6 LE MOUVEMENT CIRCULAIRE

Dans un manège tel que celui montré sur la figure, quelle est la période de rotation maximale que doit avoir le manège pour que les personnes ne glissent pas vers le bas de la paroi si le coefficient de friction entre le mur et les personnes est de 0,7 et que le rayon du manège est de 2,5 m ?

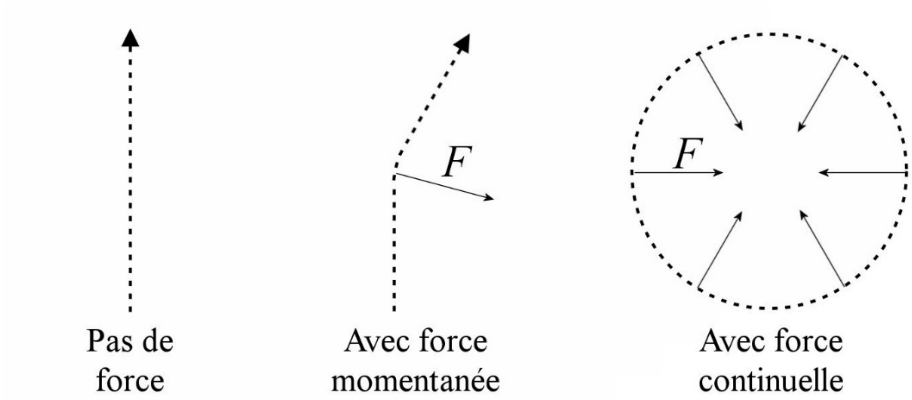
www.retronaut.com/2013/01/rotor-rides/

Découvrez la réponse à cette question dans ce chapitre.

6.1 LA FORCE CENTRIPÈTE

Formule de la force centripète

Comme on l'a vue précédemment, il y a une accélération vers le centre dans un mouvement circulaire uniforme. On peut se convaincre un peu plus de cela si on considère ce problème avec les lois de Newton. S'il n'y a pas de force, l'objet continue en ligne droite (figure de gauche).



Si la trajectoire change, c'est qu'une force fait dévier l'objet. Dans la figure du centre, une force a agi pendant un bref instant vers la droite pour dévier l'objet vers la droite. Dans le mouvement circulaire (à droite), la force fait continuellement dévier l'objet. Cela signifie qu'il y a toujours une force dirigée vers le centre du cercle, ce qui confirme qu'il y a une accélération vers le centre, comme on l'a vue au chapitre 2.

En combinant la deuxième loi de Newton

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

avec le fait que

$$a = \frac{v^2}{r}$$

vers le centre, on arrive à la conclusion suivante.

Le mouvement circulaire uniforme

Dans un mouvement circulaire uniforme, il doit y avoir une force nette dirigée vers le centre du cercle dont la grandeur est $m\frac{v^2}{r}$.

La force nette dirigée vers le centre qui permet de faire le mouvement circulaire est appelée la *force centripète* (Newton inventa le terme *centripète* en 1684). Ce n'est pas un nouveau type de force, c'est simplement un qualificatif qu'on donne aux forces qu'on connait déjà, comme la gravitation, la normale, la tension ou la friction, quand elles permettent de faire un mouvement circulaire.

Christiaan Huygens a découvert la formule de la force centripète en 1659, mais il ne l'a publié qu'en 1673. En fait, Huygens ne pouvait pas donner la formule sous la forme mv^2/r puisqu'il ne connaissait pas $F = ma$ et que le concept de masse n'était pas vraiment utilisé avant Newton. Huygens trouve cette formule en calculant la tension d'une corde qui retient un objet en mouvement circulaire. Il nous dit que la tension augmente avec v^2, qu'elle augmente avec $1/r$ et qu'elle est égale au poids de l'objet si la vitesse de l'objet en rotation est égale à celle que l'objet aurait s'il tombait à partir du repos sur une distance égale à la moitié du rayon de la trajectoire circulaire. C'est compliqué, mais ça revient à notre formule. Vers 1680, Edmond Halley, Christopher Wren et Robert Hooke découvrent que la force est dirigée vers le centre.

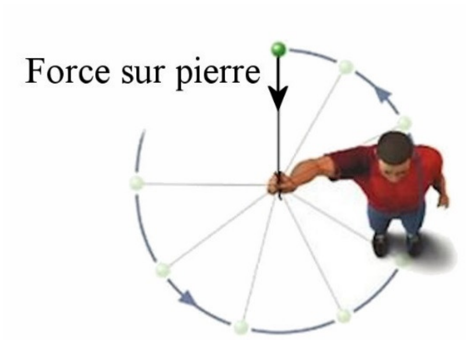
Forces qui font la force centripète

On le répète, la force centripète n'est pas un nouveau type de force, c'est simplement un qualificatif qu'on donne aux forces qu'on connait déjà quand elles permettent de faire un mouvement circulaire. Voyons quelques situations de mouvement circulaire pour voir quelles sont les forces qui font la force centripète dans ces cas.

Objet qui tourne au bout d'une corde

Un objet au bout d'une corde est en rotation à vitesse constante. La force vers le centre est alors faite par la tension de la corde sur la pierre.

C'est la tension de la corde qui est la force centripète ici.

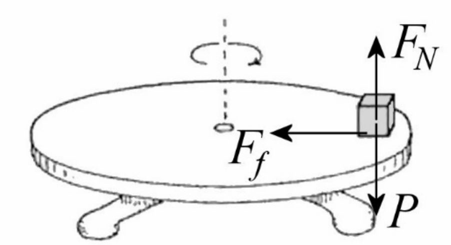


astronomy.nmsu.edu/tharriso/ast105/Ast105week04.html

Objet sur une plaque tournante

Imaginons un objet déposé sur une plaque tournante.

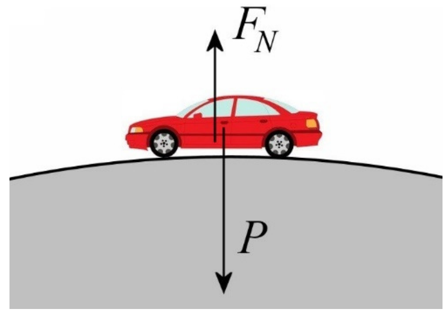
Dans ce cas, la normale et le poids ne peuvent pas être la force centripète puisqu'elles ne sont pas dirigées vers le centre du mouvement circulaire. La seule force pouvant être dirigée vers le centre du cercle est la force de friction. C'est donc la totalité de la force de friction qui est la force centripète ici.



dev.physicslab.org/Document.aspx?doctype=5&filename=Compilations_CPworkbook_CentripetalForce.xml&asid=5679&siteid=%7B9CF1626F-C264-436A-B5DE-DF386F0F2F11%7D

Voiture sur une bosse

Supposons maintenant qu'une voiture passe sur une bosse. Les forces sur la voiture sont montrées sur la figure de droite.



fr.depositphotos.com/2577683/stock-illustration-Car.html

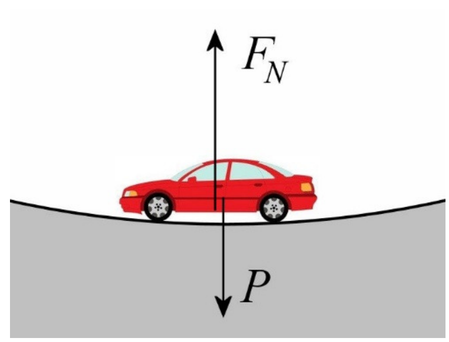
Puisque l'auto fait un mouvement circulaire, la force nette doit être dirigée vers le centre du cercle, donc vers le bas dans la situation montrée sur la figure. Cela signifie que le poids doit être plus grand que la normale pour qu'il y ait une force résultante vers le bas.

$$P > F_N$$

Dans ce cas, la normale annule une partie du poids et il reste une partie du poids pour faire la force vers le bas. Ici, la force centripète est faite par une partie de la force gravitationnelle.

Voiture dans un creux

Supposons maintenant qu'une voiture passe dans un creux. Les forces sur la voiture sont montrées sur la figure de droite.



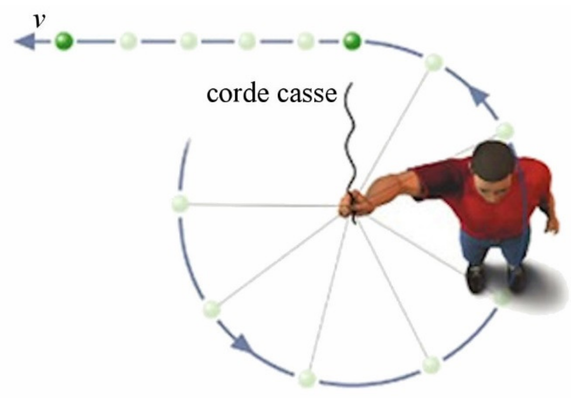
Puisque l'auto fait un mouvement circulaire, la force nette doit être dirigée vers le centre du cercle, donc vers le haut dans la situation montrée sur la figure. Cela signifie que la normale doit être plus grande que le poids pour qu'il y ait une force résultante vers le haut.

$$P < F_N$$

Dans ce cas, la normale annule le poids et il reste une partie de la normale pour faire la force vers le haut. Ici, la force centripète est faite par une partie de la force normale.

Que se passe-t-il si la force centripète disparait ?

Si la force centripète disparait soudainement, alors le mouvement circulaire cesse et l'objet aura une trajectoire en ligne droite puisqu'il n'y a plus de force. Dans le cas illustré sur la figure, la force faite par la corde disparait quand la corde casse. Il ne peut donc plus y avoir de mouvement circulaire puisqu'il n'y a plus de force vers le centre. L'objet continue alors en ligne droite dans la direction de la vitesse que l'objet avait quand la corde a cassé. Comme la vitesse est tangente au cercle durant le mouvement circulaire, cela veut dire que le mouvement en ligne droite obtenu quand la corde casse est tangent au cercle tel qu'illustré sur la figure.



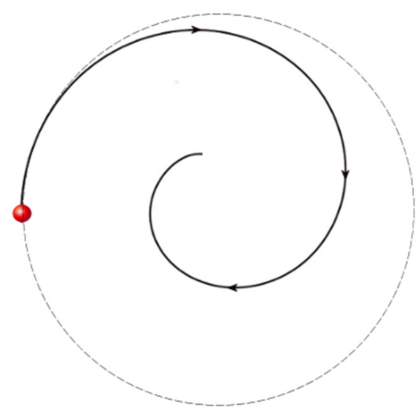
astronomy.nmsu.edu/tharriso/ast105/Ast105week04.html

C'est ce qui se passe dans ce vidéo. La personne dans le manège peut faire un mouvement circulaire parce que la normale exercée par la tige de métal qui sert de dossier est vers le centre. Quand la personne perd contact avec ce tuyau de métal, la force disparait et la personne ne peut plus faire le mouvement circulaire.
https://www.youtube.com/watch?v=bi-YKulwvUs
La personne a alors continué en ligne droite et elle fut projetée au sol.

Une force vers le centre trop grande ou trop petite

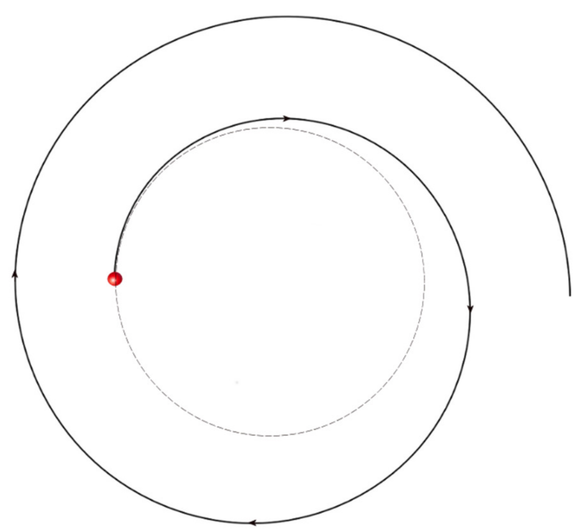
Trop de force vers le centre

Si la somme des forces vers le centre du cercle est plus grande que mv^2/r, alors cette force sera plus grande que la force nécessaire pour avoir un mouvement circulaire avec un rayon constant. Cet excès de force donne une accélération trop grande vers le centre du cercle et l'objet s'approchera alors du centre du cercle. Voici la trajectoire qu'on obtient si la somme des forces est toujours supérieure à mv^2/r.



Pas assez de force vers le centre

Si la somme des forces vers le centre du cercle est plus petite que mv^2/r, alors cette force sera plus petite que la force nécessaire pour avoir un mouvement circulaire avec un rayon constant. Ce manque de force donne une accélération vers le centre du cercle trop petite et l'objet s'éloigne alors du centre du cercle. Voici la trajectoire qu'on obtient si la somme des forces est toujours inférieure à mv^2/r.



Erreur dans un film

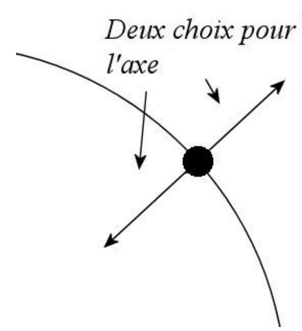
La trajectoire courbe des balles de fusil dans le film *wanted*, recréée ici.
https://www.youtube.com/watch?v=bCCIvXqcaMQ
est donc impossible. Même si on fait tourner le fusil, il n'y aura plus de force centripète sur la balle quand elle va quitter le fusil et elle va aller en ligne droite (en tombant aussi vers le sol à cause de la gravitation). Il est donc impossible que la trajectoire soit courbée comme on peut le voir dans le clip. Certains imaginent qu'il existe une certaine conservation du mouvement de rotation, mais ce n'est pas le cas.

6.2 LES ÉQUATIONS POUR LE MOUVEMENT CIRCULAIRE

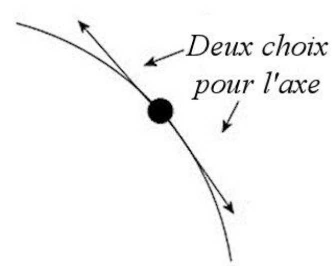
Axes à utiliser pour décrire le mouvement circulaire

La résolution de problème avec des mouvements circulaires (uniforme ou non) est grandement facilitée avec les choix d'axes suivants.

1) Mettre un axe dans la direction radiale (2 possibilités : vers le centre du mouvement circulaire ou dans la direction opposée au centre du mouvement circulaire).



2) Mettre l'autre axe dans la direction tangentielle. (2 possibilités : Dans le sens de la vitesse de l'objet ou dans le sens opposé à la vitesse de l'objet.)



3) Si on a besoin d'un troisième axe, il doit être perpendiculaire à ces deux autres axes.

Ces choix d'axes seront parfaits pour résoudre tous les problèmes de mouvements circulaires, qu'ils soient uniformes ou non.

En fait, c'est la même convention que celle utilisée aux chapitres 4 et 5 : on doit placer un axe dans le sens de la vitesse de l'objet ou dans la direction opposée à la vitesse. Cet axe est l'axe tangent au cercle. Comme l'autre axe doit être perpendiculaire à l'axe dans la direction de la vitesse, il est automatiquement dans la direction radiale.

Équations du mouvement circulaire

Avec des axes orientés ainsi, voici ce qu'on obtient si on applique les lois de Newton avec un mouvement circulaire.

