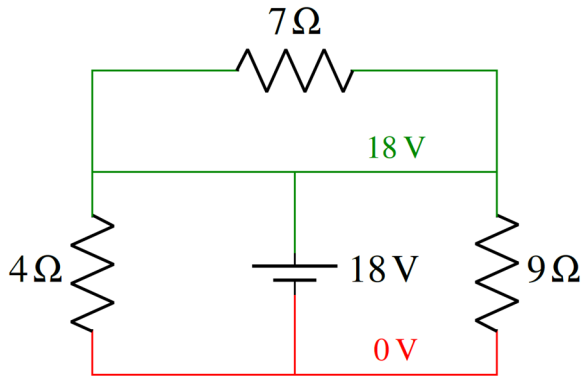
Solutionnaire du chapitre 4

1. En posant que le fil du bas est à 0 V, l'image suivante vous montre les potentiels des fils.



On remarque alors que les deux côtés de la résistance de 7 Ω sont au même potentiel. Il n'y a donc pas de différence de potentiel aux bornes de cette résistance, et il n'y a donc pas de courant dans cette résistance.

On remarque ensuite qu'il y a 18 V de différence de potentiel aux bornes des deux autres résistances. Les courants sont donc

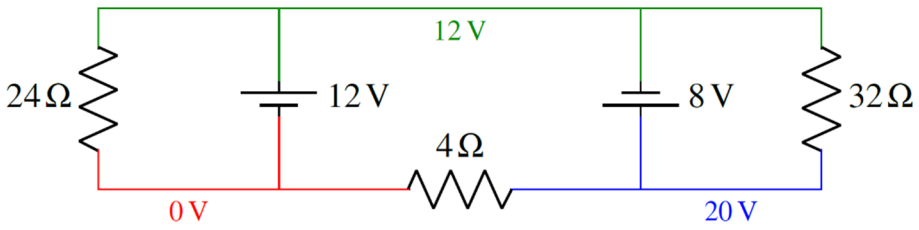
$$I_{4\Omega} = \frac{18V}{4\Omega} = 4,5A$$
$$I_{9\Omega} = \frac{18V}{9\Omega} = 2A$$

Ces courants sont tous les deux vers le bas, soit du potentiel le plus haut vers le potentiel le plus bas.

Nos réponses sont donc :

Résistance de 7 Ω : courant nul.
Résistance de 4 Ω : courant de 4,5 A vers le bas.
Résistance de 9 Ω : courant de 2 A vers le bas.

2. En posant que le fil du bas à gauche est à 0 V, l'image suivante vous montre les potentiels des fils.



On remarque qu'il y a une différence de potentiel de 12 V aux bornes de la résistance de 24 Ω. Le courant est donc

$$I_{24\Omega} = \frac{12V}{24\Omega} = 0,5A$$

Ce courant est vers le bas, soit du potentiel le plus haut vers le potentiel le plus bas.

On remarque qu'il y a une différence de potentiel de 20 V aux bornes de la résistance de 4 Ω. Le courant est donc

$$I_{4\Omega} = \frac{20V}{4\Omega} = 5A$$

Ce courant est vers la gauche, soit du potentiel le plus haut vers le potentiel le plus bas.

On remarque qu'il y a une différence de potentiel de 8 V aux bornes de la résistance de 32 Ω. Le courant est donc

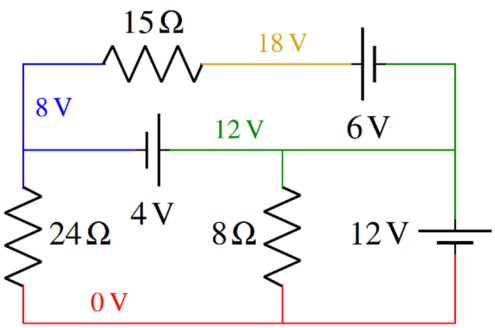
$$I_{24\Omega} = \frac{8V}{32\Omega} = 0,25A$$

Ce courant est vers le haut, soit du potentiel le plus haut vers le potentiel le plus bas.

Nos réponses sont donc :

Résistance de 24 Ω : courant de 0,5 A vers le bas.
Résistance de 4 Ω : courant de 5 A vers la gauche.
Résistance de 32 Ω : courant de 0,25 A vers le haut.

3. En posant que le fil du bas est à 0 V, l'image suivante vous montre les potentiels des fils.



On remarque qu'il y a une différence de potentiel de 12 V aux bornes de la résistance de 8 Ω. Le courant est donc

$$I_{8\Omega} = \frac{12V}{8\Omega} = 1{,}5A$$

Ce courant est vers le bas, soit du potentiel le plus haut vers le potentiel le plus bas.

On remarque qu'il y a une différence de potentiel de 8 V aux bornes de la résistance de 24 Ω. Le courant est donc

$$I_{24\Omega} = \frac{8V}{24\Omega} = \tfrac{1}{3}A$$

Ce courant est vers le bas, soit du potentiel le plus haut vers le potentiel le plus bas.

On remarque qu'il y a une différence de potentiel de 10 V aux bornes de la résistance de 15 Ω. Le courant est donc

$$I_{15\Omega} = \frac{10V}{15\Omega} = \tfrac{2}{3}A$$

Ce courant est vers la gauche, soit du potentiel le plus haut vers le potentiel le plus bas.

Nos réponses sont donc :

Résistance de 8 Ω : courant de 1,5 A vers le bas.
Résistance de 24 Ω : courant de 1/3 A vers le bas.
Résistance de 15 Ω : courant de 2/3 A vers la gauche.

4. On va supposer que I_1 quitte le nœud à gauche de la résistance R_1. À ce nœud, on a alors

$$12A + 9A + 4A = I_1$$
$$I_1 = 25A$$

Le courant I_1 est donc de 25 A vers la droite.

Pour le nœud à droite de la résistance R_1, on a, en supposant que I_2 part du nœud,

$$25A + 4A = 6A + I_2$$
$$I_2 = 23A$$

Le courant I_2 est donc de 23 A vers la droite et vers le bas.

Pour le nœud à droite en bas et à droite de la résistance R_2, on a, en supposant que I_3 part du nœud,

$$23A = 3A + I_3$$
$$I_3 = 20A$$

Le courant I_3 est donc de 20 A vers le bas et un peu vers la gauche.

5. On va supposer que I_1 quitte le nœud à gauche de la résistance R_1. À ce nœud, on a alors

$$20A = I_1 + 9A$$
$$I_1 = 11A$$

Le courant I_1 est donc de 11 A vers la droite.

Pour le nœud à droite de la résistance R_1, on a, en supposant que I_2 part du nœud,

$$11A = 5A + I_2$$
$$I_2 = 6A$$

Le courant I_2 est donc de 6 A vers la droite.

Pour le nœud à droite de la résistance R_2, on a, en supposant que I_3 part du nœud,

$$6A + 8A = I_3$$
$$I_3 = 14A$$

Le courant I_3 est donc de 14 A vers le bas.

Pour le nœud en bas de la résistance R_3, on a, en supposant que I_4 part du nœud,

$$14A = 4A + I_4$$
$$I_4 = 10A$$

Le courant I_4 est donc de 10 A vers le bas.

6. a)

On va supposer que le courant va dans le sens des aiguilles d'une montre. On va faire la loi des mailles en allant aussi dans le sens des aiguilles d'une montre en partant du coin supérieur droit (point B). On a alors

$$-7\Omega \cdot I - 12V - 12\Omega \cdot I - 14\Omega \cdot I + 20V - 19\Omega \cdot I + 5V = 0$$
$$-52\Omega \cdot I - 13V = 0$$
$$I = 0,25A$$

Puisque la réponse est positive, le courant est dans le sens supposé, donc dans le sens des aiguilles d'une montre.

b) On va passer du point B au point A en suivant les mêmes règles que pour les lois de Kirchhoff. On va passer par le fil de droite et le fil du bas. On a alors

$$\begin{aligned}\Delta V &= -7\Omega \cdot 0,25A - 12V - 12\Omega \cdot 0,25A \\ &= -16,75V\end{aligned}$$

La réponse négative veut simplement dire que le potentiel du point d'arrivée (point A) a un potentiel plus bas que le point de départ (point B). Comme on demandait la différence de potentiel entre ces points, le signe n'a pas d'importance. La différence de potentiel est donc de 16,75 V.

