc

$$P_{moteur} = F_{moteur} v \cos\theta$$
$$12 \cdot 746W = F_{moteur} \cdot 22,22 \tfrac{m}{s} \cdot \cos 0°$$
$$F_{moteur} = 402,8N$$

L'angle est de 0° puisque la force et la vitesse sont toutes les deux vers la droite. On sait donc maintenant que la grandeur de la force de friction sur la voiture est de 402,8 N quand elle se déplace à 80 km/h.

Examinons maintenant ce qui se passe si la voiture monte la pente de 10°. On a alors les forces illustrées sur la figure.



Pour trouver la puissance du moteur, il faudra trouver la force faite par le moteur. On la trouve avec la somme des forces en x.

$$\sum F_x = 0$$
$$F_{moteur} - F_f + mg\cos 100° = 0$$
$$F_{moteur} = F_f - mg\cos 100°$$

Puisqu'on va à la même vitesse que sur le plat, la force de friction est la même (402,8 N) on a donc

$$\begin{aligned} F_{moteur} &= F_f - mg\cos 100° \\ &= 402,8N - 1000kg \cdot 9,8\tfrac{N}{kg} \cdot \cos 100° \\ &= 402,8N + 1701,8N \\ &= 2104,6N \end{aligned}$$

La puissance est donc

$$\begin{aligned} P_{moteur} &= F_{moteur} v\cos\theta \\ &= 2104,6N \cdot 22,22\tfrac{m}{s} \cdot \cos 0° \\ &= 46\,768W \\ &= 62,7hp \end{aligned}$$

On voit que la puissance du moteur nécessaire augmente beaucoup pour monter cette pente. Certaines voitures ne pourraient réaliser cet exploit par manque de puissance. Les célèbres Chevettes des années 80, n'ayant qu'une puissance de 53 hp (modèle de base), n'auraient pas pu monter cette côte à 80 km/h.

en.wikipedia.org/wiki/Chevrolet_Chevette

Exemple 8.3.3

Un objet de 4 kg subit une force dont la puissance est donnée par

$$P = 6\tfrac{W}{s^2}t^2 + 4\tfrac{W}{s}t$$

a) Sachant que l'objet était arrêté à t = 0 s, déterminez la vitesse de l'objet à t = 3 s.
On va utiliser le théorème de l'énergie cinétique $W = \Delta E_k$ pour trouver la vitesse.
Le travail fait sur l'objet est

$$\begin{aligned} W &= \int_0^{3s} P dt \\ &= \int_0^{3s} \left(6\tfrac{W}{s^2}t^2 + 4\tfrac{W}{s}t\right)dt \\ &= \left[2\tfrac{W}{s^2}t^3 + 2\tfrac{W}{s}t^2\right]_{0s}^{3s} \\ &= 2\tfrac{W}{s^2}\cdot(3s)^3 + 2\tfrac{W}{s}\cdot(3s)^2 \\ &= 72J \end{aligned}$$

Ainsi, on a

$$\begin{aligned} W &= \Delta E_k \\ 72J &= \frac{1}{2}mv'^2 - \frac{1}{2}mv^2 \\ 72J &= \frac{1}{2}4kg\cdot v'^2 - 0 \\ v' &= 6\tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

b) Sachant qu'il s'agit d'un mouvement le long de l'axe des x, déterminez la force sur l'objet à t = 3 s.

On va trouver la force avec $P = Fv\cos\theta$. Pour un mouvement en une dimension, l'angle ne peut être que 0° ou 180°. La puissance à t = 3 s est

$$\begin{aligned} P &= 6\tfrac{W}{s^2}t^2 + 4\tfrac{W}{s}t \\ &= 6\tfrac{W}{s^2}\cdot(3s)^2 + 4\tfrac{W}{s}\cdot 3s \\ &= 66W \end{aligned}$$

Ainsi, la formule de la puissance instantanée donne

$$\begin{aligned} P &= Fv\cos\theta \\ 66W &= F\cdot 6\tfrac{m}{s}\cdot\cos\theta \end{aligned}$$