Équations du mouvement circulaire

Direction radiale (vers le centre ou dans la direction opposée au centre)

$$\sum F = ma_c$$

Direction tangentielle (dans la direction de la vitesse ou opposée à la direction de la vitesse)

$$\sum F = ma_t$$

Troisième axe

Dans ce qu'on fera ici, l'accélération est toujours nulle dans la direction de cet axe.

$$\sum F = 0$$

Il y a deux cas importants pour le mouvement circulaire : le mouvement circulaire uniforme (dans lequel la grandeur de la vitesse est constante) et le mouvement circulaire non uniforme.

Accélération dans un mouvement circulaire uniforme

Dans le mouvement circulaire uniforme, deux formules peuvent être utilisées pour l'accélération centripète. Le signe de l'accélération change selon la direction de l'axe. On a donc

$a_c = \frac{v^2}{r}$ *ou* $a_c = \frac{4\pi^2 r}{T^2}$ Si l'axe est vers le centre.

$a_c = -\frac{v^2}{r}$ *ou* $a_c = -\frac{4\pi^2 r}{T^2}$ Si l'axe est dans la direction opposée au centre.

Puisque la grandeur de la vitesse est constante, l'accélération tangentielle est

$$a_t = 0$$

Accélération dans un mouvement circulaire non uniforme

Dans le mouvement circulaire non uniforme, une seule formule peut être utilisée pour l'accélération centripète.

$$a_c = \frac{v^2}{r} \qquad \text{Si l'axe est vers le centre.}$$

$$a_c = -\frac{v^2}{r} \qquad \text{Si l'axe est dans la direction opposée au centre.}$$

Comme la grandeur de la vitesse change, l'accélération tangentielle n'est pas nulle

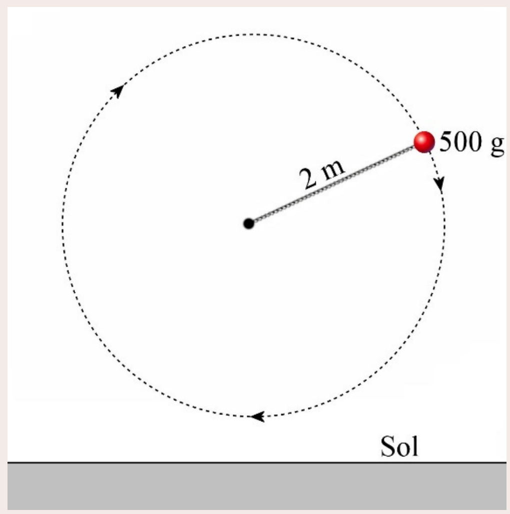
$$a_t \neq 0$$

6.3 LE MOUVEMENT CIRCULAIRE UNIFORME

Appliquons maintenant ces idées à l'étude du mouvement circulaire uniforme.

Exemple 6.3.1

Un objet de 500 g attaché au bout d'une corde de 2 m tourne dans un plan vertical avec une vitesse constante de 10 m/s.

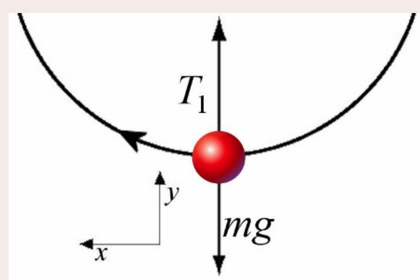


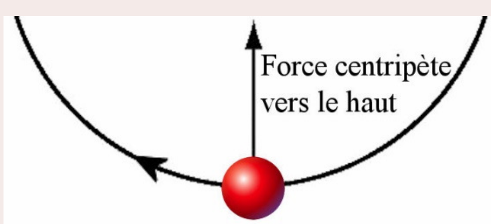
a) Quelle est la tension de la corde quand l'objet est au point le plus bas de la trajectoire ?

Les forces agissant sur l'objet

Au point le plus bas, les forces sur la pierre sont :

1) La gravitation (*mg*) vers le bas.
2) La tension (T_1) vers le haut.





Ici, seule la tension est dans la bonne direction pour faire la force centripète. La tension devra donc annuler la force de gravitation en plus de faire la force centripète.

Somme des forces

On va utiliser un axe (y) qui pointe vers le centre et un autre (x) qui pointe dans la direction de la vitesse de l'objet.

Avec ces axes, la somme des forces est

$$\sum F_x = 0$$
$$\sum F_y = -mg + T_1$$

2^e^ loi de Newton

Avec une accélération centripète vers le haut (puisque le centre du cercle est vers le haut quand la balle est au point le plus bas), la deuxième loi de Newton nous donne

$$\sum F_x = ma_t \qquad \rightarrow \qquad 0 = 0$$
$$\sum F_y = ma_c \qquad \rightarrow \qquad -mg + T_1 = m\frac{v^2}{r}$$

Solution des équations

Avec la deuxième équation, on trouve la tension

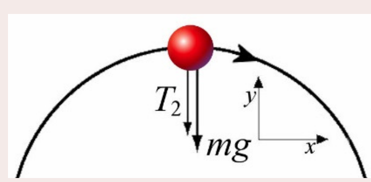
$$\begin{aligned} T_1 &= m\frac{v^2}{r} + mg \\ &= 0,5kg \cdot \frac{\left(10\frac{m}{s}\right)^2}{2m} + 0,5kg \cdot 9,8\tfrac{N}{kg} \\ &= 25N + 4,9N \\ &= 29,9N \end{aligned}$$

Il y a donc 4,9 N de tension pour éliminer la force de gravitation et 25 N pour faire la force centripète, pour une tension totale de 29,9 N.

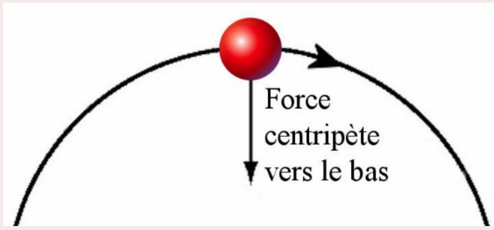
b) Quelle est la tension de la corde quand l'objet est au point le plus haut de la trajectoire ?

Les forces agissant sur l'objet

Au point le plus haut, les forces sur la pierre sont :



1) La gravitation (mg) vers le bas.
2) La tension (T_2) vers le bas.



Dans ce cas, la tension et la gravitation sont dans le bon sens pour faire la force centripète. La tension devra donc simplement ajouter ce qui manque à la gravitation pour faire la force centripète.

Somme des forces

On va utiliser un axe (*y*) qui pointe dans la direction opposée au centre et un autre (*x*) qui pointe dans la direction de la vitesse de l'objet.

Avec ces axes, la somme des forces est

$$\sum F_x = 0$$
$$\sum F_y = -mg - T_2$$

2e loi de Newton

Avec une accélération centripète vers le bas (puisque le centre du cercle est vers le bas), la deuxième loi de Newton nous donne

$$\sum F_x = ma_t \qquad \rightarrow \qquad 0 = 0$$
$$\sum F_y = ma_c \qquad \rightarrow \qquad -mg - T_2 = -m\frac{v^2}{r}$$

On a un signe négatif devant mv^2/r, car la force centripète est vers le centre du cercle, qui est vers le bas quand l'objet est au point le plus haut, alors que notre axe est vers le haut.

Solution des équations

Avec la deuxième équation, on trouve la tension

$$\begin{aligned} T_2 &= m\frac{v^2}{r} - mg \\ &= 0,5kg \cdot \frac{\left(10\frac{m}{s}\right)^2}{2m} - 0,5kg \cdot 9,8\tfrac{N}{kg} \\ &= 25N - 4,9N \\ &= 20,1N \end{aligned}$$

Il y a déjà 4,9 N de gravitation dans la bonne direction. La tension fait donc ce qui manque (20,1 N) pour arriver à la force centripète nécessaire pour ce mouvement qui est de 25 N.

Deux remarques sur l'exemple précédent.

1) Si la corde devait casser dans un tel mouvement, elle casserait au point le plus bas, car à ce point elle doit compenser pour la force de gravité et faire la force centripète et c'est donc à cet endroit que la tension est la plus grande.

2) Si l'objet allait moins vite, par exemple 2 m/s, alors il y aurait un problème au point le plus haut puisque le calcul précédent nous donnerait une tension de -3,9 N. La tension ne pouvant être négative (cela voudrait dire que la corde pousse), cette situation est impossible. La force de gravité est de 4,9 N et il ne faudrait que 1 N de force centripète. Comme il n'y a rien pour annuler le poids, il y aurait un surplus de force centripète et la masse se rapprocherait du centre du cercle et la corde ne serait plus tendue.

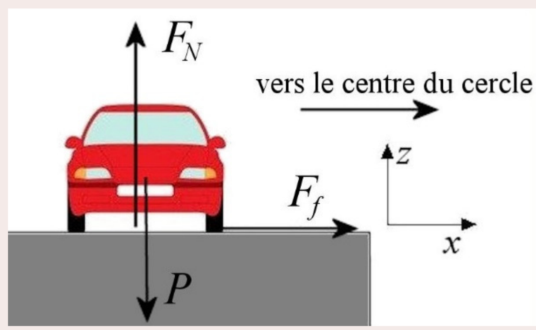
Exemple 6.3.2

À quelle vitesse maximale une voiture de 1000 kg peut-elle prendre un virage ayant un rayon de courbure de 10 m si le coefficient de friction statique entre les pneus et la route est de 0,8 ?

<u>*Les forces agissant sur l'objet*</u>

Il y a 3 forces sur la voiture.

1) Le poids (P) vers le bas.
2) La normale (F_N) vers le haut.
3) La friction statique (F_f) parallèle au sol.



fr.depositphotos.com/2577683/stock-illustration-Car.html

(C'est de la friction statique, car les pneus ne glissent pas sur l'asphalte.) Seule la force de friction est dans la bonne direction pour jouer le rôle de force centripète. La force centripète est donc faite ici par la force de friction statique.

www.physicsclassroom.com/class/circles/u6l1c.cfm

<u>*Somme des forces*</u>

On va utiliser les axes suivants : un axe (x) vers le centre du mouvement circulaire, un axe (y) dans le sens du mouvement de la voiture (en sortant de la page sur la figure) et un troisième axe (z) vers le haut.

La somme des forces est donc

$$\sum F_x = F_f$$
$$\sum F_y = 0$$
$$\sum F_z = -mg + F_N$$

2e loi de Newton

Avec une accélération centripète vers la droite (puisque le centre du cercle est vers la droite), la deuxième loi de Newton nous donne

$$\sum F_x = ma_c \qquad \rightarrow \qquad F_f = m\frac{v^2}{r}$$
$$\sum F_y = ma_t \qquad \rightarrow \qquad 0 = 0$$
$$\sum F_z = 0 \qquad \rightarrow \qquad -mg + F_N = 0$$

Solutions des équations

Avec de la friction statique, on doit trouver F_f et F_N pour ensuite remplacer dans l'équation $F_f \leq \mu_s F_N$.

La première équation nous donne directement la force de friction.

$$F_f = m\frac{v^2}{r}$$

La troisième équation nous permet de trouver la normale.

$$F_N = mg$$

En remplaçant dans $F_f \leq \mu_s F_N$, on a

$$F_f \leq \mu_s F_N$$
$$m\frac{v^2}{r} \leq \mu_s mg$$
$$v \leq \sqrt{\mu_s rg}$$

La vitesse maximale est donc de

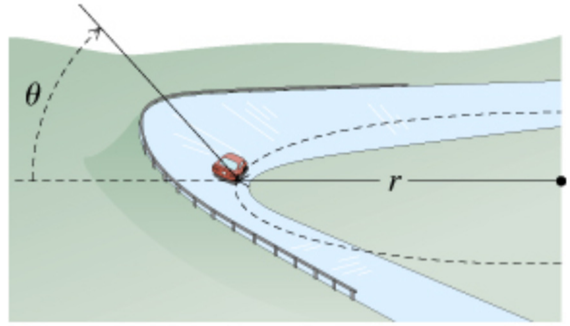
$$v_{\max} = \sqrt{\mu_s rg}$$

On voit que cette vitesse ne dépend pas de la masse de la voiture.

Avec les valeurs données ici, on arrive à

$$\begin{aligned} v_{\max} &= \sqrt{0{,}8 \cdot 10m \cdot 9{,}8\tfrac{N}{kg}} \\ &= 8{,}854\tfrac{m}{s} \\ &= 31{,}9\tfrac{km}{h} \end{aligned}$$

On va voir qu'on peut augmenter cette vitesse en inclinant la route, tel qu'illustré sur la figure.



www.masteringphysicssolutions.net/mastering-physics-solutions-banked-frictionless-curve-and-flat-curve-with-friction/

Voyons pourquoi la vitesse augmente avec un exemple.

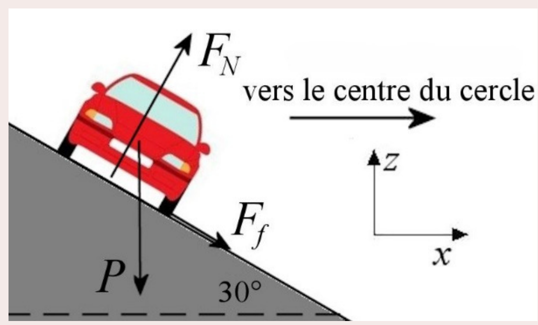
Exemple 6.3.3

À quelle vitesse maximale une voiture de 1000 kg peut-elle prendre un virage ayant un rayon de courbure de 10 m si le coefficient de friction statique entre les pneus et la route est de 0,8 et que la route est inclinée de 30° ?

Les forces agissant sur l'objet

Il y a encore 3 forces sur la voiture.

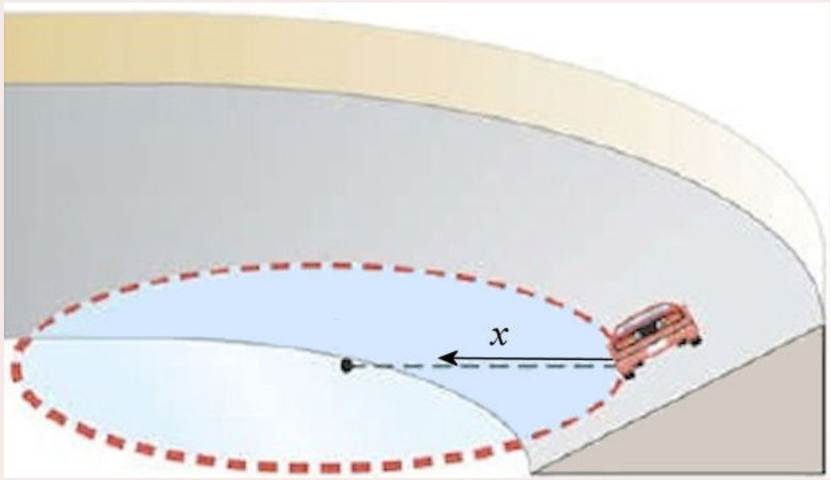
1) Le poids (P) vers le bas.
2) La normale (F_N) perpendiculaire à la route.
3) La friction (F_f) parallèle à la route.



Le poids n'est toujours pas dans la bonne direction pour faire la force centripète, mais la normale a maintenant une composante horizontale qui peut contribuer à la force centripète. Par contre, la force de friction n'est plus uniquement dans la direction horizontale. Il n'y a plus que la composante horizontale de la friction qui contribue à la force centripète. La force centripète est donc faite ici par une composante de la normale et une composante de la friction.

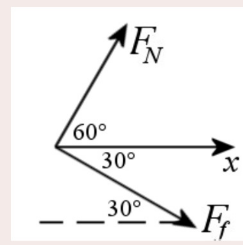
Somme des forces

On va utiliser les axes suivants : un axe (x) vers le centre du mouvement circulaire, un axe (y) dans le sens du mouvement de la voiture (en sortant de la page sur la figure) et un troisième axe (z) vers le haut. L'axe des x reste horizontal parce que c'est dans cette direction qu'est le centre du mouvement circulaire.



www.slideshare.net/cscottthomas/ch-5-circular-motion-online

Les angles entre l'axe des *x* positifs et la normale et la force de friction sont indiqués sur la figure.