(On aurait pu aussi passer par le fil du haut et le fil de gauche pour passer de B à A. On aurait eu alors

$$\begin{aligned}\Delta V &= -5V + 19\Omega \cdot 0,25A - 20V + 14\Omega \cdot 0,25A \\ &= -16,75V\end{aligned}$$

qui est la même réponse.)

7. On va faire la loi des mailles en allant dans le sens des aiguilles d'une montre en partant du coin supérieur droit. On a alors

$$-R\cdot 2A+36V-3\Omega\cdot 2A-12V-2\Omega\cdot 2A=0$$
$$R\cdot 2A=36V-3\Omega\cdot 2A-12V-2\Omega\cdot 2A$$
$$R\cdot 2A=14V$$
$$R=7\Omega$$

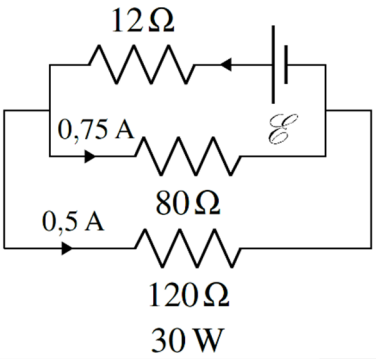
8. Trouvons la différence de potentiel et le courant pour la résistance de 120 Ω. On a

$$P=RI^2 \quad\rightarrow\quad 30W=120\Omega\cdot I^2 \quad\rightarrow\quad I=0,5A$$
$$\Delta V=RI \quad\rightarrow\quad \Delta V=120\Omega\cdot 0,5A \quad\rightarrow\quad \Delta V=60V$$

La résistance de 80 Ω étant en parallèle avec celle de 120 Ω, la différence de potentiel aux bornes de cette résistance est aussi de 60 V. Le courant dans la résistance de 80 Ω est donc

$$\Delta V=RI \quad\rightarrow\quad 60V=80\Omega\cdot I \quad\rightarrow\quad I=0,75A$$

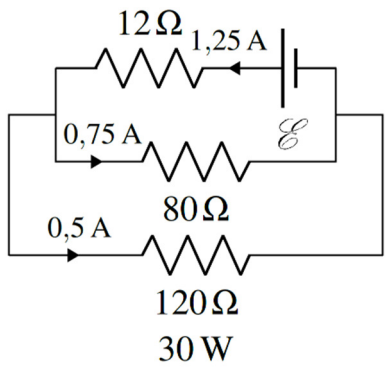
On a donc la situation suivante.



En appliquant la loi des nœuds (nœud de gauche), on trouve le courant dans la résistance de 12 Ω.

$$I=0,5A+0,75A=1,25A$$

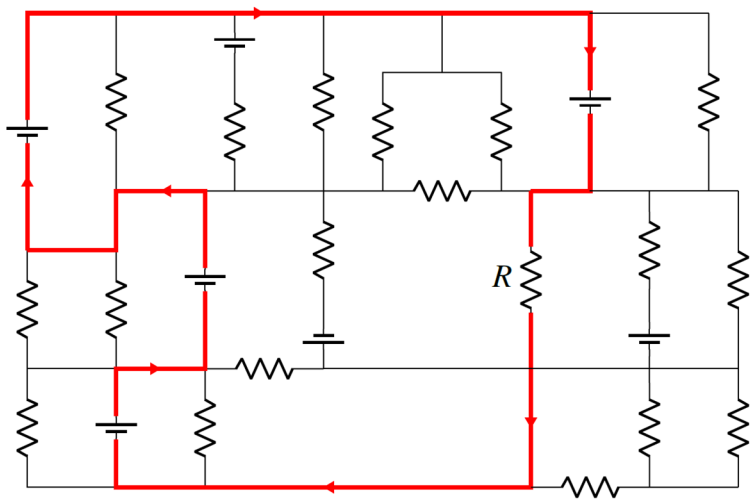
On a alors



On va alors faire une loi des mailles pour trouver la différence de potentiel de la source. On va faire le tour de la maille du haut dans le sens contraire des aiguilles d'une montre en partant du coin supérieur droit. On a alors

$$\mathscr{E} - 12\Omega \cdot 1,25A - 80\Omega \cdot 0,75A = 0$$
$$\mathscr{E} = 75V$$

9. La super maille de ce circuit est



L'équation de cette maille est (on part du coin supérieur droit et en allant dans la direction montrée sur la figure. On suppose que le courant dans la résistance est vers le bas.)

$$-8V - 4\Omega \cdot I + 8V + 8V + 8V = 0$$
$$-4\Omega \cdot I + 16V = 0$$
$$I = 4A$$

Comme la réponse est positive, le courant est dans le sens supposé, donc vers le bas.

10. Les résistances de 7 Ω et de 5 Ω sont en série. La résistance équivalente est donc

$$R_{eq1} = 7\Omega + 5\Omega = 12\Omega$$

Cette résistance est ensuite en parallèle avec une résistance de 6 Ω. On a donc

$$\frac{1}{R_{eq2}} = \frac{1}{12\Omega} + \frac{1}{6\Omega}$$
$$R_{eq2} = 4\Omega$$

Cette résistance est finalement en série avec des résistances de 4 Ω et 3 Ω. On a donc

$$R_{eq3} = 4\Omega + 4\Omega + 3\Omega = 11\Omega$$

11. La différence de potentiel aux bornes de la résistance de 70 Ω est

$$\begin{aligned}\Delta V &= RI \\ &= 70\Omega \cdot 0,2A \\ &= 14V\end{aligned}$$

Comme la différence de potentiel aux bornes de la source est de 30 V, la différence de potentiel aux bornes des trois résistances en parallèle est

$$\Delta V = 30V - 14V = 16V$$

On peut trouver la résistance équivalente de ces trois résistances puisqu'il passerait un courant de 0,2 A dans la résistance équivalente. La résistance équivalente est donc

$$\Delta V = R_{eq} \cdot I$$
$$16V = R_{eq} \cdot 0,2A$$
$$R_{eq} = 80\Omega$$

On a donc

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{240\Omega} + \frac{1}{320\Omega} + \frac{1}{R}$$
$$R = 192\Omega$$

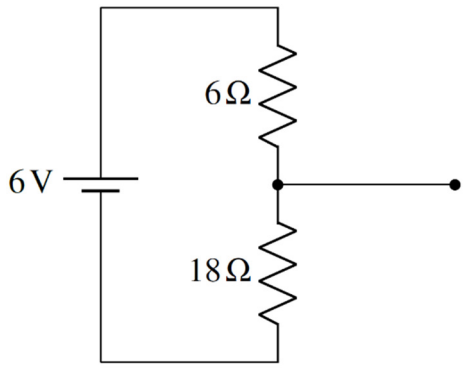
12. Les résistances de 10 Ω et 15 Ω sont en parallèle. La résistance équivalente est

$$\frac{1}{R_{eq1}} = \frac{1}{10\Omega} + \frac{1}{15\Omega}$$
$$R_{eq1} = 6\Omega$$

Les résistances de 30 Ω et 45 Ω sont en parallèle. La résistance équivalente est

$$\frac{1}{R_{eq2}} = \frac{1}{30\Omega} + \frac{1}{45\Omega}$$
$$R_{eq2} = 18\Omega$$

Ensuite, ces deux résistances équivalentes sont en série.