Puisque la valeur de la puissance est positive, l'angle doit être de 0°. La grandeur de la force est donc

$$\begin{aligned} 66W &= F\cdot 6\tfrac{m}{s}\cdot\cos 0° \\ F &= 11N \end{aligned}$$

RÉSUMÉ DES ÉQUATIONS

Le travail fait par une force constante sur un objet qui se déplace en ligne droite

$$W = \vec{F} \cdot \overrightarrow{\Delta s}$$

Ce produit scalaire peut être calculé de 2 façons.

$$W = F \Delta s \cos\theta$$

ou

$$W = F_x \Delta x + F_y \Delta y + F_z \Delta z$$

Le travail net sur un objet

$$W_{net} = \sum W = W_1 + W_2 + W_3 + \ldots$$

Le travail fait par une force si *F* ou *θ* varie

$$W = \sum_{\text{F et } \theta \text{ constants}} \vec{F} \cdot \overrightarrow{\Delta s}$$

Ce produit scalaire peut être calculé de 2 façons.

$$W = \sum_{F \text{ et } \theta \text{ constants}} F \Delta s \cos\theta$$

ou

$$W = \sum_{F_x,\, F_y \text{ et } F_z \text{ constants}} F_x \Delta x + F_y \Delta y + F_z \Delta z$$

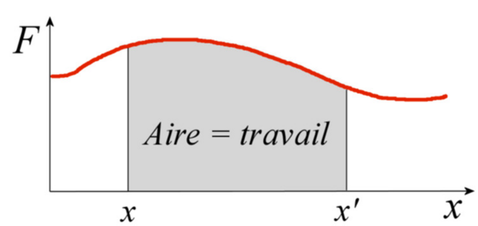
Le travail fait sur un objet (formule la plus générale)

$$W = \int \vec{F} \cdot d\vec{s}$$

Travail fait par une force variable sur un objet qui se déplace le long de l'axe des *x* (l'objet va de *x* à *x'*)

$$W = \int_x^{x'} F_x dx$$

Le travail fait sur un objet est l'aire sous la courbe de la force agissant sur l'objet en fonction de la position



Travail fait par un ressort

$$W_R = -\frac{k}{2}\left(x'^2 - x^2\right)$$

Énergie cinétique

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2$$

Théorème de l'énergie cinétique

$$W_{net} = \Delta E_k$$

La puissance

$$P = \frac{\textit{Énergie}\text{ ou }\textit{travail}}{\textit{temps}}$$

La puissance moyenne d'une force

$$\overline{P} = \frac{W}{\Delta t}$$

La puissance d'une force

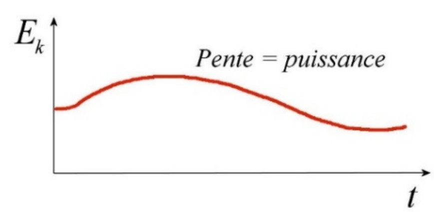
$$P = \frac{dW}{dt}$$

Puissance moyenne et puissance instantanée

$$\overline{P} = F\overline{v}\cos\theta = \vec{F}\cdot\vec{\overline{v}} \text{ (Si la force est constante)}$$

$$P = Fv\cos\theta = \vec{F}\cdot\vec{v}$$

Sur un graphique de l'énergie cinétique d'un objet en fonction du temps, la pente est la puissance de la force nette agissant sur l'objet.



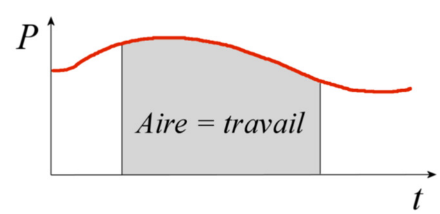
Travail à partir de la puissance si la puissance est constante