Le tableau des forces est donc

Forces	***x***	***z***
Poids	0	$-mg$
Normale	$F_N \cos 60°$	$F_N \sin 60°$
Friction	$F_f \cos(-30°)$	$F_f \sin(-30°)$

Les sommes des forces sont donc

$$\sum F_x = F_N \cos 60° + F_f \cos(-30°)$$
$$\sum F_y = 0$$
$$\sum F_z = -mg + F_N \sin 60° + F_f \sin(-30°)$$

<u>*2^e^ loi de Newton*</u>

Avec une accélération centripète vers la droite (puisque le centre du cercle est vers la droite), la deuxième loi de Newton nous donne

$$\sum F_x = ma_c \qquad \rightarrow \qquad F_N \cos 60° + F_f \cos(-30°) = m\frac{v^2}{r}$$
$$\sum F_y = ma_t \qquad \rightarrow \qquad 0 = 0$$
$$\sum F_z = 0 \qquad \rightarrow \qquad -mg + F_N \sin 60° + F_f \sin(-30°) = 0$$

Solutions des équations

Normalement, on trouverait F_f et F_N pour ensuite remplacer dans $F_f \leq \mu_s F_N$. Toutefois, ces 2 variables ne sont pas faciles à isoler ici et on va donc utiliser une autre méthode.

Comme on veut la vitesse maximale, on va mettre le maximum de force vers le centre, c'est-à-dire quand la friction sera à son maximum $F_{fmax} = \mu_s F_N$. On a alors

$$F_N \cos 60° + \mu_s F_N \cos(-30°) = m \frac{v_{\max}^2}{r}$$
$$-mg + F_N \sin 60° + \mu_s F_N \sin(-30°) = 0$$

On peut trouver la normale avec la deuxième équation

$$-mg + F_N \left(\sin 60° + \mu_s \sin(-30°)\right) = 0$$
$$F_N = \frac{mg}{\sin 60° + \mu_s \sin(-30°)}$$
$$F_N = 2{,}1458 \cdot mg$$
$$F_N = 21\,028 N$$

En remplaçant dans l'équation de la somme des forces en *x*, on obtient

$$2{,}1458 \cdot \cancel{m}g \cdot \cos 60° + \mu_s \cdot 2{,}1458 \cdot \cancel{m}g \cdot \cos(-30°) = \cancel{m} \frac{v_{\max}^2}{r}$$
$$v_{\max}^2 = 2{,}1458 \cdot rg \left(\cos 60° + \mu_s \cos(-30°)\right)$$
$$v_{\max}^2 = 2{,}1458 \cdot 10m \cdot 9{,}8 \tfrac{N}{kg} \cdot \left(\cos 60° + 0{,}8 \cdot \cos(-30°)\right)$$
$$v_{\max} = 15{,}84 \tfrac{m}{s} = 57 \tfrac{km}{h}$$

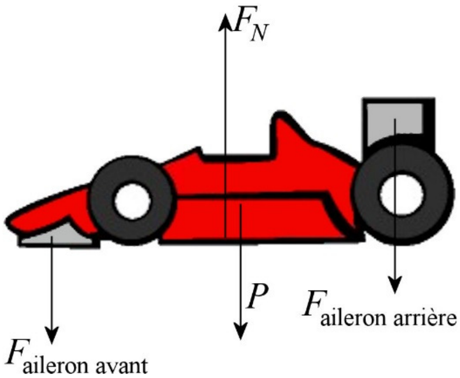
On voit que la masse de l'auto n'a aucune importance puisqu'elle n'apparait plus dans l'équation de la vitesse maximale. On remarque également que la vitesse maximale a augmenté par rapport à ce qu'elle était dans l'exemple précédent. Une partie de la normale agit maintenant comme force centripète sur la route inclinée ce qui nous permet donc d'aller plus vite dans le virage sans glisser.

Il est même possible de prendre un virage incliné de la sorte sans qu'il soit nécessaire qu'il y ait de la friction. Dans ce cas, seule la composante horizontale de la normale fait la force centripète. Toutefois, comme la composante de la normale a une valeur très précise, il faut que la voiture ait exactement la bonne vitesse pour prendre un tel virage sans que la force de friction entre en jeu.

On peut incliner davantage la route, ce qui permettra de prendre des virages très serrés. En poussant un peu loin, on obtient la situation montrée dans ce vidéo.
https://www.youtube.com/watch?v=ury7J6bK7bc

Comme la paroi est maintenant pratiquement verticale, c'est presque exclusivement la normale qui fait la force centripète. Quant à la friction, c'est elle qui empêche l'auto de glisser vers le bas de la paroi.

Incliner la route n'est pas la seule option pour augmenter la vitesse maximale d'une voiture dans un virage. Les formules 1 peuvent prendre des virages non inclinés à des vitesses bien supérieures à celle qu'on a trouvée à l'exemple 6.2.2 ($v_{max} = \sqrt{\mu_s rg}$). Pour y arriver, on augmente la normale entre la voiture et le sol en utilisant des ailerons. Quand l'air frappe sur les ailerons, elle exerce une force qui a une composante vers le bas assez importante. On a alors



www.123rf.com/photo_11141455_silhouette-drawing-of-f1-racing-car-cockpit-view.html

$$\sum F_y = F_N - P - F_{ailerons} = 0$$
$$F_N = P + F_{ailerons}$$

On voit donc que la normale est plus grande avec les ailerons. En fait, à de grandes vitesses, la force faite par les ailerons est beaucoup plus grande que le poids et la normale est grandement augmentée. Cette augmentation de la normale fait donc augmenter beaucoup la force de friction statique maximale ($\mu_s F_N$), ce qui permet de prendre des virages à des vitesses beaucoup plus grandes, car on peut avoir beaucoup plus de force centripète (puisque dans un virage non incliné, c'est la friction statique qui fait la force centripète). S'il y a un bris d'ailerons, on perd cette augmentation de la normale et on ne peut plus prendre les virages aussi rapidement.

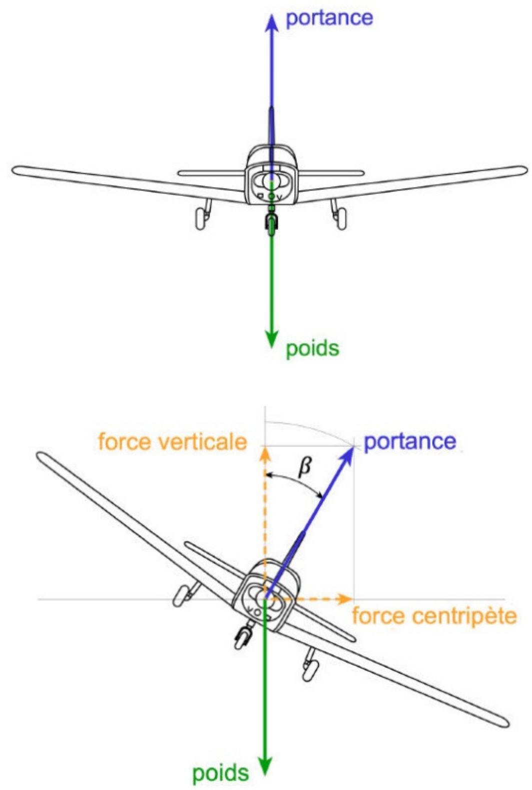
https://www.youtube.com/watch?v=jhwPSAI-dOo

Quand l'aileron arrière se brise, la normale sur les roues arrière diminue soudainement, ce qui entraine une diminution soudaine de la force de friction et donc de la force centripète. Il y a alors un manque de force centripète sur les roues arrière qui ne peuvent plus prendre ce virage aussi rapidement. L'arrière de la voiture déporte donc vers l'extérieur du virage, entrainant l'accident.

La friction de l'air exerce cependant une force sur les ailerons qui s'oppose au mouvement de la formule 1. Le coefficient de trainée des formules 1 est très grand principalement à cause des ailerons. Cette force de trainée est évidemment nuisible à une voiture de course, mais en fin de compte, il y a plus d'avantages à avoir des ailerons. On va un peu moins vite dans les lignes droites, mais on peut aller tellement plus vite dans les virages qu'on peut faire le tour de la piste beaucoup plus rapidement avec des ailerons.

Les forces exercées par les ailerons sont tellement grandes à hautes vitesses qu'une formule 1 pourrait rouler au plafond (à une vitesse supérieure à environ 160 km/h) sans tomber puisque la force des ailerons poussant le véhicule vers le plafond serait plus grande que le poids.

Examinons maintenant comment tourne un avion. Pour qu'un avion puisse tourner, il doit y avoir une force vers le centre du mouvement circulaire, donc vers la gauche ou vers la droite. Le problème, c'est qu'il n'y a pas de force dans cette direction sur un avion. La portance (force faite par l'air sur les ailes) est vers le haut, le poids est vers le bas, la trainée est vers l'arrière de l'avion et la poussée des moteurs est vers l'avant. Il n'y a pas de force vers la droite ou vers la gauche ! Pour une voiture, on pouvait avoir la friction. Pour un avion, il ne peut pas y avoir de friction puisque l'avion ne touche pas au sol.



www.aerodrome-ecuvillens.ch/pilote%20guide/vol_virage.pdf

Il n'y a qu'une seule force qui peut être utilisée comme force centripète, c'est la portance. Si on incline l'avion, la portance va aussi s'incliner.

La portance a maintenant une composante horizontale. C'est cette composante qui va jouer le rôle de force centripète.

Exemple 6.3.4

Un Cessna se déplaçant à 144 km/h doit faire un tour complet en 2 minutes.

a) Quel est le rayon du virage ?

La circonférence du cercle est

$$\ell = 2\pi r$$

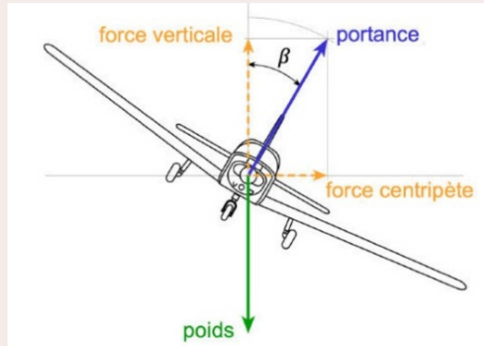
Comme l'avion se déplace à 40 m/s pendant deux minutes, la longueur du virage est aussi

$$\begin{aligned}\ell &= vt\\ &= 40\tfrac{m}{s}\cdot 120s\\ &= 4800m\end{aligned}$$

On a donc

$$\begin{aligned}4800m &= 2\pi r\\ r &= 763{,}9m\end{aligned}$$

b) De combien doit-on incliner l'avion pour faire ce virage (β sur la figure) ?



Les forces agissant sur l'objet

Il y a 2 forces sur l'avion.

1) Le poids (mg) vers le bas.
2) La portance (F_L) incliné de l'angle β.

Somme des forces

On va utiliser les axes suivants : un axe (x) vers le centre du mouvement circulaire, un axe (y) dans le sens du mouvement de l'avion (en sortant de la page sur la figure) et un troisième axe (z) vers le haut.

La somme des forces est donc

$$\begin{aligned}\sum F_x &= F_L \cos(90° - \beta)\\ \sum F_y &= 0\\ \sum F_z &= -mg + F_L \sin(90° - \beta)\end{aligned}$$

2^e^ loi de Newton

Avec une accélération centripète vers la droite (puisque le centre du cercle est vers la droite), la deuxième loi de Newton nous donne

$$\begin{aligned}\sum F_x &= ma_c &\rightarrow\quad& F_L \cos(90° - \beta) = m\frac{v^2}{r}\\ \sum F_y &= ma_t &\rightarrow\quad& 0 = 0\\ \sum F_z &= 0 &\rightarrow\quad& -mg + F_L \sin(90° - \beta) = 0\end{aligned}$$

Solutions des équations

Si on isole la portance dans la 3^e^ équation, on a

$$F_L = \frac{mg}{\sin(90° - \beta)}$$

On remplace ensuite dans la première équation pour arriver à

$$F_L \cos(90° - \beta) = \frac{mv^2}{r}$$

$$\frac{mg}{\sin(90°-\beta)}\cos(90°-\beta)=\frac{mv^2}{r}$$

$$\frac{g}{\tan(90°-\beta)}=\frac{v^2}{r}$$

On a donc

$$\frac{9,8\frac{N}{kg}}{\tan(90°-\beta)}=\frac{\left(40\frac{m}{s}\right)^2}{763,9m}$$

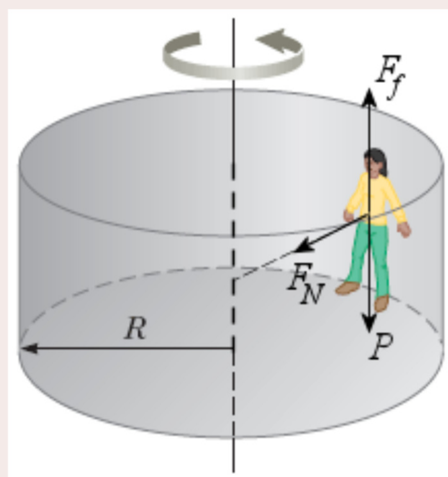
$$\tan(90°-\beta)=4,679$$

$$90°-\beta=77,94°$$

$$\beta=12,06°$$

Exemple 6.3.5

Dans un manège tel que celui-ci https://www.youtube.com/watch?v=2Sd9a0CSeiw (vous verrez à 1:10 qu'on baisse le plancher et que les gens restent collés au mur), quelle est la période de rotation maximale que doit avoir le manège pour que les personnes ne glissent pas vers le bas de la paroi si le coefficient de friction entre le mur et les personnes est de 0,7 et que le rayon du manège est de 2,5 m ?



Les forces agissant sur l'objet

Il y a 3 forces sur la personne en rotation.

1) Le poids (P) vers le bas.
2) La normale (F_N) pointant vers le centre du mouvement circulaire.
3) La friction (F_f) vers le haut.

www.chegg.com/homework-help/questions-and-answers/advanced-physics-archive-2012-november-12

Sommes des forces

On va utiliser les axes suivants : un axe (x) vers le centre du mouvement circulaire, un axe (y) dans le sens du mouvement de la personne et un troisième axe (z) vers le haut.

Les sommes des forces sont donc

$$\sum F_x = F_N \qquad \sum F_y = 0 \qquad \sum F_z = -mg + F_f$$

2^e loi de Newton

Avec une accélération centripète vers les x positifs, la 2e loi de Newton donne les équations suivantes.

$$\begin{aligned}
\sum F_x &= ma_c && \rightarrow && F_N = m\frac{4\pi^2 r}{T^2} \\
\sum F_y &= ma_t && \rightarrow && 0 = 0 \\
\sum F_z &= 0 && \rightarrow && -mg + F_f = 0
\end{aligned}$$

Comme on ne cherche pas la vitesse, mais la période de rotation, on utilise la formule de la force centripète avec la période de rotation.