On a donc

$$\begin{aligned} R_{eq} &= R_{eq1} + R_{eq2} \\ &= 6\Omega + 18\Omega \\ &= 24\Omega \end{aligned}$$

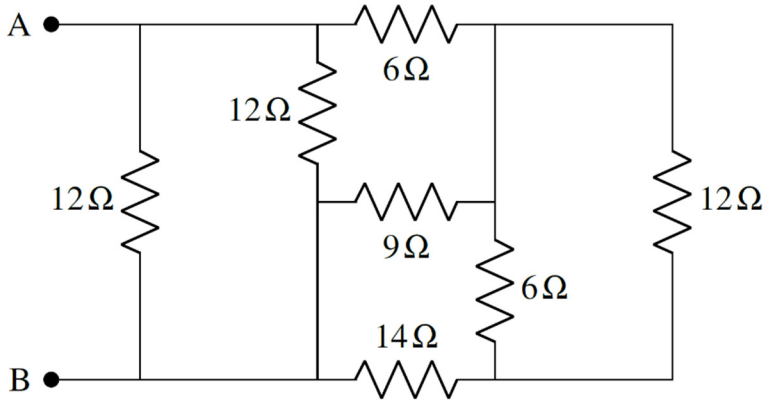
Le courant fourni par la pile est donc

$$\Delta V = R_{eq} I$$
$$6V = 24\Omega \cdot I$$
$$I = 0,25A$$

13. Premièrement, on a deux résistances de 6 Ω en série sur la branche la plus à droite et la branche le plus à gauche. La résistance équivalente est

$$R_{eq1} = 6\Omega + 6\Omega = 12\Omega$$

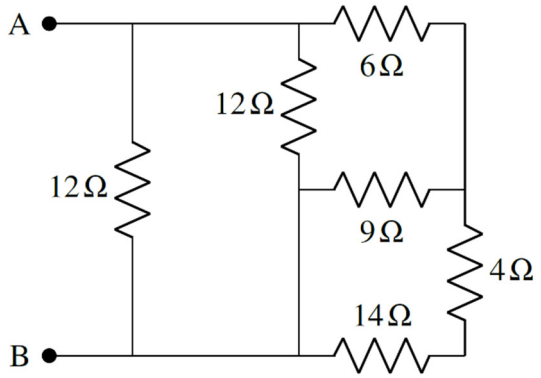
On a alors le circuit suivant.



À droite, nous avons alors une résistance de 12 Ω en parallèle avec une résistance de 6 Ω. La résistance équivalente est

$$\frac{1}{R_{eq2}} = \frac{1}{12\Omega} + \frac{1}{6\Omega}$$
$$R_{eq2} = 4\Omega$$

On a alors le circuit suivant.

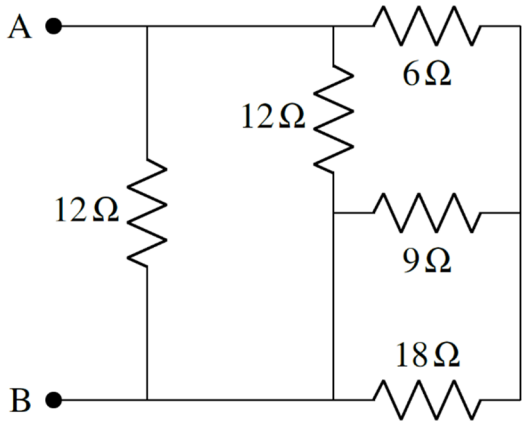


(Remarquez la façon de remplacer des résistances en parallèle par la résistance équivalente : la résistance équivalente prend la place d'une des résistances en parallèle et on efface les branches où il y avait les autres résistances en parallèle.)

En bas à droite, nous avons alors une résistance de 4 Ω en série avec une résistance de 14 Ω. La résistance équivalente est

$$R_{eq3} = 4\Omega + 14\Omega = 18\Omega$$

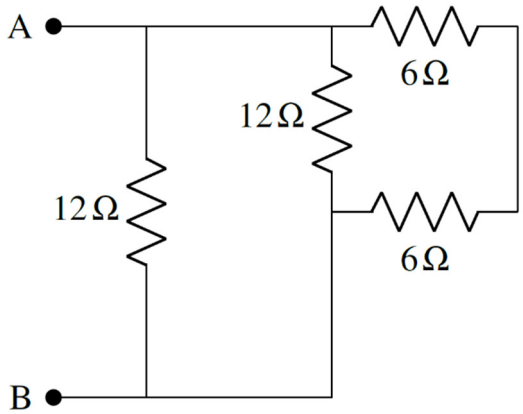
On a alors le circuit suivant.



En bas à droite, nous avons alors une résistance de 18 Ω en parallèle avec une résistance de 9 Ω. La résistance équivalente est

$$\frac{1}{R_{eq4}} = \frac{1}{18\Omega} + \frac{1}{9\Omega}$$
$$R_{eq4} = 6\Omega$$

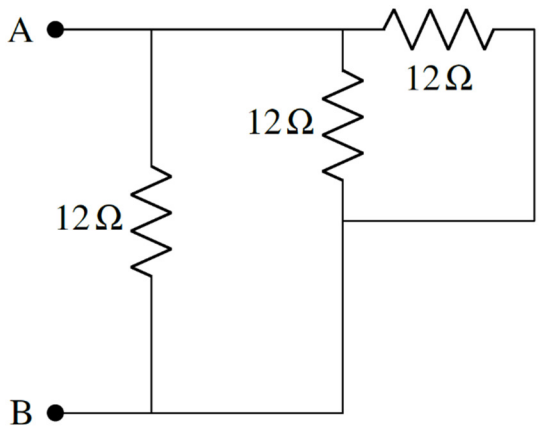
On a alors le circuit suivant.



En haut à droite, nous avons alors une résistance de 6 Ω en série avec une résistance de 6 Ω. La résistance équivalente est

$$R_{eq5} = 6\Omega + 6\Omega = 12\Omega$$

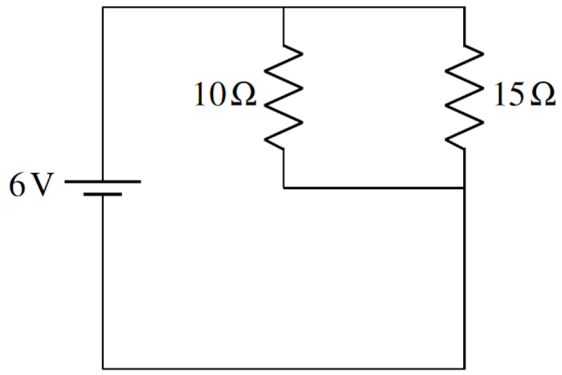
On a alors le circuit suivant.



Nous avons alors trois résistances de 12 Ω en parallèle. La résistance équivalente est

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{12\Omega} + \frac{1}{12\Omega} + \frac{1}{12\Omega}$$
$$R_{eq} = 4\Omega$$

14. La résistance de 30 Ω étant court-circuitée, on peut simplifier le circuit en effaçant la branche où est située cette résistance. On a alors le circuit suivant.



Il ne reste alors que les résistances de 10 Ω et 15 Ω sont en parallèle. La résistance équivalente est

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{10\Omega} + \frac{1}{15\Omega}$$
$$R_{eq} = 6\Omega$$

Le courant fourni par la pile est donc

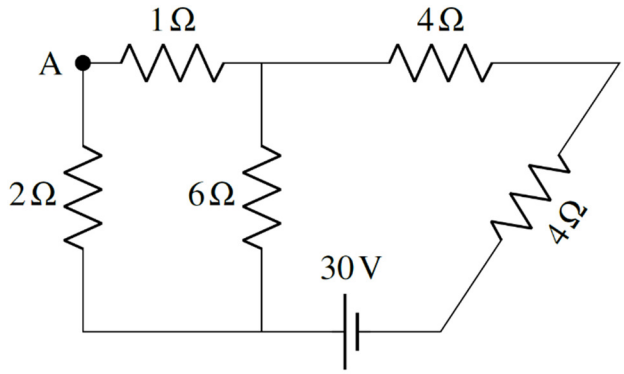
$$\Delta V = R_{eq} I$$
$$6V = 6\Omega \cdot I$$
$$I = 1A$$

15. a)

À droite, nous avons une résistance de 20 Ω en parallèle avec une résistance de 5 Ω. La résistance équivalente est

$$\frac{1}{R_{eq1}} = \frac{1}{20\Omega} + \frac{1}{5\Omega}$$
$$R_{eq1} = 4\Omega$$

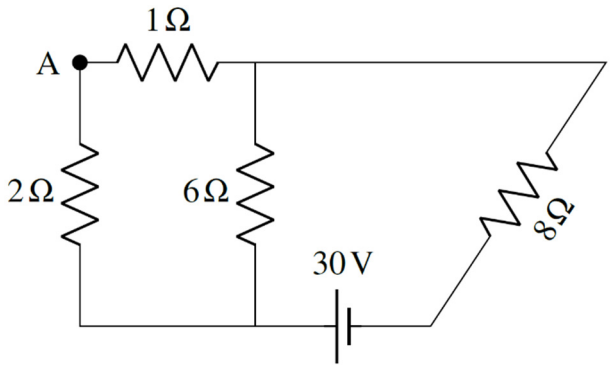
On a alors le circuit suivant.