$$W = P\Delta t$$

Travail à partir de la puissance si la puissance n'est pas constante

$$W = \int P dt$$

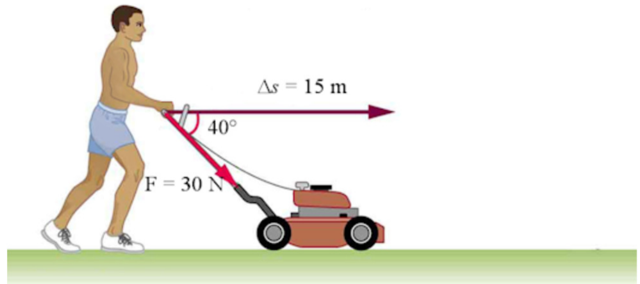
Le travail est l'aire sur la courbe de la puissance sur un graphique de la puissance en fonction du temps.



EXERCICES

8.1 Définition du travail

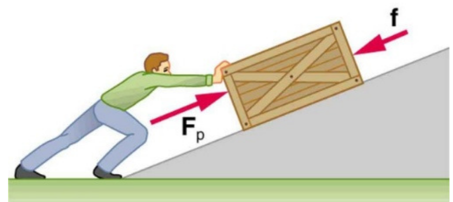
1. Quel est le travail fait par Mustafa dans cette situation ?



cnx.org/content/m42147/latest/?collection=col11406/latest

2. Honoré pousse une caisse de 30 kg vers le haut d'une pente inclinée de 8° sur une distance de 25 m. La caisse a une accélération de 1 m/s² vers le haut de la pente et il y a une force de friction de f = 70 N qui s'oppose au mouvement de la caisse.

   a) Quel est le travail fait par la gravitation ?
   b) Quel est le travail fait par la force de friction ?
   c) Quel est le travail fait par Honoré ?
   d) Quel est le travail net ?



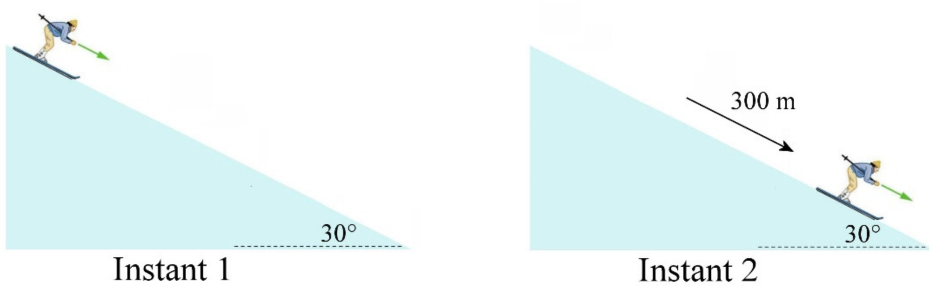
cnx.org/content/m42150/latest/?collection=col11406/latest

3. Un objet subit les deux forces suivantes.

$$\vec{F}_1 = \left(2\vec{i} + \vec{j} - 4\vec{k}\right)N \qquad \vec{F}_2 = \left(-4\vec{i} + 5\vec{j} + 2\vec{k}\right)N$$

Quel est le travail net sur l'objet s'il se déplace en ligne droite de la position (0 m, 1 m, 2 m) à la position (5 m, -2 m, -3 m) puis encore une fois en ligne droite de la position (5 m, -2 m, -3 m) à la position (8 m, 2 m, -5 m) ?

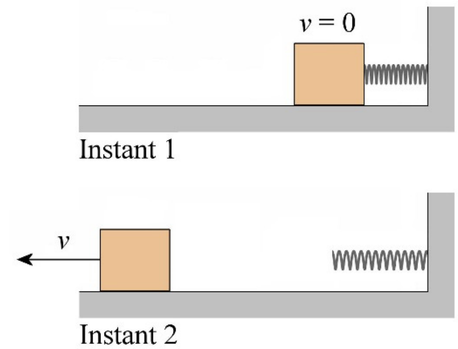
4. Rita, dont la masse est de 80 kg, descend une pente en ski inclinée de 30°. Le coefficient de friction entre les skis et la pente est de 0,1. La distance parcourue par Rita est de 300 m.