Solution des équations

On trouve F_f avec la 3e équation.

$$F_f = mg$$

On trouve F_N avec la 1re équation.

$$F_N = m\frac{4\pi^2 r}{T^2}$$

Ensuite, on remplace dans $F_f \leq \mu_s F_N$.

$$\begin{aligned}
F_f &\leq \mu_s F_N \\
mg &\leq \mu_s m\frac{4\pi^2 r}{T^2} \\
g &\leq \mu_s \frac{4\pi^2 r}{T^2} \\
T &\leq \sqrt{\frac{4\pi^2 r\mu_s}{g}}
\end{aligned}$$

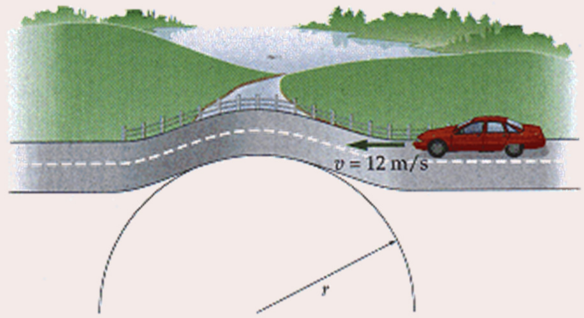
La période de rotation maximale est donc

$$\begin{aligned}
T_{\max} &= \sqrt{\frac{4\pi^2 \cdot 2,5m \cdot 0,7}{9,8\frac{N}{kg}}} \\
&= 2,655s
\end{aligned}$$

On peut également déterminer si un objet perd contact avec un autre pendant un mouvement circulaire. Pour y arriver, il faut déterminer la normale entre les deux objets en contact en supposant qu'ils sont en contact. Si on obtient une valeur négative de la normale, alors cela signifie que cette situation est impossible et que les objets ne sont donc pas en contact.

Exemple 6.3.6

Une voiture allant à 12 m/s passe sur une bosse ayant un rayon de 5 m tel qu'illustré sur la figure.

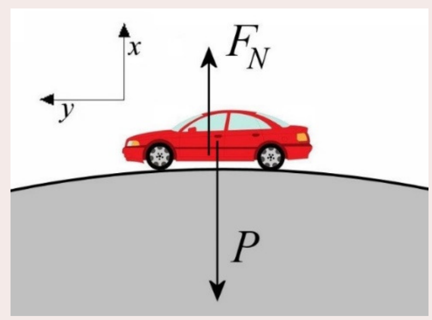


a) La voiture est-elle en contact avec la route au sommet de la bosse ?

www.chegg.com/homework-help/questions-and-answers/physics-archive-2011-september-22

Les forces agissant sur l'objet

Supposons que la voiture est en contact avec la route au sommet de la bosse. Il y a alors 2 forces sur la voiture.



1) Le poids (P) vers le bas.
2) La normale (F_N) vers le haut.

Sommes des forces

On va utiliser les axes suivants : un axe (x) dans la direction opposée au centre du mouvement circulaire et un axe (y) dans le sens du mouvement de la voiture.

La somme des forces en x est

$$\sum F_x = -mg + F_N$$

2e loi de Newton

Avec une accélération centripète dirigée vers le bas, la 2e loi de Newton donne l'équation suivante.

$$\sum F_x = ma_c \qquad \rightarrow \qquad -mg + F_N = -m\frac{v^2}{r}$$

mv^2/r est négatif, car la direction de la force centripète est vers le bas puisque le centre du cercle est vers le bas.

Solution des équations

On peut maintenant répondre aux 2 questions. Vérifions premièrement si la voiture reste en contact avec la route. Pour le savoir, on trouve la normale.

$$F_N = mg - m\frac{v^2}{r}$$

$$= m\left(g - \frac{v^2}{r}\right)$$
$$= m\left(9{,}8\tfrac{N}{kg} - \frac{\left(12\tfrac{m}{s}\right)^2}{5m}\right)$$
$$= m\left(-19\tfrac{N}{kg}\right)$$

On constate que, peu importe la valeur de la masse, la normale est négative, ce qui est impossible. Cela signifie que notre supposition que la voiture est en contact avec la route n'est pas possible. La voiture n'est donc pas en contact avec la route.

En fait ici, seule la force de gravitation était dans la bonne direction pour faire la force centripète. Or, cette force de gravitation n'est pas suffisante pour faire la force centripète et il y a donc un manque de force centripète et la voiture s'éloigne du centre du cercle, ce qui lui fait quitter la route.

b) Quelle est la vitesse maximale que peut avoir une voiture pour qu'elle ne quitte pas la route en passant sur cette bosse ?

Calculons maintenant la vitesse maximale pour rester en contact. La voiture est en contact avec la route si la normale est positive.

Si la normale est positive, alors cela signifie que

$$F_N = m\left(g - \frac{v^2}{r}\right) > 0$$
$$g > \frac{v^2}{r}$$
$$v < \sqrt{rg}$$
$$v < \sqrt{5m \cdot 9{,}8\tfrac{N}{kg}}$$
$$v < 7\tfrac{m}{s}$$

La vitesse maximale est donc 7 m/s.

6.4 LA FORCE CENTRIFUGE N'EXISTE PAS

Erreur fréquente : Penser que dans un mouvement circulaire, il y a une force centrifuge vers l'extérieur.

On entend souvent parler de force centrifuge dans le mouvement circulaire. Si une personne sur un manège qui tourne rapidement ne se tient plus, elle est éjectée du manège et elle dira bien souvent que c'est la force centrifuge qui l'a éjectée. C'est faux. C'est en fait le manque de force centripète qui provoque l'éjection. L'utilisation du concept de force centrifuge est à l'origine de bien des erreurs de physique.

Un manque de force centripète

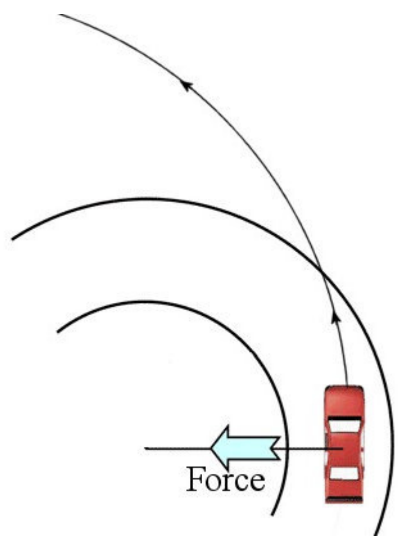
Prenons la situation montrée dans cette petite animation pour illustrer notre propos.
https://www.youtube.com/watch?v=1_UBPOiNHj8
Il y a un objet sur un charriot et il n'y a pas de friction entre l'objet et le charriot. Quand le charriot se met à tourner, le petit objet ne peut pas suivre cette rotation puisqu'aucune force ne peut faire de force centripète. Il n'y a que le poids et la normale qui agissent sur le petit objet, et aucune n'est dans la bonne direction pour dévier la trajectoire pour permettre à l'objet de tourner et de suivre le charriot. Sans force, le petit objet continue en ligne droite pendant que le charriot tourne. Résultat : le petit objet tombe en bas du charriot. Ce n'est pas la force centrifuge qui a poussé l'objet vers l'extérieur du virage, c'est l'absence de force centripète qui a fait que l'objet n'a pas pu suivre le mouvement de rotation de charriot, amenant ainsi l'objet à tomber.

Si vous tentez de prendre un virage avec trop de vitesse, il se peut que vous quittiez la route en tombant dans le ravin à l'extérieur du virage. Ce n'est pas la force centrifuge qui vous pousse dans le ravin, c'est le manque de force centripète. Dans un virage, la voiture dévie à cause de la force de friction entre les pneus et la route qui joue le rôle de force centripète. Comme il y a un maximum à cette force de friction, il y a un maximum à la force centripète. Si la voiture va trop vite dans ce virage, il peut donc arriver que la force de friction soit plus petite que la force centripète nécessaire pour suivre la route.

www.physicsclassroom.com/class/circles/u6l1c.cfm

S'il y a un manque de force centripète, la friction fait dévier la trajectoire de l'automobile, mais pas assez pour suivre la courbure de la route. La voiture fait donc faire un mouvement de rotation, mais avec un rayon de courbure plus grand que celui de la route, ce qui amène la voiture à tomber dans le ravin du côté extérieur de la route. Ce n'est pas la force centrifuge qui a poussé la voiture là, elle se ramasse là parce qu'il manque de force centripète.

C'est ce qui est arrivé à ces voitures.
https://www.youtube.com/watch?v=Cj8iaI_TNXw
https://www.youtube.com/watch?v=Dn7_bph2lhU

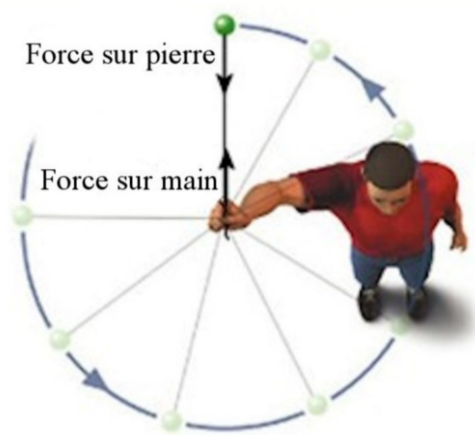


stockcarscience.com/scienceTopics/scsRacing_CentrifugalForce.php

Examinons les personnes dans ce video, plus spécialement la personne qui a des pantalons rouges.
https://www.youtube.com/watch?v=hW57tLMcqt4
La normale faite par le dossier du banc fait la force centripète. Toutefois, examinons les forces sur le haut du corps de la personne. Au départ, ce sont les muscles de la personne qui font la force vers le centre sur le haut de son corps qui permet de faire le mouvement circulaire. Quand la vitesse de rotation devient trop grande, les muscles ne suffisent plus et il y a alors un manque de force centripète. Le torse de la personne ne peut plus suivre le mouvement circulaire et s'éloigne alors de l'axe de rotation. Quand le torse devient horizontal, la normale faite par le dossier qui faisait la force centripète change de direction. Elle est vers le haut et elle ne peut donc plus agir comme force centripète. Il n'y a alors plus de force centripète et la personne ne peut plus suivre le mouvement circulaire. Il part donc en ligne droite.

Il peut y avoir des forces vers l'extérieur

Quand une pierre tourne au bout d'une corde et qu'on tient la corde, on pourrait penser qu'il y a une force centrifuge, car on sent que la corde tire sur notre main vers l'extérieur du cercle. C'est bien vrai, mais examinez bien les forces faites par la corde à chaque bout. Elle tire sur la pierre vers l'intérieur du cercle. C'est la force centripète nécessaire pour que la pierre fasse son mouvement circulaire. La corde tire aussi, avec la même force, à l'autre bout de la corde. Elle tire donc sur notre main vers l'extérieur du cercle. Ce n'est pas cette force sur notre main qui nous intéresse dans le mouvement circulaire puisque notre main ne fait pas le mouvement circulaire. Ce qui nous intéresse, c'est la force sur l'objet qui fait le mouvement circulaire, c'est-à-dire la pierre, et celle-ci est bien vers l'intérieur du cercle.



astronomy.nmsu.edu/tharriso/ast105/Ast105week04.html

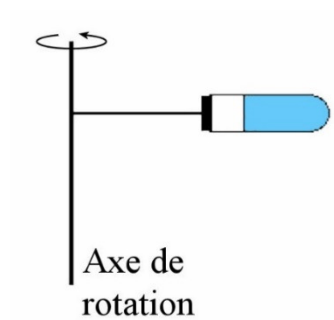
Même Huygens a parlé de force centrifuge et non pas de force centripète. C'est que Huygens cherchait la force que l'objet en rotation fait sur la corde. Comme la corde tire sur l'objet vers le centre, l'objet tire sur la corde vers l'extérieur. La force trouvée par Huygens est donc bel et bien vers l'extérieur.

Dans une voiture qui tourne, il semble y avoir des forces vers l'extérieur. Supposons que vous êtes sur le siège du passager, que vous n'êtes pas attaché et que le siège est très glissant. Si la voiture tourne vers la gauche, vous glissez alors vers l'extérieur du virage jusqu'à ce que vous soyez accoté sur la porte. Il en est ainsi parce qu'il n'y a pas de force centripète sur vous et vous continuez votre mouvement en ligne droite alors que la voiture tourne. Si vous continuez en ligne droite et que la voiture tourne, vous allez entrer en contact avec la porte. Avec ce contact, il va maintenant y avoir une normale qui pourra servir de force centripète et vous permettre de tourner avec la voiture. La force de contact étant toujours une force de répulsion, la force que la porte fait sur vous est bel et bien vers le centre du virage. Si la porte pousse sur vous vers l'intérieur, alors, par la troisième loi de Newton, vous faites une force vers l'extérieur du virage sur la porte. Est-ce que cela signifie que la force sur la voiture est vers l'extérieur et qu'il s'agit donc d'une force centrifuge ? Il y a bien cette force sur l'auto, mais la force nette sur l'auto doit être vers l'intérieur du cercle. Cette force est faite par la friction entre la route et les pneus de la voiture. Quand vous faites une force vers l'extérieur sur l'auto par votre contact sur la porte, la friction vers l'intérieur va augmenter en peu pour compenser cette force vers l'extérieur.

La centrifugeuse

Même si la force centrifuge n'existe pas, les centrifugeuses existent. Toutefois, ce n'est pas la force centrifuge qui explique pourquoi les substances se déposent au fond des éprouvettes.

Prenons un modèle simple de centrifugeuse pour comprendre le mécanisme. On fait simplement tourner une éprouvette comme montré sur la figure.

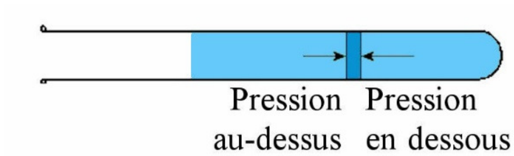


fr.openclassrooms.com/sciences/cours/la-physique-chimie-en-seconde/a-centrifugation

<u>*L'éprouvette remplie seulement d'eau*</u>

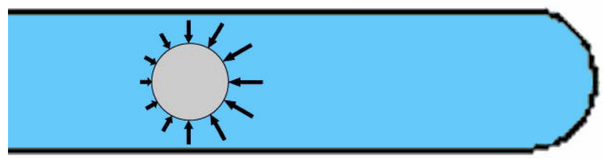
On va commencer avec une éprouvette dans laquelle il y a uniquement de l'eau. Comme l'eau fait un mouvement circulaire, il doit y avoir une force qui s'exerce sur l'eau. Cette force est faite par la pression de l'eau. Quand on fait tourner l'éprouvette, il apparait une variation de pression dans l'eau. La pression est la plus grande au fond de l'éprouvette et diminue à mesure qu'on s'approche de la surface du liquide.

Si on prend une tranche d'eau dans l'éprouvette, la force de pression en dessous de la couche est plus grande que la force de pression au-dessus de la couche. L'excès de force de pression vers le centre du cercle est la force qui fait la force centripète sur la tranche d'eau.



On pourrait même calculer la pression en fonction de la position dans le tube en partant de l'idée que l'augmentation de pression avec la profondeur doit générer exactement la force centripète sur une couche d'eau.

Avec des substances dans l'eau



Imaginons maintenant qu'il y a une particule dans l'eau. La pression de l'eau agit alors sur cette particule. Comme la pression est plus grande vers le fond de l'éprouvette, la force de pression de ce côté est plus grande. La somme de ces forces sur la particule est une force vers l'axe de rotation.