À droite, nous avons alors une résistance de 4 Ω en série avec une résistance de 4 Ω. La résistance équivalente est

$$R_{eq2} = 4\Omega + 4\Omega = 8\Omega$$

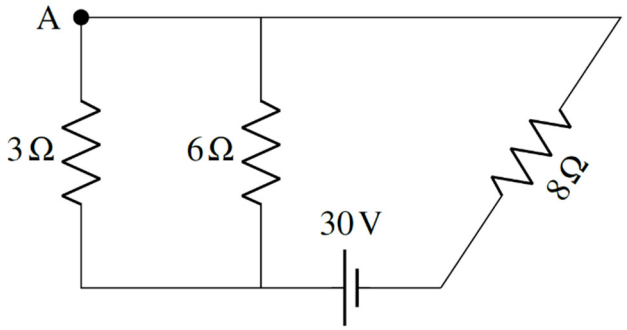
On a alors le circuit suivant.



À gauche, nous avons alors une résistance de 2 Ω en série avec une résistance de 1 Ω. La résistance équivalente est

$$R_{eq3} = 2\Omega + 1\Omega = 3\Omega$$

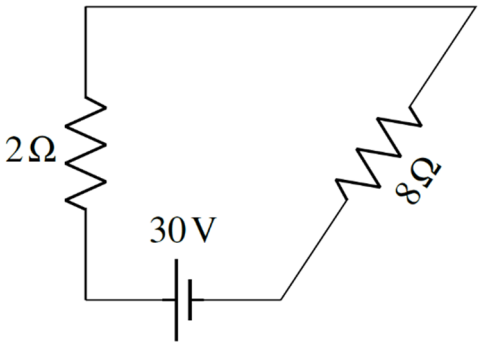
On a alors le circuit suivant.



À gauche, nous avons une résistance de 3 Ω en parallèle avec une résistance de 6 Ω. La résistance équivalente est

$$\frac{1}{R_{eq4}} = \frac{1}{3\Omega} + \frac{1}{6\Omega}$$
$$R_{eq4} = 2\Omega$$

On a alors le circuit suivant.



Il ne reste alors qu'une résistance de 2 Ω en série avec une résistance de 8 Ω. La résistance équivalente est

$$R_{eq} = 2\Omega + 8\Omega = 10\Omega$$

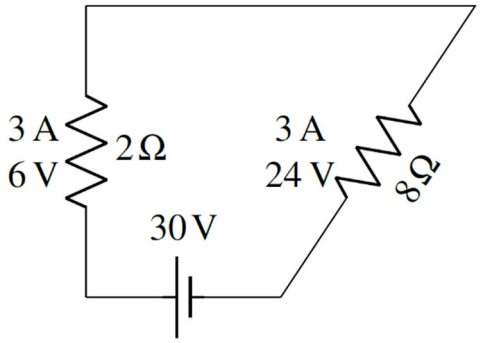
b) Le courant fourni par la pile est

$$\Delta V = RI$$
$$30V = 10\Omega \cdot I$$
$$I = 3A$$

Il y a donc un courant de 3 A qui passe par les résistances équivalentes de 2 Ω et 8 Ω. Les différences de potentiel aux bornes de ces résistances sont alors

$$\Delta V = 2\Omega \cdot 3A = 6V$$
$$\Delta V = 8\Omega \cdot 3A = 24V$$

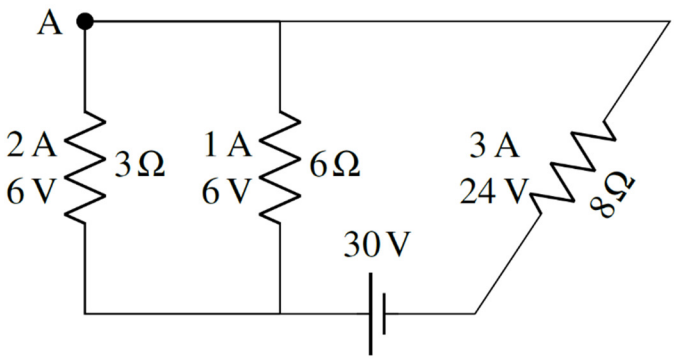
On a alors la situation suivante.



On va alors ramener les résistances en parallèle de gauche. En parallèle, les résistances ont la même différence de potentiel que la résistance équivalente. La différence de potentiel aux bornes de ces résistances est donc aussi de 6 V. Les courants sont donc

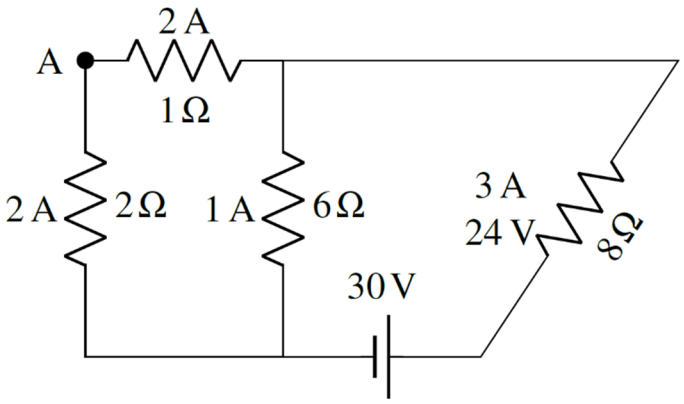
$$6V = 3\Omega \cdot I \quad \rightarrow \quad I = 2A$$
$$6V = 6\Omega \cdot I \quad \rightarrow \quad I = 1A$$

On a donc la situation suivante.



On va alors ramener les résistances en série de gauche. En série, les résistances ont le même courant que la résistance équivalente. Le courant dans ces résistances est donc aussi de 2 A.

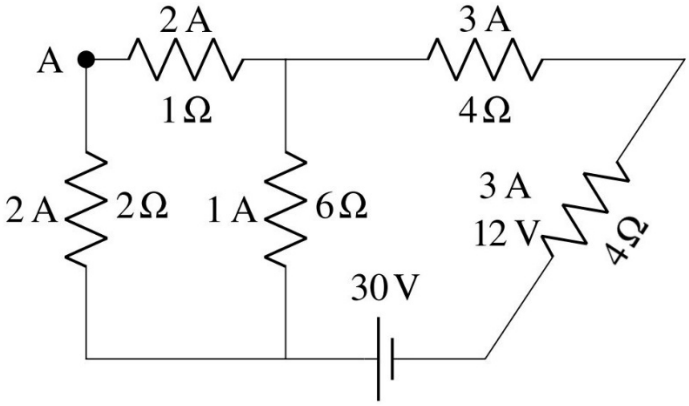
On a donc la situation suivante.



On va alors ramener les résistances en série de droite. En série, les résistances ont le même courant que la résistance équivalente. Le courant dans ces résistances est donc aussi de 3 A. Les différences de potentiel sont donc

$$\Delta V = 4\Omega \cdot 3A \quad \rightarrow \quad \Delta V = 12V$$
$$\Delta V = 4\Omega \cdot 3A \quad \rightarrow \quad \Delta V = 12V$$

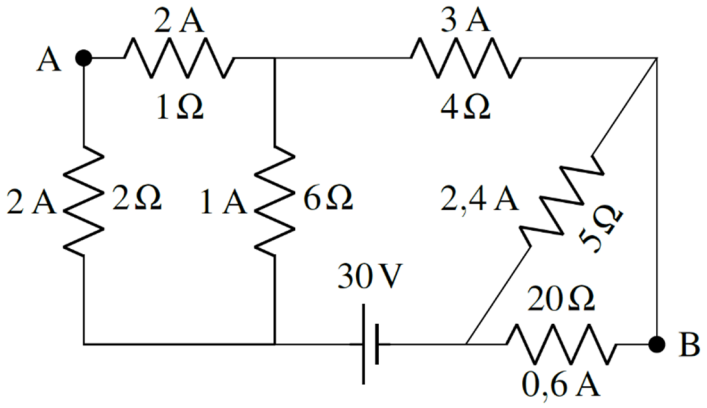
On a donc la situation suivante.