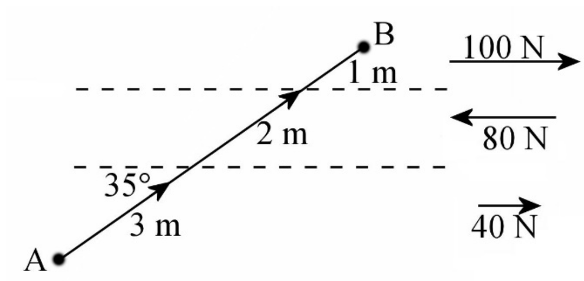
vhcc2.vhcc.edu/ph1fall9/frames_pages/openstax_problems.htm

   a) Quel est le travail fait par la force de gravitation entre ces deux instants ?
   b) Quel est le travail fait par la force de friction entre ces deux instants ?
   c) Quel est le travail net fait sur Rita entre ces deux instants ?

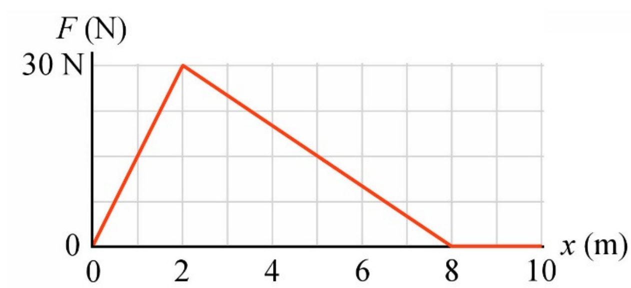
5. Un ressort initialement comprimé de 50 cm pousse un bloc de 10 kg. Quel est le travail fait par le ressort entre ces deux instants si la constante du ressort vaut 2000 N/m ?



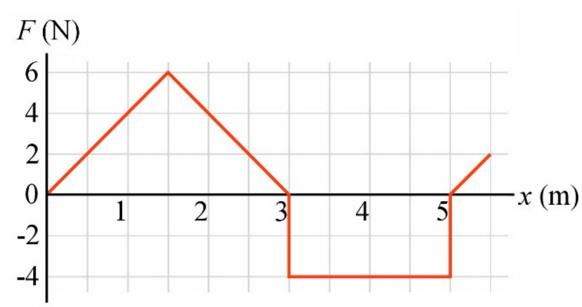
6. Un objet se déplace de 6 m en suivant la trajectoire montrée sur la figure. Pour les 3 premiers mètres, l'objet subit une force de 40 N vers la droite. Pour le 2 m suivant, l'objet subit une force de 80 N vers la gauche. Finalement, l'objet subit une force de 100 N vers la droite pour le dernier mètre. Quel est le travail fait sur l'objet ?



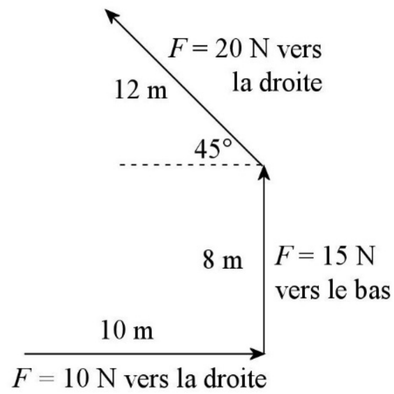
7. Voici le graphique de la force sur un objet en fonction de la position. Quel est le travail fait sur l'objet par cette force si l'objet passe de la position $x = 0$ m à $x = 6$ m ?



8. Voici le graphique de la force sur un objet en fonction de la position. Quel est le travail fait sur l'objet par cette force si l'objet passe de la position $x = 4$ m à $x = 0$ m ?



9. Un objet se déplace le long de la trajectoire montrée sur la figure. Sur cette figure, on indique la force subie par l'objet sur chaque partie rectiligne de la trajectoire. Quel est le travail fait sur l'objet ?