Cette force est en fait une poussée d'Archimède et cette force a la bonne direction pour agir comme une force centripète. On trouve facilement la valeur de cette force en utilisant la formule de la poussée d'Archimède, mais en remplaçant la valeur de l'accélération gravitationnelle par l'accélération centripète de l'eau dans cette formule. On a alors

$$F_A = \rho_{eau} \left(\frac{v^2}{r} \right) V_f$$

Voyons ce qui arrive alors en faisant l'équation des forces en x sur la particule. (On utilise un axe des x positif vers la gauche, donc vers l'axe de rotation.)

$$\sum F_x = ma$$

$$\rho_{eau} \left(\frac{v^2}{r} \right) V_f = ma$$

Ce qui nous donne

$$\rho_{eau} \left(\frac{v^2}{r} \right) = \frac{m}{V_f} a$$

$$\rho_{eau} \left(\frac{v^2}{r} \right) = \rho_{particule} a$$

$$a = \frac{\rho_{eau}}{\rho_{particule}} \left(\frac{v^2}{r} \right)$$

On remarque alors que si la densité de la particule est la même que celle de l'eau, l'accélération de la particule est exactement v^2/r. Cela veut dire que la poussée d'Archimède est juste de la bonne grandeur pour faire la force centripète. La particule fait alors son mouvement circulaire en restant toujours à la même distance de l'axe de rotation. La particule restera donc à la même position dans le tube. Cela se produit uniquement si la densité de la particule est identique à celle de l'eau.

Si la particule a une densité plus grande que celle de l'eau, on remarque alors que $a < v^2/r$. La poussée d'Archimède n'est donc pas assez grande et il y a un manque de force centripète. Ainsi, la particule ne peut pas suivre le mouvement circulaire avec un rayon constant. Avec un manque de force centripète, la particule fait un mouvement circulaire tout en s'éloignant de l'axe de rotation, jusqu'à atteindre le fond du tube. Plus la densité de la particule est grande, plus le manque de force centripète est important et plus la particule atteint le fond de l'éprouvette rapidement. Les particules les plus denses vont donc arriver au fond en premier suivi d'autres particules moins denses, puis des autres encore moins denses et ainsi de suite. On a donc une séparation des constituants en ordre de densité au fond du récipient.

Si la particule a une densité plus petite que celle de l'eau, on remarque alors que $a > v^2/r$. La poussée d'Archimède est donc trop grande et il y a un excès de force centripète. Dans ce cas, la particule fait un mouvement circulaire tout en s'approchant de l'axe de rotation, ce qui l'amène à la surface de l'eau dans le tube.

On obtient finalement un tube dans lequel les particules se sont déposées en ordre de densité au fond du tube pour les particules plus denses que l'eau et dans lequel les particules moins denses que l'eau flottent à la surface du tube. Plus le tube tourne rapidement, plus cette séparation se fait rapidement. Et ce n'est pas une force centrifuge qui est responsable de cette séparation.

6.5 LE MOUVEMENT CIRCULAIRE NON UNIFORME

Dans le mouvement circulaire non uniforme, l'accélération centripète est

$$a_c = \frac{v^2}{r} \qquad \text{Si l'axe est vers le centre du cercle}$$

$$a_c = -\frac{v^2}{r} \qquad \text{Si l'axe est dans la direction opposée au centre du cercle}$$

et l'accélération tangentielle n'est pas nulle.

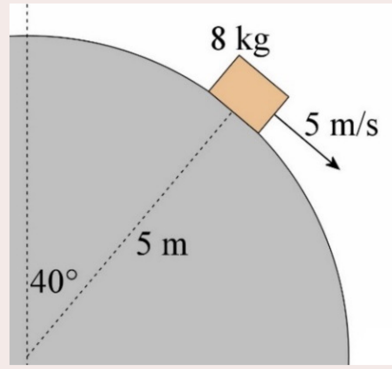
$$a_t \neq 0$$

Rappelez-vous également cette erreur fréquente.

Erreur fréquente : Utiliser $a_c = \frac{4\pi^2 r}{T^2}$ pour calculer l'accélération centripète dans un mouvement circulaire non uniforme.

Cette formule a été obtenue en supposant que la grandeur de la vitesse est constante. Elle n'est donc pas bonne dans un mouvement circulaire non uniforme.

Exemple 6.5.1



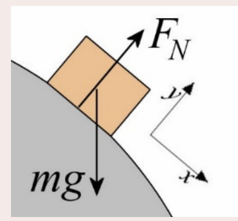
Un objet glisse sur une surface sphérique. Quelles sont l'accélération tangentielle et la grandeur de la normale quand l'objet est à la position indiquée sur la figure ?

Les forces agissant sur l'objet

Les forces sur l'objet sont :

1) Le poids (mg) vers le bas.
2) La normale (F_N) perpendiculaire à la surface.

Somme des forces



Avec les axes montrés sur la figure, les sommes des forces sont

$$\sum F_x = mg\cos(-50°)$$
$$\sum F_y = mg\sin(-50°) + F_N$$

2^e^ loi de Newton

Avec une accélération centripète dans la direction opposée à l'axe des y et une accélération tangentielle dans la direction de l'axe des x, on a

$$\sum F_x = ma_t \qquad \rightarrow \qquad mg\cos(-50°) = ma_t$$
$$\sum F_y = ma_c \qquad \rightarrow \qquad mg\sin(-50°) + F_N = -m\frac{v^2}{R}$$

Solution des équations

La première équation nous donne l'accélération tangentielle.

$$\begin{aligned} a_t &= g\cos(-50°) \\ &= 6,299\tfrac{m}{s^2} \end{aligned}$$

La deuxième équation nous donne la normale.

$$\begin{aligned} F_N &= -mg\sin(-50°) - m\frac{v^2}{R} \\ &= -8kg \cdot 9,8\tfrac{N}{kg} \cdot \sin(-50°) - 8kg \cdot \frac{\left(5\tfrac{m}{s}\right)^2}{5m} \\ &= 60,06N - 40N \\ &= 20,06N \end{aligned}$$

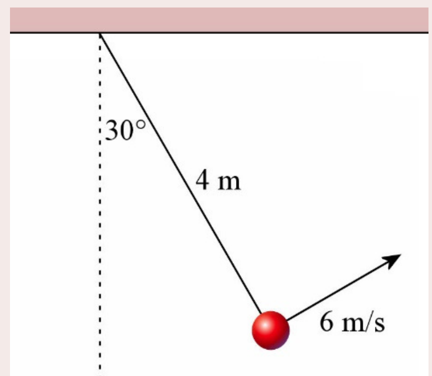
Remarquez que si la vitesse avait été plus grande, disons 7 m/s, on aurait eu

$$\begin{aligned} F_N &= -mg\sin(-50°) - m\frac{v^2}{R} \\ &= -8kg \cdot 9,8\tfrac{N}{kg} \cdot \sin(-50°) - 8kg \cdot \frac{\left(7\tfrac{m}{s}\right)^2}{5m} \\ &= 60,06N - 78,4N \\ &= -18,34N \end{aligned}$$

Cette réponse est impossible. Elle signifie que, pour avoir un tel mouvement circulaire, la normale devrait tirer sur le bloc, ce qu'une normale ne peut pas faire. On aura donc un manque de force centripète, l'objet ne pourra pas faire un mouvement circulaire avec un rayon aussi petit et il va quitter la surface de la sphère.

Exemple 6.5.2

Ce pendule a une vitesse de 6 m/s quand l'angle entre la corde et la verticale est de 30°.



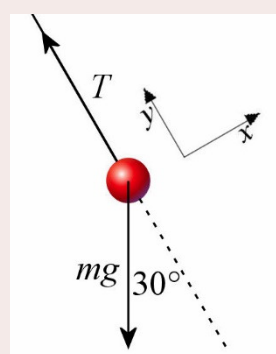
a) Quelle est la grandeur de l'accélération de la masse au bout de la corde ?

Pour trouver l'accélération, il nous faut les deux composantes de l'accélération, c'est-à-dire les accélérations centripète et tangentielle.

L'accélération centripète se trouve facilement avec

$$\begin{aligned} a_c &= \frac{v^2}{r} \\ &= \frac{\left(6\tfrac{m}{s}\right)^2}{4m} \\ &= 9\tfrac{m}{s^2} \end{aligned}$$

Pour trouver l'accélération tangentielle, il faut faire la somme des forces sur l'objet.



Les forces agissant sur l'objet

Il y a 2 forces sur l'objet.

1) Le poids (*mg*) vers le bas.
2) La tension (*T*).

La somme des forces

Avec les axes montrés sur la figure, les sommes des forces sont

$$\sum F_x = mg\cos(-120°)$$
$$\sum F_y = mg\sin(-120°) + T$$

2^e loi de Newton

Avec une accélération centripète dans la direction de l'axe des y et une accélération tangentielle dans la direction de l'axe des x, on a

$$\sum F_x = ma_t \qquad \rightarrow \qquad mg\cos(-120°) = ma_t$$
$$\sum F_y = ma_c \qquad \rightarrow \qquad mg\sin(-120°) + T = m\frac{v^2}{R}$$

Solution des équations

La première équation nous donne l'accélération tangentielle.

$$\begin{aligned} a_t &= g\cos(-120°) \\ &= -4,9\tfrac{m}{s^2} \end{aligned}$$

Avec l'accélération tangentielle, on peut maintenant trouver la grandeur de l'accélération totale.

$$\begin{aligned} a &= \sqrt{a_c^2 + a_t^2} \\ &= \sqrt{\left(9\tfrac{m}{s^2}\right)^2 + \left(4,9\tfrac{m}{s^2}\right)^2} \\ &= 10,25\tfrac{m}{s^2} \end{aligned}$$

b) Quel est l'angle entre la vitesse de la masse et la force nette sur la masse ?

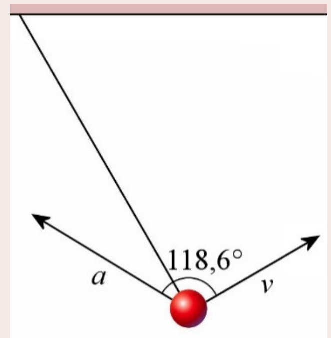
Comme la force et l'accélération sont dans la même direction, on va trouver la réponse à cette question en cherchant l'angle entre l'accélération et la vitesse.

Comme la vitesse est dans la direction de l'axe des x, on va trouver la réponse à cette question en cherchant l'angle entre l'accélération et l'axe des x.

Or, l'angle que fait le vecteur accélération avec l'axe des x peut se trouver avec

$$\tan\theta = \frac{a_y}{a_x}$$

Avec notre choix d'axe, l'accélération tangentielle est la composante en x et l'accélération centripète est la composante en y.



On a donc

$$\begin{aligned}\theta &= \arctan\frac{a_y}{a_x}\\ &= \arctan\frac{9\frac{m}{s^2}}{-4,9\frac{m}{s^2}}\\ &= 118,6°\end{aligned}$$

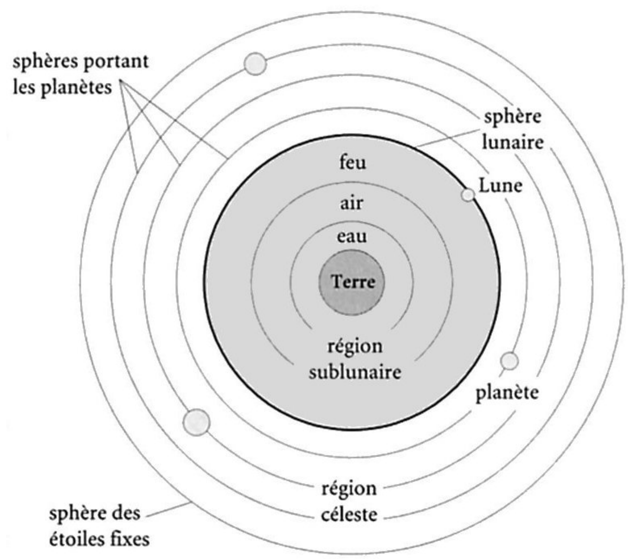
(On a ajouté 180° à la réponse donnée par la calculatrice puisque la composante en x est négative.)

6.6 GRAVITATION ET ORBITE CIRCULAIRE

Étudions maintenant le mouvement circulaire des objets en orbite autour d'une planète ou d'une étoile. On va premièrement voir comment l'étude de ce mouvement a permis de découvrir la loi de la gravitation. Ensuite, on trouvera des formules de vitesse et de période des objets en orbite.

Anciennes théories

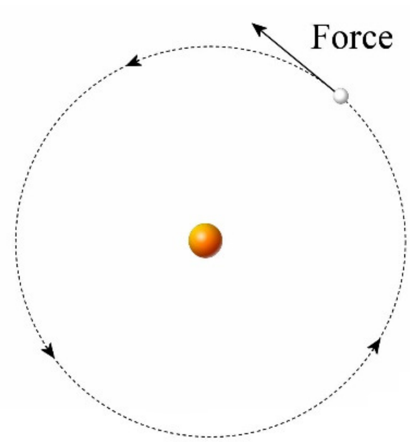
Voici comment Aristote expliquait la gravitation. Les quatre éléments des Grecs ont chacun une place naturelle dans l'univers. En partant du centre de l'univers, on retrouve la terre, puis l'eau, puis l'air et finalement le feu. Selon cette théorie, une pierre retombe au sol quand on la soulève dans l'air ou dans l'eau parce que la pierre, principalement composée de l'élément terre, tombe pour retourner à sa place naturelle. De la même façon, le feu dans l'air monte pour retourner à sa place naturelle, qui est au-dessus de l'air.



Y. Gingras, P Keating, C. Limoges, Du scribe au savant, Éditions du boréal, 1998

Il y a ensuite les planètes qui tournent autour de la Terre. Cela signifie qu'il y a une séparation nette entre 2 parties de cet univers. Dans le monde sublunaire, le mouvement naturel des objets consiste à monter ou descendre selon leur composition. Dans les cieux, le mouvement naturel des planètes est un mouvement circulaire autour du centre. Il y a donc 2 régions dans lesquelles les lois de la physique sont bien différentes.

Comme on associait la force à la vitesse, il fallait trouver comment les planètes pouvaient se déplacer pour tourner autour de la Terre. Pendant longtemps, on cherche plutôt une force qui agit dans le sens de la vitesse. Quand on associe la force à la vitesse, il doit y avoir une force agissant sur les planètes dans la direction du mouvement pour que les planètes puissent avancer. On imagina même à une certaine époque que cette force était faite par les anges ! Comme on peut le constater, les planètes ne sont pas attirées vers le centre dans ces anciens modèles.

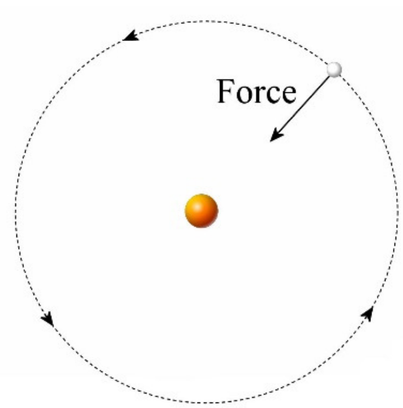


L'attraction

Avec la découverte de la loi de l'inertie (début du 17e siècle), on commence à comprendre que les objets doivent plutôt se déplacer en **ligne droite** si rien n'altère leur mouvement. Si les planètes font un mouvement circulaire plutôt qu'un mouvement en ligne droite, alors il doit y avoir une force centripète qui les fait constamment changer de direction.

En fait, il faut près d'un siècle pour arriver à une analyse correcte du mouvement des planètes en orbite. Tout commence avec la découverte de la formule de la force centripète. Huygens découvre en 1659 que la tension de la corde qui retient un objet en rotation au bout d'une corde doit être proportionnelle à r/T^2. Toutefois, Huygens ne pense jamais à utiliser ses découvertes pour étudier le mouvement des planètes en orbite.