On va alors ramener les résistances en parallèle de droite. En parallèle, les résistances ont la même différence de potentiel que la résistance équivalente. La différence de potentiel aux bornes de ces résistances est donc aussi de 12 V. Les courants sont donc

$$12V = 5\Omega \cdot I \quad \rightarrow \quad I = 2,4A$$
$$12V = 20\Omega \cdot I \quad \rightarrow \quad I = 0,6A$$

Les courants sont donc



c) Le courant fourni par la source est le même que celui qui passait par la résistance équivalente, soit 3 A.

d) Les puissances dissipées dans chaque résistance sont

$$P_{2\Omega} = 2\Omega \cdot (2A)^2 = 8W$$
$$P_{1\Omega} = 1\Omega \cdot (2A)^2 = 4W$$
$$P_{6\Omega} = 6\Omega \cdot (1A)^2 = 6W$$
$$P_{4\Omega} = 4\Omega \cdot (3A)^2 = 36W$$
$$P_{5\Omega} = 5\Omega \cdot (2,4A)^2 = 28,8W$$
$$P_{20\Omega} = 20\Omega \cdot (0,6A)^2 = 7,2W$$

La somme de ces puissances est 90 W. Remarquez qu'on aurait pu y arriver plus rapidement parce que la somme des puissances dissipée par les résistances d'un circuit est toujours égale à la puissance dissipée par la résistance équivalente. La résistance équivalente est de 10 Ω et elle est traversée par un courant de 10 A. La puissance dissipée est donc de

$$P = 10\Omega \cdot (3A)^2 = 90W$$

e) La puissance de la source est

$$\begin{aligned} P &= I\mathscr{E} \\ &= 3A \cdot 30V \\ &= 90W \end{aligned}$$

Notez que la somme des puissances des sources est toujours égale à la somme des puissances dissipées par les résistances.

f) On va passer du point A au point B en passant par un chemin qui suit le fil du haut et le fil de droite. On passe alors à travers les résistances de 1 Ω et de 4 Ω. Dans ces deux résistances, le courant est vers la droite, donc dans le même sens que notre trajectoire. En appliquant les mêmes règles que pour la loi des mailles, on a

$$\Delta V = -1\Omega \cdot 2A - 4\Omega \cdot 3A = -14V$$

Le signe négatif veut dire que le potentiel du point B est inférieur de 14 V au potentiel du point A. Ici, on s'intéresse uniquement à la différence entre les deux et le signe n'a pas d'importance. La différence de potentiel est donc de 14 V.

16. Puisque la différence de potentiel aux bornes du fil doit être de 3,5 % de la différence de potentiel de la source, la différence de potentiel aux bornes de la résistance qui représente la résistance des fils est de

$$\begin{aligned} \Delta V &= 0,035 \cdot 28V \\ &= 0,98V \end{aligned}$$

On va arrondir à 1 V.

Puisque le courant sera de 12,5 A, la résistance du fil doit être de

$$\begin{aligned} \Delta V &= RI \\ 1V &= R \cdot 12,5A \\ R &= 0,08\Omega \end{aligned}$$

En utilisant la formule de la résistance du fil, on a

$$R = \rho \frac{l}{A}$$
$$0,08\Omega = 1,72\times10^{-8}\,\Omega m \cdot \frac{9,144m}{A}$$
$$A = 1,72\times10^{-8}\,\Omega m \cdot \frac{9,144m}{0,08\Omega}$$
$$A = 1,966\times10^{-6}\,m^2$$

Puisque l'aire du bout du fil est $A = \pi r^2$, le rayon est

$$\pi r^2 = 1,966\times10^{-6}\,m^2$$
$$r = 7,911\times10^{-4}\,m$$
$$r = 0,7911mm$$

Le diamètre est donc de

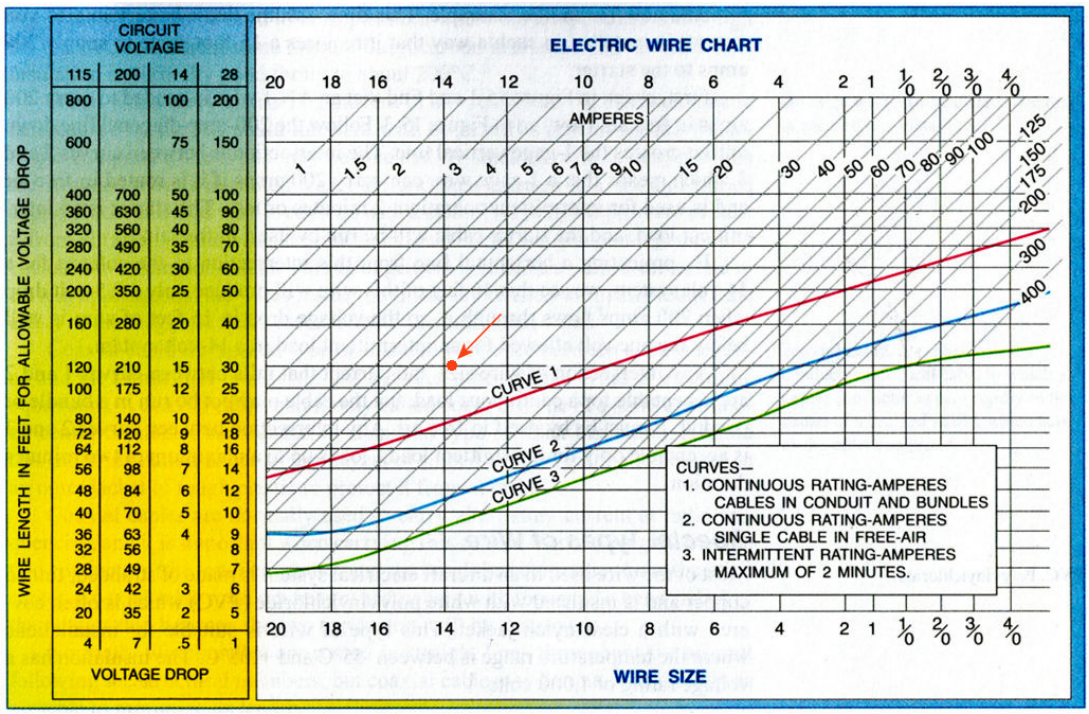
$$\begin{aligned} d &= 2r \\ &= 1,582mm \end{aligned}$$

La formule du calibre donne

$$\begin{aligned} n &= 36 - \tfrac{39}{\ln 92}\ln\left(\tfrac{d}{0,127mm}\right) \\ &= 36 - \tfrac{39}{\ln 92}\ln\left(\tfrac{1,582mm}{0,127mm}\right) \\ &= 14,25 \end{aligned}$$

En arrondissant vers le bas, on trouve que le calibre est 14.

On peut aussi trouver la réponse avec le diagramme. Si on place le point pour un fil de 30 pieds à 28 V transportant un courant de 12,5 A, on obtient un point un peu avant 14, ce qui donne un calibre de 13.



Il arrive qu'il y ait un décalage de 1 entre la table et le calcul. On va accepter les 2 réponses dans ce cas.

17. Puisque la différence de potentiel aux bornes du fil doit être de 3,5 % de la différence de potentiel de la source, la différence de potentiel aux bornes de la résistance qui représente la résistance des fils est de

$$\begin{aligned}\Delta V &= 0,035 \cdot 115V \\ &= 4,025V\end{aligned}$$

On va arrondir à 4 V. La différence de potentiel aux bornes de l'appareil est donc

$$115V - 4V = 111V$$

Puisque la puissance utilisée par l'appareil est de 1150 W, le courant dans le circuit est

$$\begin{aligned}P &= I\Delta V \\ 1150W &= I \cdot 111V \\ I &= 10,36A\end{aligned}$$

Puisque le courant dans les fils est aussi de 10,36 A, la résistance des fils est

$$\Delta V = RI$$
$$4V = R \cdot 10,36A$$
$$R = 0,3861\Omega$$

En utilisant la formule de la résistance du fil, on a

$$R = \rho \frac{l}{A}$$
$$0,3861\Omega = 1,72 \times 10^{-8} \Omega m \cdot \frac{30,48m}{A}$$
$$A = 1,72 \times 10^{-8} \Omega m \cdot \frac{30,48m}{0,3861\Omega}$$
$$A = 1,358 \times 10^{-6} m^2$$

Puisque l'aire du bout du fil est $A = \pi r^2$, le rayon est

$$\pi r^2 = 1,358 \times 10^{-6} m^2$$
$$r = 6,574 \times 10^{-4} m$$
$$r = 0,6574mm$$