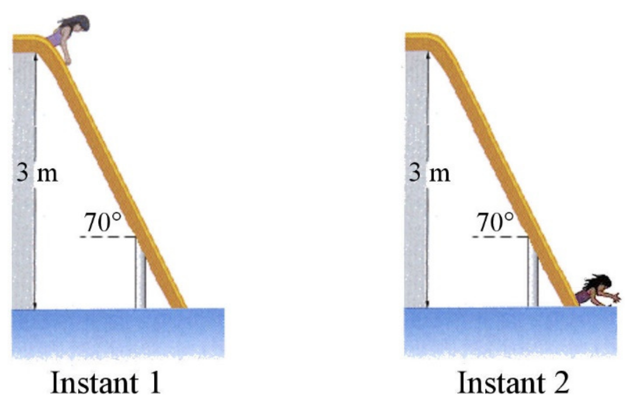


10. La force sur un objet est donnée par la formule $F_x = 18\frac{N}{m^2} \cdot x^2$. Quel est le travail fait sur l'objet par cette force si l'objet passe de la position $x = -1$ m à $x = 3$ m ?

8.2 Le théorème de l'énergie cinétique

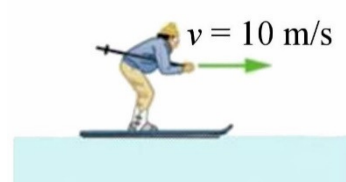
11. Un ballon de soccer de 430 g est lancé vers le haut avec une vitesse de 30 m/s à partir du sol. Déterminer la grandeur de la vitesse du ballon quand il est à une hauteur de 20 m en utilisant le théorème de l'énergie cinétique et en négligeant la force de friction de l'air.

12. Mara, dont la masse est de 25 kg, descend la glissade d'eau montrée sur la figure. Le coefficient de friction cinétique entre Mara et la glissade est de 0,1. En utilisant le théorème de l'énergie cinétique, déterminez la vitesse de Mara quand elle va arriver dans l'eau.



www.physicsforums.com/showthread.php?t=362115

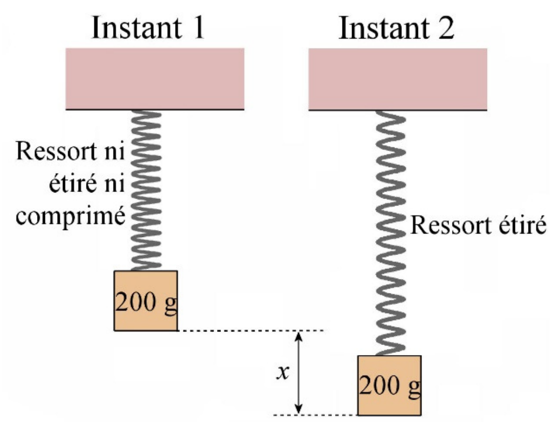
13. La force de friction doit faire un travail de –3000 J pour arrêter complètement un skieur qui glisse sur une surface horizontale avec une vitesse initiale de 10 m/s. Quelle serait la vitesse du skieur si la friction n'avait fait qu'un travail de –1500 J ?



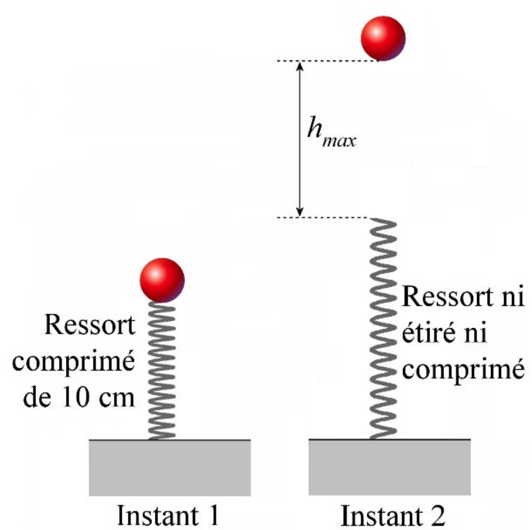
vhcc2.vhcc.edu/ph1fall9/frames_pages/openstax_problems.htm

14. René, dont la masse est de 55 kg, fait un saut en chute libre à partir d'un ballon immobile. 10 secondes après son départ, René a parcouru 300 m et sa vitesse est de 39,4 m/s. Quel est le travail fait par la force de friction pendant ces 10 secondes ?