Après la publication des travaux de Huygens en 1673, certains, tels que Robert Hooke, Edmund Halley et Christopher Wren, utilisent les découvertes de Huygens pour étudier le mouvement des planètes. Ils comprennent, aux alentours de 1680, que la force sur l'objet en orbite doit être dirigée vers le centre. On commence à comprendre que le Soleil attire les planètes dans le Système solaire.



Halley et Wren arrivent même à la conclusion que la force faite par le Soleil doit diminuer avec le carré de la distance. Pour arriver à cette conclusion, on commence avec le résultat de Huygens.

$$F \propto \frac{r}{T^2}$$

Ensuite, on utilise une loi que Kepler a découverte pour les planètes. En 1618, Kepler avait remarqué que

$$\frac{r^3}{T^2} = \text{constante}$$

pour toutes les planètes tournant autour du Soleil (r est le rayon de l'orbite de la planète et T est la période de rotation autour du Soleil). Comme cette relation signifie que

$$r^3 \propto T^2$$

la formule de la force peut être écrite sous la forme suivante.

$$F \propto \frac{r}{T^2}$$

$$F \propto \frac{r}{r^3} \quad \text{(On a utilisé la loi de Kepler)}$$

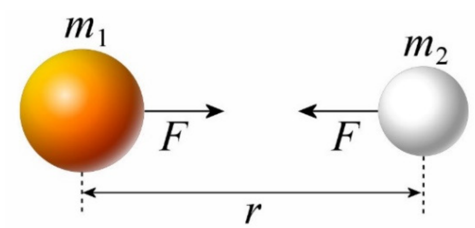
$$F \propto \frac{1}{r^2}$$

En 1684, Halley demande à Newton comment seraient les orbites des planètes si la force de gravitation variait avec $1/r^2$. Cette demande lance Newton, qui ne s'était pas vraiment intéressé à la mécanique depuis la fin des années 1660, dans une étude très poussée des orbites de planètes. C'est cette étude qui l'amène à refaire complètement la mécanique en associant la force à l'accélération et qui culmine en 1687 avec la publication du livre de Newton qui révolutionne la physique à tout jamais.

Newton peut aller encore plus loin. Avec ses nouvelles lois de la mécanique, il découvre que la force sur la planète doit aussi être proportionnelle à la masse de l'objet qui subit la force (pour que les masses s'annulent quand on fait $F = ma$ de sorte que tous les objets aient la même accélération en chute libre).

$$F_g \propto \frac{m}{r^2}$$

Il y a encore plus. Selon la troisième loi de Newton, si la planète de masse m_1 exerce une force sur la planète de masse m_2, alors la planète de masse m_2 exerce la même force sur la planète de masse m_1. Comme la force est proportionnelle à la masse de la planète qui subit la force et que les deux masses subissent la force, alors la force doit être proportionnelle aux deux masses.



$$F_g \propto \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

C'est la loi de la gravitation obtenue par Newton. Le résultat est clair. Il n'y a pas que le Soleil qui attire les planètes. Tous les objets de l'univers ayant une masse attirent tous les autres objets de l'univers ayant une masse avec une force gravitationnelle. C'est l'attraction gravitationnelle universelle. Il fallait quand même beaucoup d'audace pour affirmer que toutes les masses s'attirent parce qu'il n'est pas du tout évident que tous les objets s'attirent entre eux. Une banane ne semble pas du tout attirée par une pomme placée tout près, mais c'est pourtant ce qu'affirme la loi de la gravitation. Évidemment, on comprenait que l'attraction était trop faible pour être perçue et il a fallu attendre près d'un siècle avant que quelqu'un (Henry Cavendish) ne parvienne à mesurer cette faible attraction entre des objets de quelques kilogrammes.

En fait, l'idée de l'attraction gravitationnelle n'était pas tout à fait nouvelle. Gilles Personne de Roberval (1644) et Robert Hooke (1665) avaient déjà formulé l'idée que tous les objets de l'univers s'attirent mutuellement (mais sans donner une formule de la force).

La loi de la gravitation de Newton permet de faire une grande unification. Dans le système d'Aristote, il y avait une gravitation près de la Terre faite par les positions naturelles des 4 éléments à l'intérieur de l'orbite de la Lune (qu'on appelait la *région sublunaire*) alors qu'il n'y avait pas de gravitation au-delà de l'orbite de la Lune (qu'on appelait *les cieux*). Il y avait une séparation entre ces 2 régions. La physique n'était pas la même dans ces 2 régions. Avec Newton, il n'y a plus cette séparation entre le monde sublunaire et les cieux. La force de gravitation agit sur les objets près de la surface de la Terre et sur la Lune en suivant exactement les mêmes lois.

La loi de la gravitation

Dans l'équation

$$F_g \propto \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

On peut remplacer le *proportionnelle à* par une constante de proportionnalité (appelée G) pour obtenir la loi suivante.

Loi de la gravitation (formule générale)

1) Grandeur de la force

$$F_g = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$$

où $G = 6{,}6743 \times 10^{-11}$ Nm²/kg²

2) Direction de la force

Attraction des deux masses l'une vers l'autre.

3) Point d'application de la force

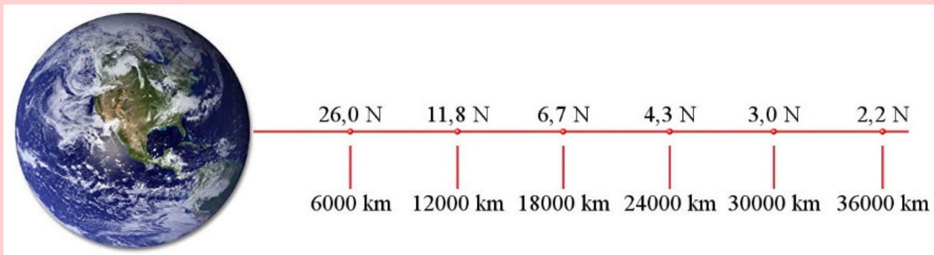
À partir du centre de masse
(Plus de précisions au chapitre 11)

Notez que r est la distance entre les centres des planètes.

Pour ceux que ça intéresse, voici quelques anecdotes historiques à propos de la découverte de la loi de la gravitation.
https://physique.merici.ca/mecanique/NotesG.pdf

Erreur fréquente : Pensez qu'il n'y a pas de gravitation dans l'espace

La loi de la gravitation indique que la force de gravitation diminue avec la distance. À mesure qu'on s'éloigne de la Terre, la force de gravitation faite par la Terre diminue donc. Toutefois, la force est encore assez grande même quand on en dehors de l'atmosphère. L'image suivante montre la force gravitationnelle faite par la Terre sur un objet de 10 kg à différentes distances de la Terre.



Erreur fréquente : Pensez que quand deux objets s'attirent par gravitation, l'objet moins massif fait une force moins grande sur l'autre.

Intuitivement, les gens se doutent que la Terre exerce une force sur la Lune et que la Lune exerce aussi une force sur la Terre. Cependant, plusieurs diront que la Terre fait une force beaucoup plus importante sur la Lune que la Lune fait sur la Terre parce qu'elle est plus massive. Admirer les réponses des gens dans ce vidéo (en anglais).
https://www.youtube.com/watch?v=8bTdMmNZm2M
Évidemment, tout cela est faux ; les forces doivent être de mêmes grandeurs en vertu de la troisième loi de Newton.

Exemple 6.6.1

Une météorite de 350 kg est à 10 000 km du centre de la Terre. Quelle est la grandeur de la force gravitationnelle faite par la Terre sur la météorite sachant que la Terre a une masse de 5,9722 x 10^{24} kg.

La grandeur de la force est

$$\begin{aligned} F_g &= G\frac{m_1 m_2}{r^2} \\ &= 6,6743\times 10^{-11} \tfrac{Nm^2}{kg^2} \cdot \frac{350kg \cdot 5,9722\times 10^{24} kg}{\left(10\,000\times 10^3 m\right)^2} \\ &= 1395N \end{aligned}$$

Le champ gravitationnel

La force gravitationnelle sur un objet de masse m faite par un astre de masse M_p

$$F_g = G\frac{M_p m}{r^2} = m\left(G\frac{M_p}{r^2}\right)$$

peut être écrite sous la forme suivante.

Force gravitationnelle (formule générale)

$$F_g = mg$$

où g est défini comme étant la grandeur du champ gravitationnel fait par l'astre.

Grandeur du champ gravitationnel fait par une planète (ou étoile) de masse M_p

$$g = \frac{GM_p}{r^2}$$

En fait, on a séparé le calcul de la force gravitationnelle sur une masse m en 2 étapes :

1) On calcule le champ gravitationnel fait par la ou les planètes à l'endroit où est la masse m.

2) On calcule la force gravitationnelle sur la masse m avec $F_g = mg$.

Exemple 6.6.2

Une météorite de 350 kg est à 10 000 km du centre de la Terre. La Terre a une masse de 5,9722 x 10^{24} kg.

a) Quelle est la grandeur du champ gravitationnel fait par la Terre à l'endroit où est située la météorite ?

La grandeur du champ gravitationnel fait par la Terre est

$$\begin{aligned} g &= G\frac{M_p}{r^2} \\ &= 6,6743\times 10^{-11}\,\tfrac{Nm^2}{kg^2}\cdot\frac{5,9722\times 10^{24}\,kg}{\left(10\,000\times 10^3\,m\right)^2} \\ &= 3,986\,\tfrac{N}{kg} \end{aligned}$$

b) Quelle est la grandeur de la force gravitationnelle faite par la Terre sur la météorite ?

La grandeur de la force est

$$\begin{aligned} F_g &= mg \\ &= 350kg \cdot 3,986 \tfrac{N}{kg} \\ &= 1395N \end{aligned}$$

Pourquoi séparer ainsi le calcul puisqu'on peut calculer la force directement (comme on l'a fait à l'exemple précédent) ? C'est qu'une fois qu'on sait la grandeur du champ gravitationnel à un endroit, on peut calculer simplement la force gravitationnelle avec $F_g = mg$ pour différentes masses sans avoir à refaire le gros calcul avec la masse et le rayon de la planète (comme on l'a fait depuis le chapitre 4).

On peut appliquer ces formules pour trouver la force de gravitation faite sur un objet par n'importe quelle planète (ou étoile).

Exemple 6.6.3

Une pierre de 10 kg est sur la surface de la Lune. La masse de la Lune est de 7,346 x 10^{22} kg et le rayon de la Lune est de 1737 km.

a) Quelle est la grandeur du champ gravitationnel à la surface de la Lune ?

La grandeur du champ est

$$\begin{aligned} g &= G\frac{M_{Lune}}{R_{Lune}^2} \\ &= 6,6743\times10^{-11} \tfrac{Nm^2}{kg^2} \cdot \frac{7,346\times10^{22}kg}{\left(1737\times10^3 m\right)^2} \\ &= 1,625 \tfrac{N}{kg} \end{aligned}$$

b) Quelle est la grandeur de la force gravitationnelle faite par la Lune sur la pierre ?

La grandeur de la force est

$$\begin{aligned} F_g &= 10kg \cdot 1,625 \tfrac{N}{kg} \\ &= 16,25N \end{aligned}$$

La force gravitationnelle est environ 6 fois plus petite que la force gravitationnelle que subirait cette pierre à la surface de la Terre (faite par la Terre). Sur la Lune, la masse des objets est identique à ce qu'elle est sur Terre, mais le poids est environ 6 fois plus petit. On peut voir ce que ça donne avec une gravité plus faible sur la Lune dans ce video.
https://www.youtube.com/watch?v=HKdwcLytloU

La force de gravitation près de la surface de la Terre

Au chapitre 4, on avait une version différente de la loi de la gravitation

$$F_g = m \cdot 9{,}8 \tfrac{N}{kg}$$

On a cette formule parce que la force est $F_g = mg$ et la grandeur du champ gravitationnel à la surface de la Terre est

$$\begin{aligned} g &= G\frac{M_t}{R_t^2} \\ &= 6{,}6743\times 10^{-11} \tfrac{Nm^2}{kg^2} \cdot \frac{5{,}9722\times 10^{24} kg}{\left(6371\times 10^3 m\right)^2} \\ &= 9{,}8 \tfrac{N}{kg} \end{aligned}$$

C'est uniquement près de la surface de la Terre que le champ gravitationnel g vaut 9,8 N/kg. Cela signifie que g n'est pas une constante comme on pourrait le croire si on avait fait uniquement les chapitres 1 à 5.

Même si $F = m \cdot 9{,}8$ N/kg est bien différente de la loi de la gravitation générale, on voit que cette formule se trouve facilement à partir de la formule générale. La formule $F = m \cdot 9{,}8$ N/kg n'est qu'un cas particulier de la formule générale. Pour les savants de l'époque de Newton, c'est une véritable révélation. Avant Newton, ce n'était pas évident que la force qui garde la Lune en orbite autour de la Terre avait la même origine que la force qui nous attire vers le sol. Newton commence à comprendre qu'il s'agit de la même force en 1666 (après avoir vu une pomme tomber au sol semble-t-il). Ce n'est que 20 ans plus tard que Newton en fait la preuve. C'est une belle unification de la physique sur Terre et dans les cieux.

Le champ gravitationnel diminue à mesure qu'on s'éloigne de la surface de la Terre. Par exemple, à une altitude de 100 km au-dessus de la surface de la Terre, la valeur de g est

$$\begin{aligned} g &= G\frac{M_p}{r^2} \\ &= 6{,}6743\times 10^{-11} \tfrac{Nm^2}{kg^2} \cdot \frac{5{,}9722\times 10^{24} kg}{\left(6471\times 10^3 m\right)^2} \\ &= 9{,}5 \tfrac{N}{kg} \end{aligned}$$

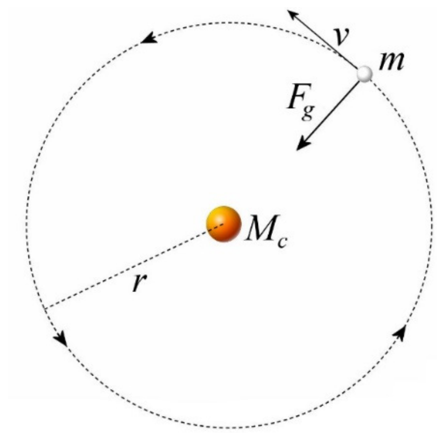
(Le r n'est pas 100 km puisque c'est la distance entre l'objet à 100 km d'altitude et le centre de la Terre, c'est-à-dire 6371 km + 100 km.)

On voit que g diminue quand même assez rapidement avec l'altitude. En gros, la valeur de g diminue au rythme de 0,0031 N/kg par kilomètre près de la surface de la Terre. Il ne faudrait pas que notre objet atteigne une altitude de plus de quelques kilomètres si on veut considérer que g est une constante valant 9,8 N/kg.

Vitesse et période sur l'orbite circulaire

Revenons maintenant au problème des orbites, celui-là même qui a mis Newton sur la voie de la découverte de la loi de la gravitation (quoique nous allons faire uniquement les orbites circulaires alors que Newton a fait une solution beaucoup plus complète.)

Pour un objet en orbite circulaire, la force centripète est faite par la force gravitationnelle.



On a donc

$$\frac{GM_c m}{r^2} = m\frac{v^2}{r}$$

La masse de l'astre au centre de l'orbite s'appelle M_c, pour *masse centrale*.

On voit alors que l'objet en orbite doit avoir une vitesse très précise pour être en orbite circulaire.