Le diamètre est donc de

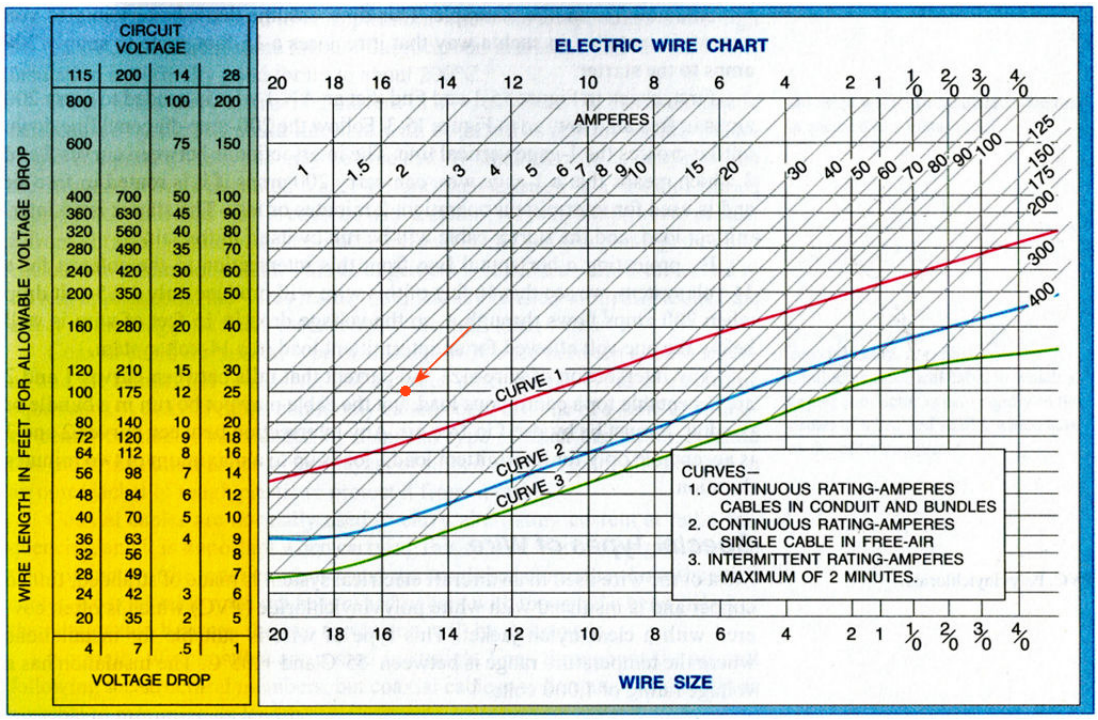
$$\begin{aligned} d &= 2r \\ &= 1,315mm \end{aligned}$$

La formule du calibre donne

$$\begin{aligned} n &= 36 - \tfrac{39}{\ln 92} \ln\left(\tfrac{d}{0,127mm}\right) \\ &= 36 - \tfrac{39}{\ln 92} \ln\left(\tfrac{1,315mm}{0,127mm}\right) \\ &= 15,84 \end{aligned}$$

En arrondissant vers le bas, on trouve que le calibre est 15.

On peut aussi trouver la réponse avec le diagramme. Si on place le point pour un fil de 100 pieds à 115 V transportant un courant de 10,36 A, on obtient un point de calibre 15.



18. Puisque la différence de potentiel aux bornes du fil doit être de 3,5 % de la différence de potentiel de la source, la différence de potentiel aux bornes de la résistance qui représente la résistance des fils est de

$$\begin{aligned}\Delta V &= 0,035 \cdot 28V \\ &= 0,98V\end{aligned}$$

On va arrondir à 1 V.

Puisque la puissance fournie par la source est de 2500 W, le courant dans le circuit est

$$\begin{aligned}P &= I\Delta V \\ 1120W &= I \cdot 28V \\ I &= 40A\end{aligned}$$

La résistance des fils est donc de

$$\begin{aligned}\Delta V &= RI \\ 1V &= R \cdot 40A \\ R &= 0,025\Omega\end{aligned}$$

En utilisant la formule de la résistance du fil, on a

$$R = \rho \frac{l}{A}$$
$$0,025\Omega = 2,82\times10^{-8}\,\Omega m \cdot \frac{6,096m}{A}$$
$$A = 2,82\times10^{-8}\,\Omega m \cdot \frac{6,096m}{0,025\Omega}$$
$$A = 6,876\times10^{-6}\,m^2$$

Puisque l'aire du bout du fil est $A = \pi r^2$, le rayon est

$$\pi r^2 = 6,876\times10^{-6}\,m^2$$
$$r = 6,990\times10^{-4}\,m$$
$$r = 1,479mm$$

Le diamètre est donc de

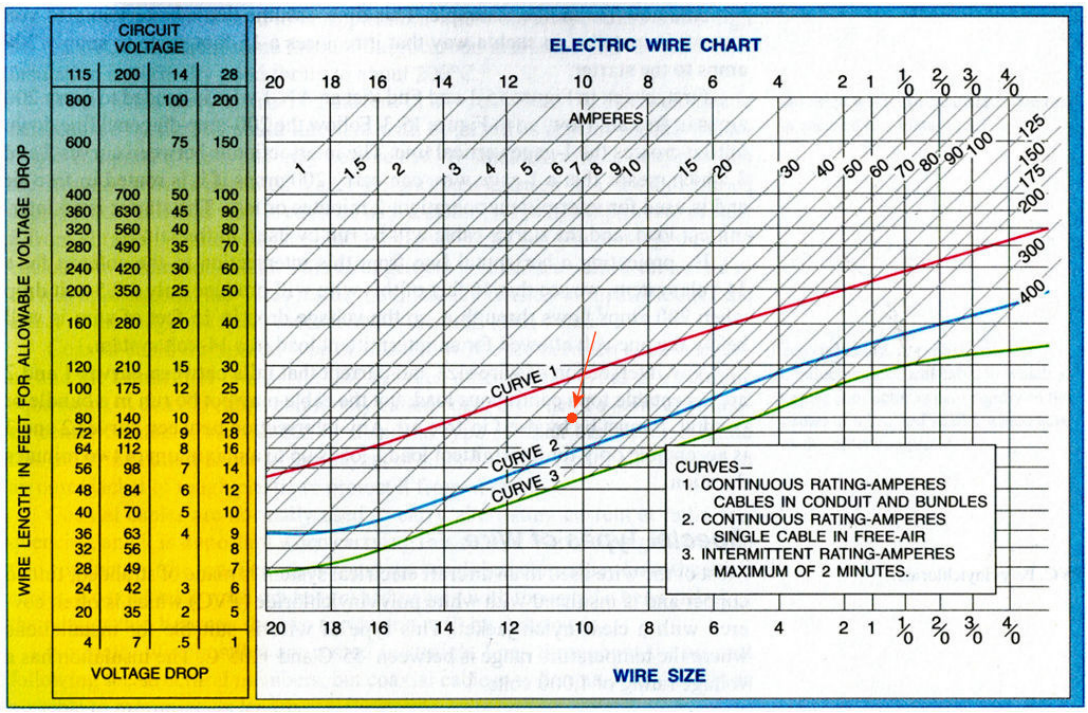
$$\begin{aligned} d &= 2r \\ &= 2,958mm \end{aligned}$$

La formule du calibre donne

$$\begin{aligned} n &= 36 - \tfrac{39}{\ln 92}\ln\left(\tfrac{d}{0,127mm}\right) \\ &= 36 - \tfrac{39}{\ln 92}\ln\left(\tfrac{2,958mm}{0,127mm}\right) \\ &= 8,85 \end{aligned}$$

En arrondissant vers le bas, on trouve que le calibre est 8.

On peut aussi trouver la réponse avec le diagramme. Si on place le point pour un fil de 20 pieds à 28 V transportant un courant de 40 A, on obtient un point de calibre 10. Puisque c'est un fil en aluminium, on doit soustraire 2, ce qui donne un calibre de 8.