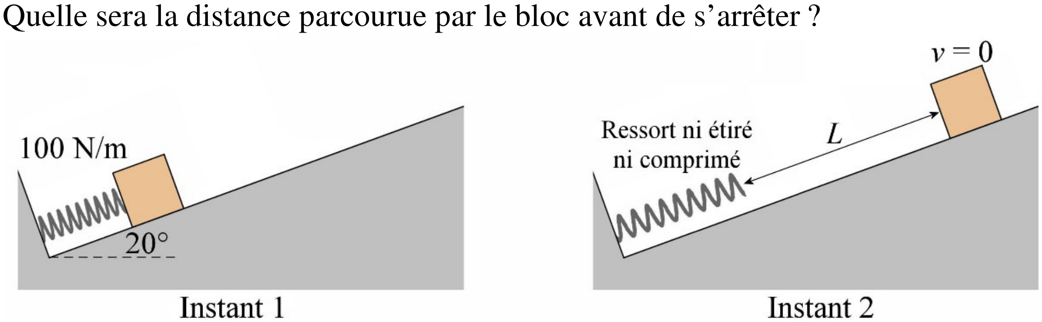
15. On suspend une masse de 200 g à un ressort dont la constante vaut 50 N/m. Initialement, le ressort n'est pas étiré ni comprimé. On laisse alors tomber la masse. Quel sera l'étirement maximum du ressort ?



16. On place une balle de 500 g sur un ressort vertical dont la constante vaut 500 N/m. On comprime le ressort de 10 cm et on laisse partir la balle. Jusqu'à quelle hauteur au-dessus du ressort la balle va-t-elle monter ? (On néglige la friction de l'air.)

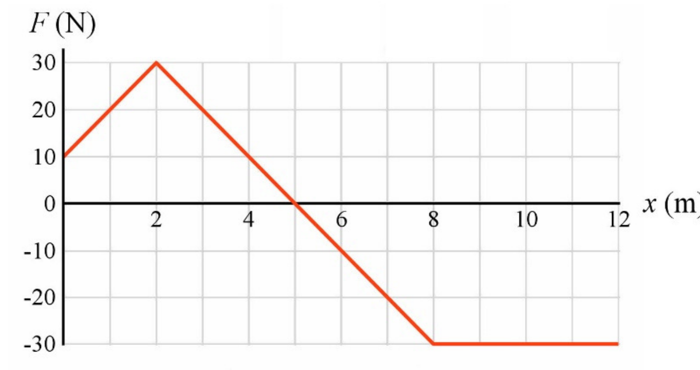


17. On place un bloc de 500 g dans le canon à ressort montré sur la figure. Initialement, le ressort est comprimé de 50 cm. Il n'y a pas de friction entre le bloc et la pente. Quelle sera la distance parcourue par le bloc avant de s'arrêter ?



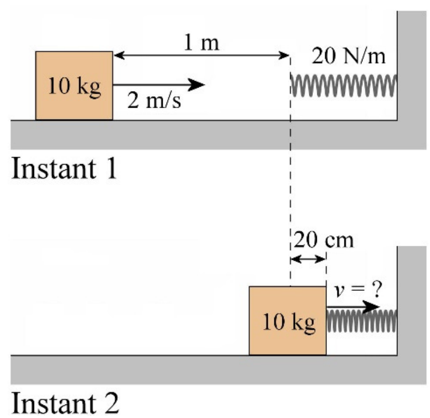
18. Voici le graphique de la force en fonction de la position sur un objet de 5 kg. L'objet a une vitesse de 2 m/s vers les x positifs quand il est à $x = 0$.

a) Quelle sera la vitesse de l'objet à $x = 5$ m ?
b) Quelle sera la vitesse de l'objet à $x = 12$ m ?