Si on isole v, on obtient

La vitesse d'un objet en orbite circulaire

$$v = \sqrt{\frac{GM_c}{r}}$$

Le temps nécessaire pour faire le tour de l'objet central (la période T) est donc

$$T = \frac{\text{distance}}{\text{vitesse}} = \frac{2\pi r}{\sqrt{\frac{GM_c}{r}}}$$

En simplifiant on a

La période d'un objet en orbite circulaire

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM_c}}$$

On appelle parfois cette formule la troisième loi de Kepler puisque ce dernier découvrit en 1618 que $T^2 \propto r^3$ pour les planètes tournant autour du Soleil.

Exemple 6.6.4

Calculez la masse du Soleil sachant que la Terre tourne autour de celui-ci avec une période de 365,2566 jours et que le rayon de l'orbite terrestre est de 149 600 000 km.

Avec la formule de la période, on trouve

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM_c}}$$

$$365,2566 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 s = 2\pi\sqrt{\frac{\left(1,496\times10^{11} m\right)^3}{6,6743\times10^{-11} \frac{Nm^2}{kg^2} \cdot M_c}}$$

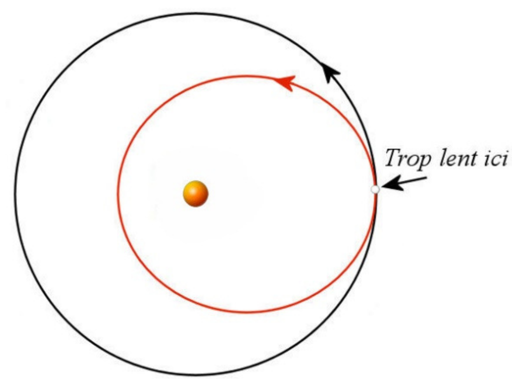
$$M_c = 1,9885\times10^{30} kg$$

C'est avec la loi de la gravitation qu'on a trouvé la masse de toutes les planètes, étoiles et galaxie de l'univers.

Que se passe-t-il si l'objet en orbite n'a pas la bonne vitesse ?

L'objet doit avoir une vitesse très précise pour que son orbite soit circulaire. Toutefois, ce n'est pas une catastrophe si la vitesse n'est pas exactement celle nécessaire pour faire une orbite circulaire. Si la vitesse de l'objet est trop petite, on a

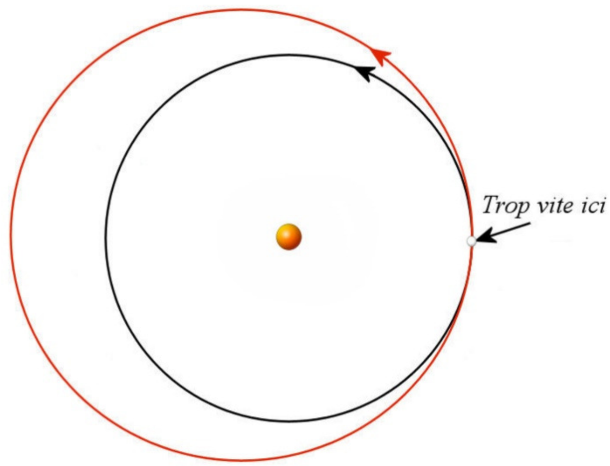
$$\frac{GM_c m}{r^2} > m\frac{v^2}{r}$$



Cela signifie qu'il y a un excès de force centripète. Dans ce cas, l'objet fait un mouvement circulaire tout en s'approchant de la masse centrale. Cet excès de force ne veut pas nécessairement dire que l'objet va s'écraser sur la masse centrale parce que l'objet va prendre de la vitesse en s'approchant de la masse centrale pendant que la force de gravitation va augmenter, changeant ainsi la relation entre les forces centripète et gravitationnelle. Plus tard, la force gravitationnelle devient plus petite que la force centripète et l'objet s'éloigne à nouveau de la Terre pour finalement suivre une orbite elliptique.

Si la vitesse de l'objet est trop grande, on a

$$\frac{GM_c m}{r^2} < m\frac{v^2}{r}$$



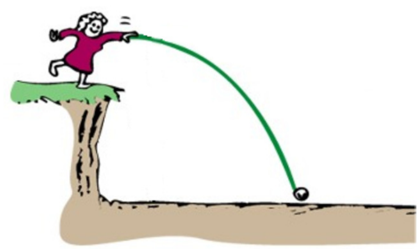
Cela signifie qu'il y a un manque de force centripète. Dans ce cas, l'objet fait un mouvement circulaire tout en s'éloignant de la masse centrale. Ce manque de force ne veut pas nécessairement dire que l'objet va se perdre dans l'espace parce que l'objet va perdre de la vitesse en s'éloignant de la masse centrale pendant que la force de gravitation va diminuer, changeant ainsi la relation entre les forces centripète et gravitationnelle. Plus tard, la force gravitationnelle devient plus grande que la force centripète et l'objet se rapproche à nouveau de la Terre pour finalement suivre une orbite elliptique.

On examinera ces orbites elliptiques avec plus de détails au chapitre 14.

Les objets en orbite sont en chute libre

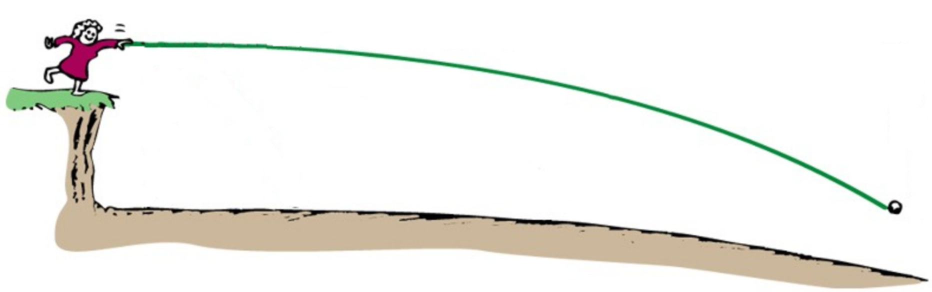
Cela n'est pas évident, mais les objets en orbite sont en chute libre. Pour nous en convaincre, supposons que nous lancions trois balles horizontalement à partir du sommet d'une très haute falaise, mais à des vitesses différentes. Il n'y a pas de friction de l'air dans ces situations.

Commençons par lancer une balle pas très rapidement. On a alors un projectile qui tombera avec la trajectoire courbant vers le sol ressemblant à celle sur la figure. Comme tous les projectiles, cette balle est en chute libre.



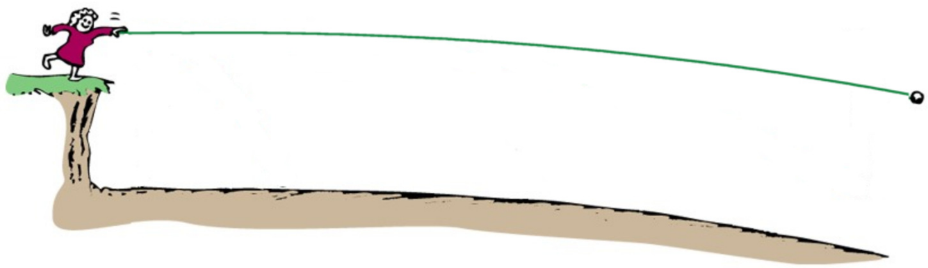
slid.es/tofergregg/gravity-and-fluid-dynamics/fullscreen#/22

Si on lance la balle avec une plus grande vitesse maintenant, on a toujours une balle en chute libre. La trajectoire aura l'air de celle-ci. (On a exagéré beaucoup la courbure de la Terre dans cette image.)



On a lancé la balle avec tellement de vitesse que la courbure de la Terre commence à avoir de l'importance. On voit que la balle courbe encore vers le sol et que le sol courbe aussi. Dans ce cas, la balle finira quand même par frapper le sol.

Si on augmente encore la vitesse pour atteindre la vitesse nécessaire pour l'orbite circulaire, on aura la situation suivante.

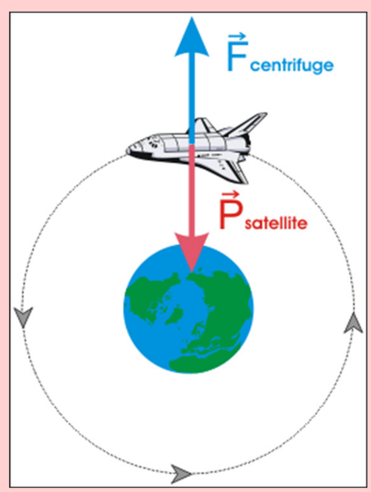


La trajectoire de l'objet en chute libre courbe toujours vers le sol à cause de la force de gravitation. Cependant, le sol courbe aussi de telle sorte que l'objet est toujours à la même distance du sol. Ainsi, l'objet, même s'il est en chute libre, ne frappera jamais le sol et se déplacera continuellement sur son orbite circulaire.

On demande parfois pourquoi la Lune ne tombe pas sur la Terre si elle est attirée par la force de gravitation. Tout comme la balle du dernier exemple, la Lune est bel et bien en chute libre, mais elle ne frappe jamais la Terre puisque la force de gravitation ne fait que courber la trajectoire de la Lune de sorte qu'elle ne s'approche pas de la Terre.
Le vidéo suivant (en anglais) reprend cette explication.
https://www.youtube.com/watch?v=MpiknSRTmT4

Erreur fréquente : Penser qu'en orbite, il y a équilibre entre la gravitation et la force centrifuge.

Il arrive très souvent qu'on affirme qu'il y a équilibre entre la force centrifuge et la force gravitationnelle sur les objets en orbite circulaire. On vous montre alors une image telle que l'image de droite.



xp.hauduroy.free.fr/Mise_en_orbite.html

On sait que cela ne peut pas être correct puisque la force centrifuge n'existe pas. De plus, si ces deux forces s'annulaient vraiment, la somme des forces serait nulle et l'objet aurait une trajectoire en ligne droite. On ne peut avoir une trajectoire circulaire si la somme des forces est nulle puisque cela serait en contradiction évidente avec la première loi de Newton.

Les satellites géostationnaires

Il est possible de placer un satellite juste à la bonne distance de la Terre pour que sa période soit de 24 heures (en fait 23 h 56 min 4 s). Le satellite va donc tourner autour de la Terre exactement au même rythme que la Terre tourne sur elle-même et il restera ainsi toujours au-dessus du même endroit sur Terre. Autrement dit, le satellite verra toujours le même côté de la Terre. Ces satellites sont importants, car on peut facilement trouver leurs positions parce qu'ils sont toujours dans la même direction dans le ciel. Une fois qu'on a ajusté notre antenne pour qu'elle pointe vers ce satellite, elle est toujours dans la bonne direction. Si le satellite tournait plus ou moins vite, il faudrait constamment changer la direction de l'antenne pour recevoir le signal. Ce petit video vous expliquera une version animée de cette explication.
https://www.youtube.com/watch?v=sj7zsGkpZxg

Exemple 6.6.5

À quelle distance de la surface de la Terre doit-on placer les satellites géostationnaires et quelle est leur vitesse sachant que la masse de la Terre est de $5,9722 \times 10^{24}$ kg ?

Avec la formule de la période, on trouve

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM_c}}$$

$$24 \cdot 60 \cdot 60 s = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{6,6743\times10^{-11}\,\frac{Nm^2}{kg^2}\cdot 5,9722\times10^{24}\,kg}}$$

$$r = 4,2241\times10^{7}\,m = 42\,241 km$$

Tous les satellites géostationnaires sont donc à cette distance du centre de la Terre. Comme la Terre a un rayon de 6371 km, ils sont donc à 35 870 km de la surface de la Terre.

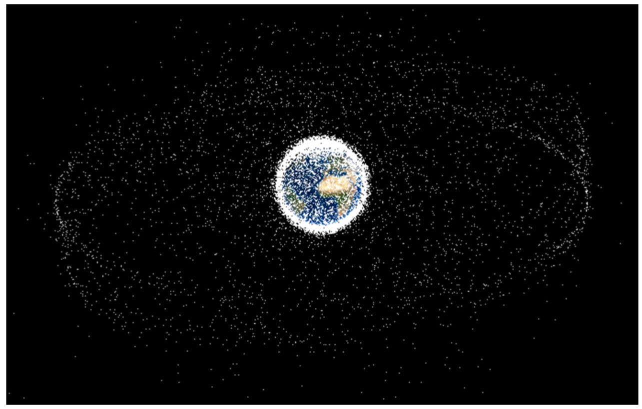
La vitesse du satellite est

$$\begin{aligned} v &= \sqrt{\frac{GM_c}{r}} \\ &= \sqrt{\frac{6,6743\times10^{-11}\,\frac{Nm^2}{kg^2}\cdot 5,9722\times10^{24}\,kg}{4,2241\times10^{7}\,m}} \\ &= 3072\,\tfrac{m}{s} = 11\,059\,\tfrac{km}{h} \end{aligned}$$

Tous les satellites géostationnaires ont cette vitesse.

Il y a donc 2 endroits très occupés autour de la Terre pour placer des satellites. On les place souvent tout près de la Terre (ce qui est moins cher) ou on les place en orbite géostationnaire. La figure de droite montrant les satellites autour de la Terre illustre bien cela. La plupart sont très près ou sur une orbite correspondante à la distance pour que les satellites aient une période de 24 heures.

maps.esri.com/rc/sat2/index.html



RÉSUMÉ DES ÉQUATIONS

Équations du mouvement circulaire

Direction radiale (vers le centre ou dans la direction opposée au centre)

$$\sum F = ma_c$$

Direction tangentielle (dans la direction de la vitesse ou opposée à la direction de la vitesse)

$$\sum F = ma_t$$

Troisième axe

Dans ce qu'on fera ici, l'accélération est toujours nulle dans la direction de cet axe.

$$\sum F = 0$$

Accélération dans un mouvement circulaire uniforme

$a_c = \dfrac{v^2}{r}$ *ou* $a_c = \dfrac{4\pi^2 r}{T^2}$ si l'axe est vers le centre

$a_c = -\dfrac{v^2}{r}$ *ou* $a_c = -\dfrac{4\pi^2 r}{T^2}$ si l'axe est dans la direction opposée au centre

$a_t = 0$

Accélération dans un mouvement circulaire non uniforme

$a_c = \dfrac{v^2}{r}$ si l'axe est vers le centre

$a_c = -\dfrac{v^2}{r}$ si l'axe est dans la direction opposée au centre

$a_t \neq 0$

Loi de la gravitation (formule générale)

1) Grandeur de la force

$$F_g = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$$

où $G = 6{,}674 \times 10^{-11}$ Nm²/kg²

2) Direction de la force

Attraction des deux masses l'une vers l'autre.

3) Point d'application de la force

À partir du centre de masse

Force gravitationnelle (formule générale)

$$F_g = mg$$

Grandeur du champ gravitationnel fait par une planète de masse M_p

$$g = \frac{GM_p}{r^2}$$

La vitesse d'un objet en orbite circulaire

$$v = \sqrt{\frac{GM_c}{r}}$$

La période d'un objet en orbite circulaire

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM_c}}$$

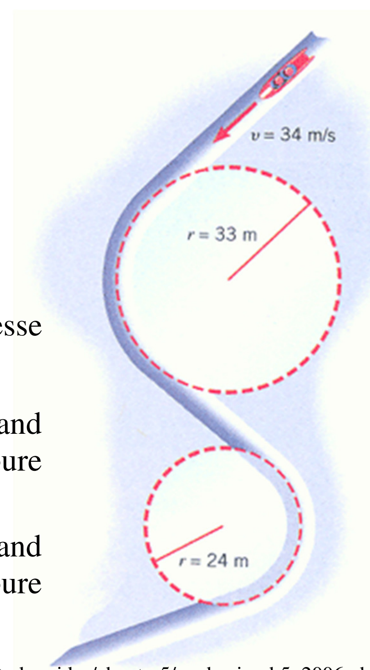
EXERCICES

6.3 Le mouvement circulaire uniforme

1. Cette luge de 200 kg descend la piste avec une vitesse constante de 34 m/s.

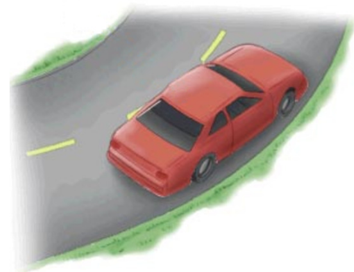
    a) Quelle est la grandeur de la force centripète quand elle est dans le virage ayant un rayon de courbure de 33 m ?

    b) Quelle est la grandeur de la force centripète quand elle est dans le virage ayant un rayon de courbure de 24 m ?