19. Le diamètre est

$$\begin{aligned} d &= 0{,}127mm \cdot 92^{(36-n)/39} \\ &= 0{,}127mm \cdot 92^{(36-8)/39} \\ &= 0{,}127mm \cdot 92^{28/39} \\ &= 3{,}264mm \end{aligned}$$

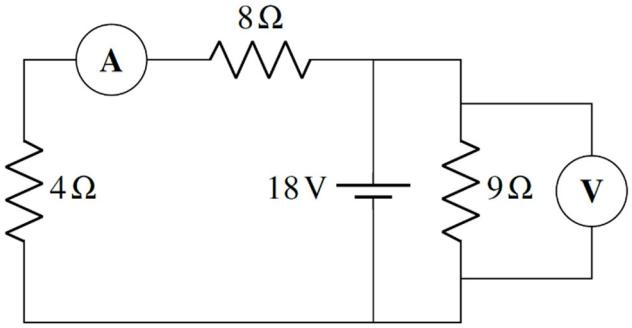
20. Pour le voltmètre, c'est assez facile. Le voltmètre mesure la différence de potentiel aux bornes de la résistance de 9 Ω, qui est en parallèle avec la source de 18 V. Le voltmètre indique donc 18 V.

Pour trouver la valeur affichée par l'ampèremètre, il faut trouver le courant qui va vers la partie gauche du circuit. Pour trouver ce courant, il faut trouver la résistance équivalente de la partie de gauche du circuit. On a premièrement deux résistances en parallèle. La résistance équivalente est

$$\frac{1}{R_{eq1}} = \frac{1}{12\Omega} + \frac{1}{6\Omega}$$

$$R_{eq1} = 4\Omega$$

On a donc la situation suivante.



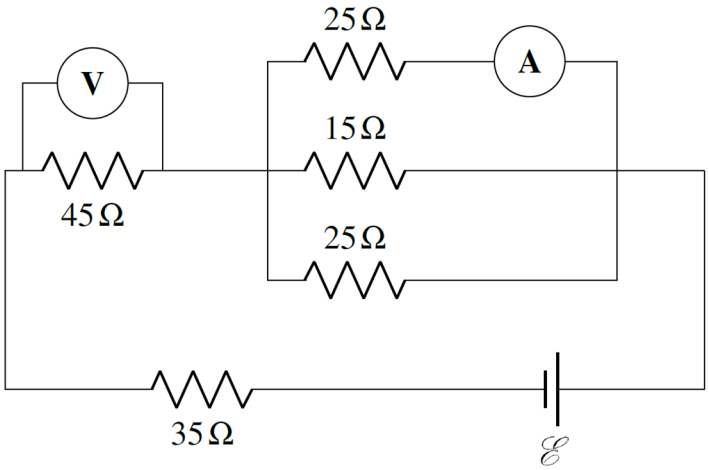
On voit assez facilement que la résistance équivalente est de 12 Ω pour la partie gauche du circuit. Cette résistance équivalente est branchée aux bornes de la pile de 18 V. Le courant est donc

$$\Delta V = RI$$
$$18V = 12\Omega \cdot I$$
$$I = 1{,}5A$$

C'est la valeur affichée par l'ampèremètre.

21. a)

On va premièrement simplifier un peu le circuit en prenant la résistance équivalente des résistances de 10 Ω et 15 Ω en série. On a alors le circuit suivant



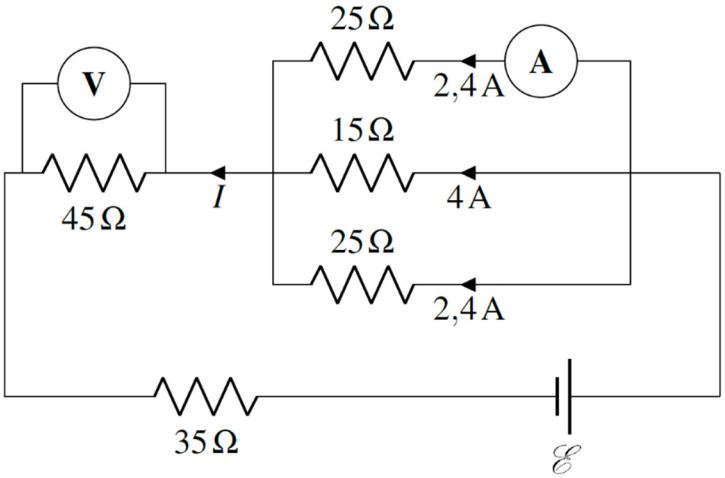
On peut alors trouver la différence de potentiel aux bornes des trois résistances en parallèle puisque la différence de potentiel aux bornes de ces résistances est la même que celle de 25 Ω du haut. La différence de potentiel est

$$\begin{aligned}\Delta V &= RI \\ &= 25\Omega \cdot 2,4A \\ &= 60V\end{aligned}$$

De là, on peut trouver le courant dans les 2 autres résistances en parallèle.

$$\Delta V = RI \quad \rightarrow \quad 60V = 15\Omega \cdot I \quad \rightarrow \quad I = 4A$$
$$\Delta V = RI \quad \rightarrow \quad 60V = 25\Omega \cdot I \quad \rightarrow \quad I = 2,4A$$

On va ensuite trouver le courant qui passe par la résistance de 45 Ω. On va appliquer la loi des nœuds sur le nœud de gauche du groupe de trois résistances en parallèle.



On a alors

$$\begin{aligned}2,4A + 4A + 2,4A &= I \\ I &= 8,8A\end{aligned}$$

Il passe donc un courant de 8,8 A par la résistance de 45 Ω. La différence de potentiel aux bornes de cette résistance est

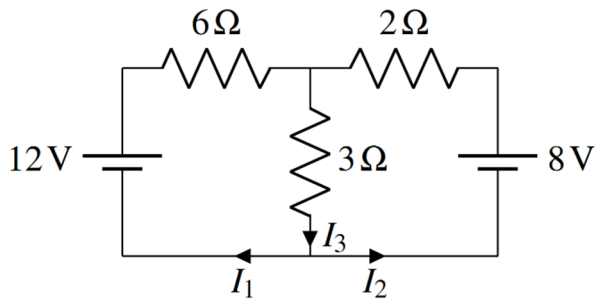
$$\begin{aligned}\Delta V &= RI \\ &= 45\Omega \cdot 8,8A \\ &= 396V\end{aligned}$$

C'est la valeur qu'affiche le voltmètre.

b) Pour trouver la différence de potentiel aux bornes de la source, on va faire une loi des mailles qui passe, dans cet ordre, par la résistance de 35 Ω, la source, la résistance de 15 Ω et la résistance de 45 Ω. On a donc

$$-35\Omega \cdot 8,8A + \mathscr{E} - 15\Omega \cdot 4A - 45\Omega \cdot 8,8A = 0$$
$$\mathscr{E} = 764V$$

22. On va travailler avec ces sens de courant.



La loi des nœuds (nœud du bas) nous donne alors

$$I_1 + I_2 = I_3$$

Pour la première loi de mailles, on va prendre la maille de gauche. On va partir du nœud du haut et aller dans le sens des aiguilles d'une montre. On a alors

$$-3\Omega \cdot I_3 + 12V - 6\Omega \cdot I_1 = 0$$

Pour la deuxième loi de mailles, on va prendre la maille de droite. On va partir du nœud du haut et aller dans le sens contraire des aiguilles d'une montre. On a alors

$$-3\Omega \cdot I_3 + 8V - 2\Omega \cdot I_2 = 0$$

Pour résoudre, on isole I_1 dans la première loi des mailles

$$-3\Omega \cdot I_3 + 12V - 6\Omega \cdot I_1 = 0$$
$$6\Omega \cdot I_1 = -3\Omega \cdot I_3 + 12V$$
$$I_1 = -0,5 \cdot I_3 + 2A$$

et I_2 dans la deuxième loi des mailles

$$-3\Omega \cdot I_3 + 8V - 2\Omega \cdot I_2 = 0$$
$$2\Omega \cdot I_2 = -3\Omega \cdot I_3 + 8V$$
$$I_2 = -1,5 \cdot I_3 + 4A$$

et qu'on remplace ensuite dans la loi des nœuds, on obtient

$$I_1 + I_2 = I_3$$
$$\left(-0,5 \cdot I_3 + 2A\right) + \left(-1,5 \cdot I_3 + 4A\right) = I_3$$
$$-2 \cdot I_3 + 6A = I_3$$
$$6A = 3 \cdot I_3$$
$$I_3 = 2A$$

On trouve ensuite les deux autres courants.

$$\begin{aligned} I_1 &= -0,5 \cdot I_3 + 2A \\ &= -0,5 \cdot 2A + 2A \\ &= 1A \end{aligned}$$

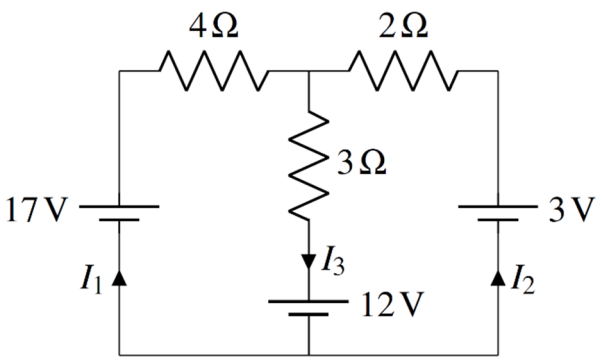
$$\begin{aligned} I_2 &= -1,5 \cdot I_3 + 4A \\ &= -1,5 \cdot 2A + 4A \\ &= 1A \end{aligned}$$

On a donc les courants suivants :

Résistance de 6 Ω : 1 A vers la droite.
Résistance de 3 Ω : 2 A vers le bas.
Résistance de 2 Ω : 1 A vers la gauche.