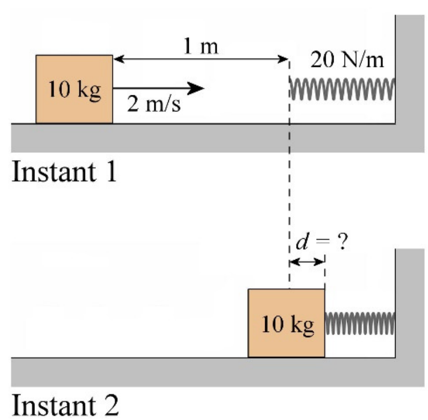


19. Un bloc de 10 kg glisse sur une surface horizontale. Le coefficient de friction entre le bloc et la surface est de 0,1. Quand le bloc est à 1 m d'un ressort ayant une constante de 20 N/m, il a une vitesse de 2 m/s.

a) Quelle sera la vitesse du bloc quand le ressort sera comprimé de 20 cm ?



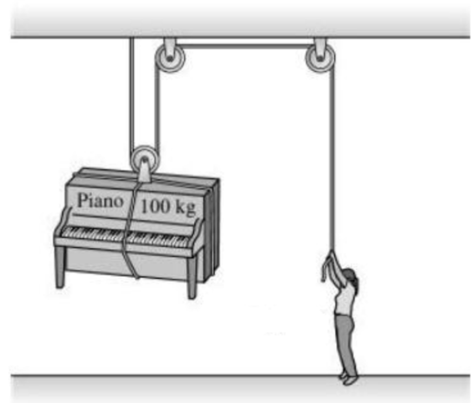
b) Quelle sera la compression maximale du ressort quand l'objet va foncer dans le ressort ?



8.3 La puissance

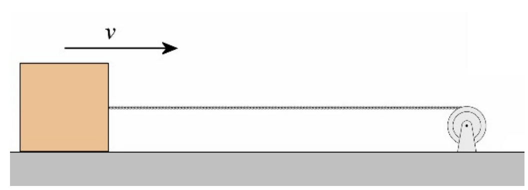
20. Une BMW 335i 2007 roule sur une route horizontale avec une vitesse de 120 km/h. Quelle est la puissance de la voiture (en hp), sachant que la valeur de C_xA est de 0,632 m² pour ce modèle de voiture ? (En supposant qu'il n'y a que la friction de l'air qui s'oppose au mouvement de la voiture et que la masse volumique de l'air est de 1,3 kg/m³.)

21. Laura monte un piano de 2 m en 20 secondes en utilisant le système de poulie montré sur la figure. Quelle est la puissance moyenne de Laura (en hp) ? (Le piano a une vitesse nulle au départ et une vitesse nulle à la fin de ce mouvement.)



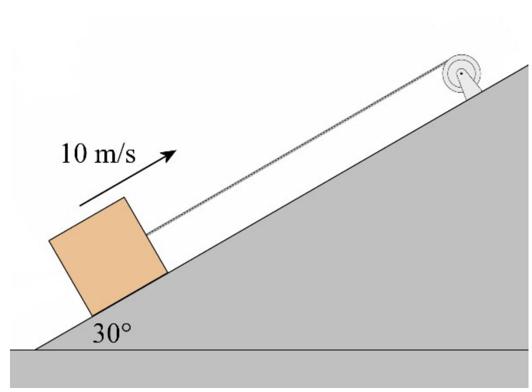
www.chegg.com/homework-help/questions-and-answers/physics-archive-2011-june-07

22. Un treuil tire une caisse de 5 kg initialement au repos et lui donne une vitesse de 20 m/s en 10 secondes. Il n'y a pas de friction entre la caisse et la surface. Combien faudra-t-il de temps pour atteindre une vitesse de 10 m/s si le treuil tire maintenant une caisse de 100 kg initialement au repos et si le treuil a la même puissance moyenne ?



23. Un treuil fait monter une caisse de 50 kg le long d'une pente inclinée de 30° avec une vitesse constante de 10 m/s.

    a) Quelle est la puissance du treuil s'il n'y a pas de friction entre la caisse et la surface ?
    b) Quelle est la puissance du treuil si le coefficient de friction cinétique entre la caisse et la surface est 0,3 ?