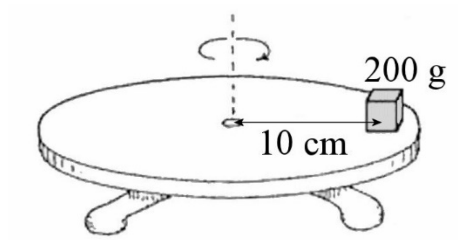
whs.wsd.wednet.edu/Faculty/Busse/MathHomePage/busseclasses/apphysics/studyguides/chapter5/apphysicsch5_2006.php

2. Une voiture allant à une vitesse constante de 120 km/h prend un virage ayant un rayon de courbure de 100 m. La route n'est pas inclinée. Quelle est la valeur minimale que le coefficient de friction statique entre les pneus et la route doit avoir pour que la voiture ne glisse pas en prenant ce virage ?



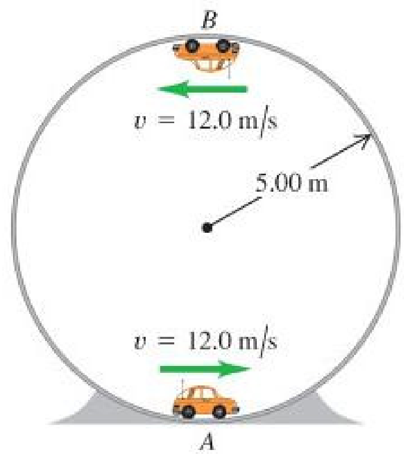
www.ux1.eiu.edu/~addavis/1350/06CirMtn/FlatCurve.html

3. Un petit bloc de 200 g est posé sur une table tournante, à 10 cm de l'axe de rotation. Quelle est la période de rotation minimale que peut avoir ce système sans que le bloc glisse sur la surface de la table si le coefficient de friction statique entre le bloc et la table est de 0,6 ?

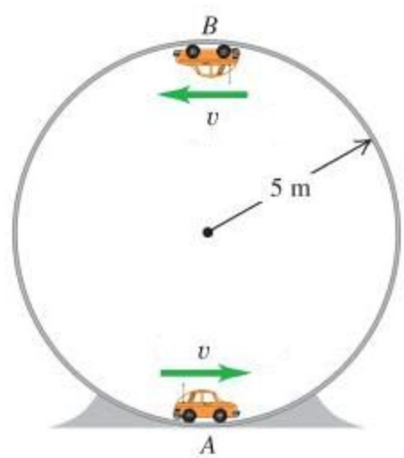


4. Dans la situation montrée sur la figure, quelles sont les normales s'exerçant sur la voiture de 1000 kg aux points A et B ?

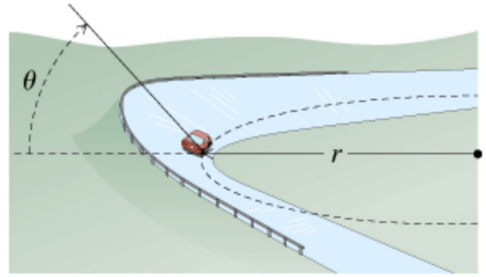
www.chegg.com/homework-help/questions-and-answers/physics-archive-2011-october-07



5. À quelle vitesse doit aller cette voiture pour rester en contact avec la piste au sommet de sa trajectoire (point B) ?



6. Une voiture passe sur une route inclinée de $\theta = 20°$ et ayant un rayon de courbure de $r = 80$ m. La route est tellement glacée qu'il n'y a plus de friction entre la route et les pneus. À quelle vitesse la voiture doit-elle aller pour prendre ce virage ?



7. Une voiture de 1200 kg passe sur une route inclinée de $\theta = 30°$ et ayant un rayon de courbure de $r = 80$ m.

    a) Quelle est la force de friction sur la voiture si la vitesse de la voiture est de 100 m/s ?

    b) Quelle est la force de friction sur la voiture si la vitesse de la voiture est de 10 m/s ?

8. Voici une voiture roulant sur un mur vertical.

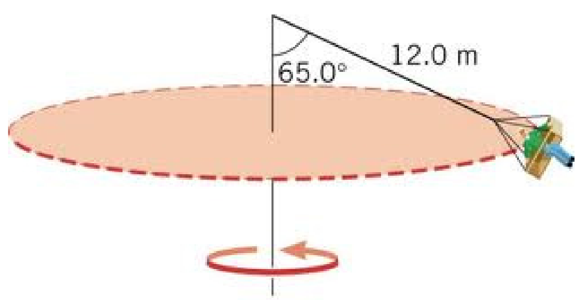
www.mazda.com.au/community/news/2012/4/mazda2-conquers-the-wall-of-death

Le coefficient de friction statique entre les pneus et le mur est de 0,8, le rayon de la piste est de 5 m et la masse de la voiture est de 1200 kg.

    a) Quelle est la vitesse minimale que la voiture doit avoir pour ne pas glisser ?

    b) Quelle est la grandeur de la normale s'exerçant sur la voiture si la vitesse de la voiture est égale à la vitesse minimale ?

9. La personne dans ce manège a une masse de 60 kg.

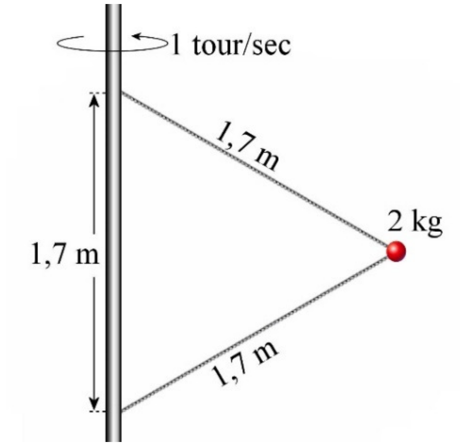


mail.rdcrd.ab.ca/~smolesky/Physics35/1) KinCirc/Day1.html

    a) Quelle est la tension de la corde ?

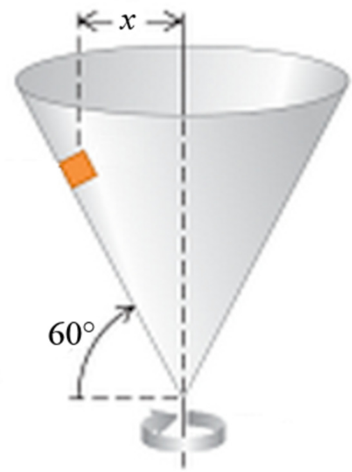
    b) Combien de temps faut-il pour que cette personne fasse un tour ?

10. Quelles sont les tensions des cordes dans le système suivant ?



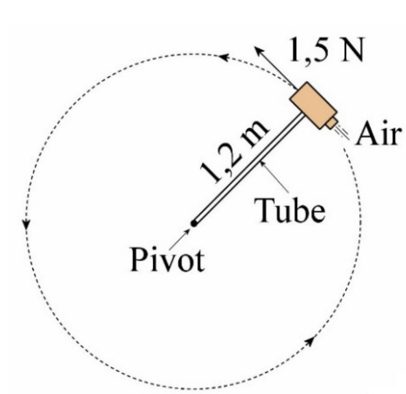
11. Quand ce cône tourne au rythme de 2 tours par seconde, le petit bloc ne glisse pas sur le cône. S'il n'y a pas de friction entre le bloc et le cône, quelle est la valeur de x ?

www.chegg.com/homework-help/questions-and-answers/small-block-mass-m-placed-inside-mv-cried-cone-rotating-vertical-axis-time-one-revolution--q7837211



6.5 Le mouvement circulaire non uniforme

12. Un petit tube amène de l'air comprimé à un bloc de 3 kg pour que l'air comprimé propulse le bloc et lui donne une accélération tangentielle. Le bloc est posé sur une table et il n'y a pas de friction entre le bloc et la table. Voici cette situation, vue de haut. Initialement, le bloc est au repos et le jet d'air fait une force de 1,5 N. On néglige la masse du tube.



a) Quelle est l'accélération du bloc 2 secondes après son départ ?

b) Quelle est la tension dans le tube 2 secondes après le départ ?

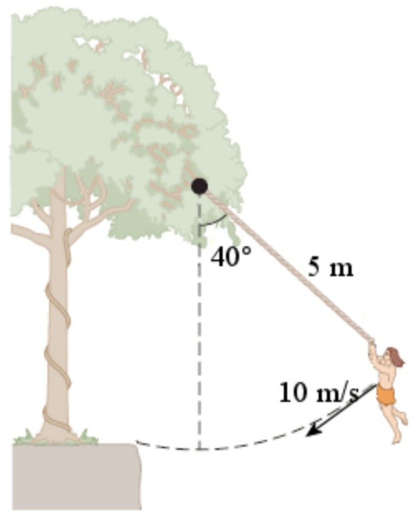
13. Voici Gontran, d'une masse de 65 kg, qui se prend pour Tarzan.

a) Quelle est la grandeur de l'accélération centripète de Gontran ?

b) Quelle est la grandeur de l'accélération tangentielle de Gontran ?

c) Quelle est la grandeur de l'accélération de Gontran ?

d) Quelle est la tension de la liane ?



www.chegg.com/homework-help/questions-and-answers/jane-mass-460-kg-needs-swing-river-having-width-d-filled-person-eating-crocodiles-save-tar-q2225989

6.6 Gravitation et orbite circulaire

Utilisez les données suivantes pour ces exercices.

Terre	Masse = 5,9722 x 10^{24} kg Rayon = 6371 km
Lune	Masse = 7,346 x 10^{22} kg Rayon = 1737 km Distance entre la Terre et la Lune = 384 400 km
Mars	Masse de la planète = 6,4185 x 10^{23} kg Rayon de la planète = 3386 km

14. Quel est le champ gravitationnel à 1000 km au-dessus de la surface de la Terre ?

15. Une personne de 70 kg est à la surface de Mars.

a) Quel est le champ gravitationnel à la surface de Mars ?

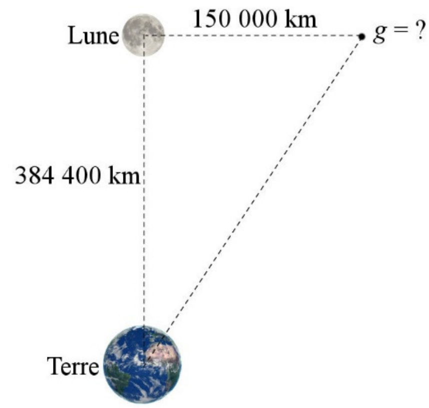
b) Quel serait le poids de la personne à la surface de Mars ?

c) Quel pourcentage du poids de la personne sur la Terre ce poids représente-t-il ?

Pour les deux questions suivantes, il faut savoir que le champ est la somme vectorielle des champs faits par chaque planète. Le vecteur champ gravitationnel est toujours dirigé vers la planète qui fait le champ.

16. À quelle distance de la Terre le champ gravitationnel est-il nul entre la Terre et la Lune ?

17. Quelle est la grandeur du champ gravitationnel à l'endroit indiqué sur la figure ?



18. Calculez la masse de la Terre sachant que la Lune tourne autour de celle-ci avec une période de 27,32 jours sur une orbite dont le rayon est de 384 400 km.

19. Io tourne autour de Jupiter avec une période de 1,796 jour, sur une orbite dont le rayon est de 421 700 km. Ganymède tourne aussi autour de Jupiter, mais sur une orbite dont le rayon est de 1 070 400 km.

a) Combien faut-il de temps pour que Ganymède fasse le tour de Jupiter ?

b) Quelle est la vitesse de Ganymède sur son orbite ?

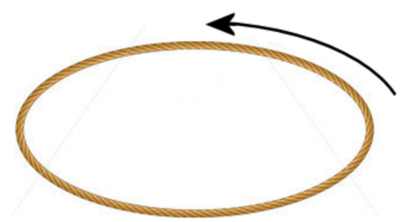
20. La capsule Apollo faisait le tour de la Lune à une altitude de 100 km au-dessus de la surface. Combien de temps fallait-il pour que la capsule Apollo fasse le tour de la Lune ?

21. À quelle distance de la surface de la Terre doit-on placer un satellite pour qu'il fasse le tour de la Terre en 2 jours ?

Défis

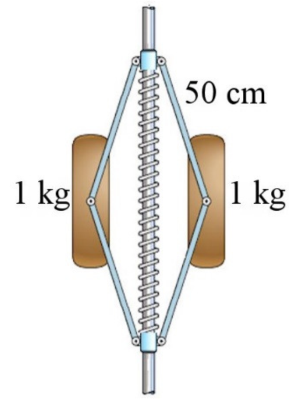
(Questions plus difficiles que les questions qu'il y aura à l'examen.)

22. Un anneau de corde ayant un rayon de 50 cm et une masse de 6 kg tourne sur lui-même au rythme de 4 tours par seconde. Quelle est la tension de la corde ?



www.shutterstock.com/pic.mhtml?utm_medium=Affiliate&utm_campaign=Publicdomainvectors&tpl=241614-42119&utm_source=241614&irgwc=1&id=176570504

23. Dans la situation montrée sur la figure, la constante du ressort est de 2000 N/m et la longueur du ressort quand il n'est ni étiré ni comprimé est de 80 cm. Quelle est la longueur du ressort si ce système fait 10 tours par seconde et qu'il est dans un vaisseau spatial loin de tout astre (donc qu'il n'y a pas de gravitation) ? (Il n'y a pas de friction.)



www.chegg.com/homework-help/mechanical-tachometer-measures-rotational-speed-n-shaft-hori-chapter-6-problem-159p-solution-9781118213551-exc

RÉPONSES

6.3 Le mouvement circulaire uniforme

1. a) 7006 N b) 9633 N
2. 1,134
3. 0,8194 s
4. Point le plus bas : 38 600 N point le plus haut : 19 000 N
5. 7 m/s
6. 16,89 m/s
7. a) 124 023 N vers le bas de la pente b) 4581 N vers le haut de la pente
8. a) 7,826 m/s b) 14 700 N
9. a) 1391 N b) 4,52 s
10. 47,51 N (corde du bas) et 86,71 N (corde du haut)
11. 10,75 cm

6.5 Le mouvement circulaire non uniforme

12. a) 0,9718 m/s² b) 2,5 N
13. a) 20 m/s² b) 6,299 m/s² c) 20,969 m/s² d) 1788 N

6.6 Gravitation et orbite circulaire

14. 7,336 N/kg
15. a) 3,737 N/kg b) 261,6 N c) 38,1 %
16. À 346 024 km du centre de la Terre
17. 2,429 x 10^{-3} N/kg
18. 6,03 x 10^{24} kg
19. a) 7,263 j b) 10,72 km/s
20. 1,963 h
21. 60 683 km

Défis

22. 301,6 N
23. 40,263 cm