24. Une fusée jouet ayant une masse de 30 kg décolle verticalement à partir du sol. Pendant la montée, l'accélération est constante. Au bout de 1 minute, ses moteurs s'arrêtent et la fusée a alors une vitesse de 300 m/s.

a) Quel est le travail fait par les moteurs de la fusée (si on néglige la trainée) ?
b) Quelle est la puissance moyenne des moteurs de la fusée ?

(En réalité, la masse de la fusée diminuerait en perdant du combustible, mais on va faire comme si la masse restait constante.)

25. Un objet de 20 kg subit une force dont la puissance est donnée par

$$P = 12\tfrac{W}{s^2}t^2$$

Initialement, l'objet est au repos. Il s'agit d'un mouvement en une dimension le long de l'axe des x.

a) Quel est le travail fait sur l'objet entre $t = 0$ s et $t = 10$ s ?
b) Quelle est la vitesse de l'objet au bout de 10 s ?
c) Quelle est l'accélération de l'objet à $t = 10$ s ?
d) Quelle est la force sur l'objet à $t = 10$ s
e) Quel est le déplacement de l'objet entre $t = 0$ s et $t = 10$ s ?

Défis

(Questions plus difficiles que les questions qu'il y aura à l'examen.)

26. Un objet de 1 kg initialement au repos est soumis à une force donnée par la formule

$$F = 9N - 1\tfrac{N}{m^2}x^2$$

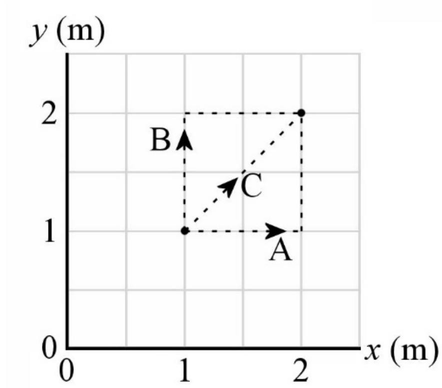
À quel endroit l'objet atteint-il sa vitesse maximale et quelle est cette vitesse maximale ?

27. La force sur un objet pouvant se déplacer en 2 dimensions est donnée par la formule

$$\vec{F} = \left(3\tfrac{N}{m^2}x^2 + 1\tfrac{N}{m}y\right)\vec{i} + \left(2\tfrac{N}{m}y + 1\tfrac{N}{m}x\right)\vec{j}$$

Cet objet se déplace du point (1,1) au point (2.2).

a) Quel est le travail fait sur l'objet s'il suit la trajectoire A ?
b) Quel est le travail fait sur l'objet s'il suit la trajectoire B ?
c) Quel est le travail fait sur l'objet s'il suit la trajectoire C ?



RÉPONSES

8.1 Définition du travail

1. 344,7 J
2. a) -1022,9 J b) -1750 J c) 3522,9 J d) 750 J
3. 4 J
4. a) 117 600 J b) -20 369 J c) 97 231 J
5. 250 J
6. 49,15 J
7. 110 J
8. – 5 J
9. -189,71 J
10. 168 J

8.2 Le théorème de l'énergie cinétique

11. 22,54 m/s
12. 7,527 m/s
13. 7,071 m/s
14. -119 010 J
15. 7,84 cm
16. 41,02 cm
17. 6,959 m
18. a) 6,164 m/s b) l'objet ne peut pas être à $x = 12$ m
19. a) 1,252 m/s b) 63,25 cm

8.3 La puissance

20. 20,4 hp
21. 0,1314 hp
22. 50 s
23. a) 2450 W b) 3723 W
24. a) 3 996 000 J b) 66 600 W
25. a) 4000 J b) 20 m/s c) 3 m/s² d) 60 N e) 80 m

Défis

26. 6 m/s à $x = 3$ m
27. a) 13 J b) 13 J c) 13 J