23. Pour trouver les puissances, il faut connaitre les courants. On va donc faire les lois de Kirchhoff pour déterminer les courants.

On va travailler avec ces sens de courant.



La loi des nœuds (nœud du haut) nous donne alors

$$I_1 + I_2 = I_3$$

Pour la première loi de mailles, on va prendre la maille de gauche. On va partir du nœud du haut et aller dans le sens des aiguilles d'une montre. On a alors

$$-3\Omega \cdot I_3 - 12V + 17V - 4\Omega \cdot I_1 = 0$$
$$-3\Omega \cdot I_3 + 5V - 4\Omega \cdot I_1 = 0$$

Pour la deuxième loi de mailles, on va prendre la maille de droite. On va partir du nœud du haut et aller dans le sens contraire des aiguilles d'une montre. On a alors

$$-3\Omega \cdot I_3 - 12V + 3V - 2\Omega \cdot I_2 = 0$$
$$-3\Omega \cdot I_3 - 9V - 2\Omega \cdot I_2 = 0$$

Pour résoudre, on isole I_1 dans la première loi des mailles

$$-3\Omega \cdot I_3 + 5V - 4\Omega \cdot I_1 = 0$$
$$4\Omega \cdot I_1 = -3\Omega \cdot I_3 + 5V$$
$$I_1 = -0,75 \cdot I_3 + 1,25A$$

et I_2 dans la deuxième loi des mailles

$$-3\Omega \cdot I_3 - 9V - 2\Omega \cdot I_2 = 0$$
$$2\Omega \cdot I_2 = -3\Omega \cdot I_3 - 9V$$
$$I_2 = -1,5 \cdot I_3 - 4,5A$$

et qu'on remplace ensuite dans la loi des nœuds, on obtient

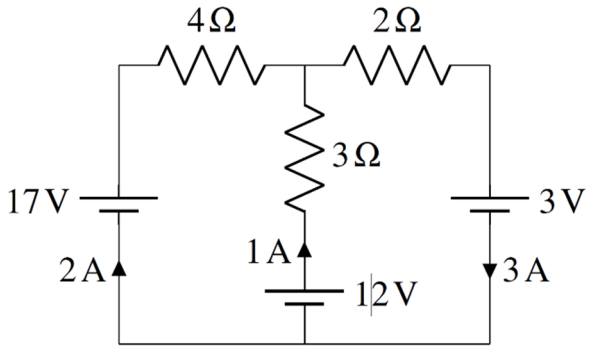
$$I_1 + I_2 = I_3$$
$$\left(-0,75 \cdot I_3 + 1,25A\right) + \left(-1,5 \cdot I_3 - 4,5A\right) = I_3$$
$$-2,25 \cdot I_3 - 3,25A = I_3$$
$$-3,25A = 3,25 \cdot I_3$$
$$I_3 = -1A$$

On trouve ensuite les deux autres courants.

$$\begin{aligned} I_1 &= -0,75 \cdot I_3 + 1,25A \\ &= -0,75 \cdot -1A + 1,25A \\ &= 2A \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_2 &= -1,5 \cdot I_3 - 4,5A \\ &= -1,5 \cdot -1A - 4,5A \\ &= -3A \end{aligned}$$

On a donc les courants suivants.



a) Les puissances dissipées par les résistances sont donc

$$P_{4\Omega} = 4\Omega \cdot \left(2A\right)^2 = 16W$$
$$P_{3\Omega} = 3\Omega \cdot \left(1A\right)^2 = 3W$$
$$P_{2\Omega} = 2\Omega \cdot \left(3A\right)^2 = 18W$$

b) Les puissances fournies par les sources sont

$$P_{17V} = 17V \cdot 2A = 34W$$
$$P_{12V} = 12V \cdot 1A = 12W$$
$$P_{3V} = -3V \cdot 3A = -9W$$

Pour le signe, il faut se rappeler qu'on met un négatif quand le courant arrive à la plaque positive de la source. On obtient alors une puissance fournie, négative, ce qui correspond à une puissance reçue. La pile de 3 V reçoit donc 9 W de puissance. C'est une pile qui se charge.

c) La somme des puissances perdue en chaleur dans les résistances est

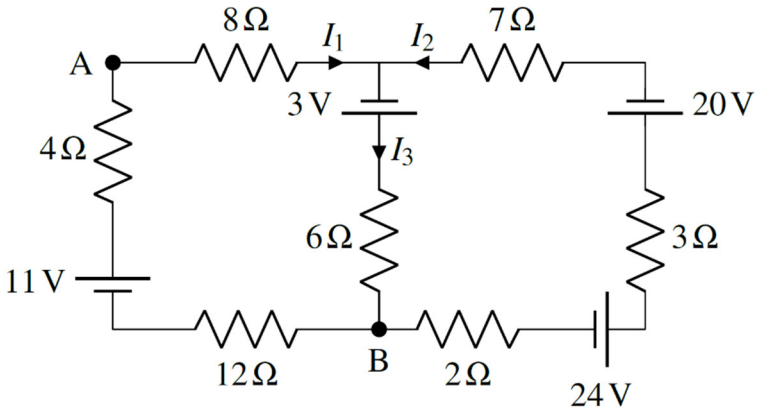
$$16\text{ W} + 3\text{ W} + 18\text{ W} = 37\text{ W}$$

La somme des énergies fournies par les piles est

$$34\text{ W} + 12\text{ W} - 9\text{W} = 37\text{ W}$$

On voit qu'effectivement, la somme des énergies fournies par les sources est égale à la somme des énergies perdues en chaleur dans les résistances.

24. a) On va travailler avec ces sens de courant.



La loi des nœuds (nœud du haut) nous donne alors

$$I_1 + I_2 = I_3$$

Pour la première loi de mailles, on va prendre la maille de gauche. On va partir du nœud du haut et aller dans le sens des aiguilles d'une montre. On a alors

$$3V - 6\Omega \cdot I_3 - 12\Omega \cdot I_1 + 11V - 4\Omega \cdot I_1 - 8\Omega \cdot I_1 = 0$$
$$-6\Omega \cdot I_3 + 14V - 24\Omega \cdot I_1 = 0$$

Pour la deuxième loi de mailles, on va prendre la maille de droite. On va partir du nœud du haut et aller dans le sens contraire des aiguilles d'une montre. On a alors

$$3V - 6\Omega \cdot I_3 - 2\Omega \cdot I_2 + 24V - 3\Omega \cdot I_2 - 20V - 7\Omega \cdot I_2 = 0$$
$$-6\Omega \cdot I_3 + 7V - 12\Omega \cdot I_2 = 0$$

Pour résoudre, on isole I_1 dans la première loi des mailles

$$-6\Omega \cdot I_3 + 14V - 24\Omega \cdot I_1 = 0$$
$$24\Omega \cdot I_1 = -6\Omega \cdot I_3 + 14V$$
$$I_1 = -\tfrac{6}{24} \cdot I_3 + \tfrac{14}{24} A$$

et I_2 dans la deuxième loi des mailles.

$$-6\Omega \cdot I_3 + 7V - 12\Omega \cdot I_2 = 0$$
$$12\Omega \cdot I_2 = -6\Omega \cdot I_3 + 7V$$
$$I_2 = -\tfrac{6}{12} \cdot I_3 + \tfrac{7}{12} A$$

On remplace ensuite dans la loi des nœuds.

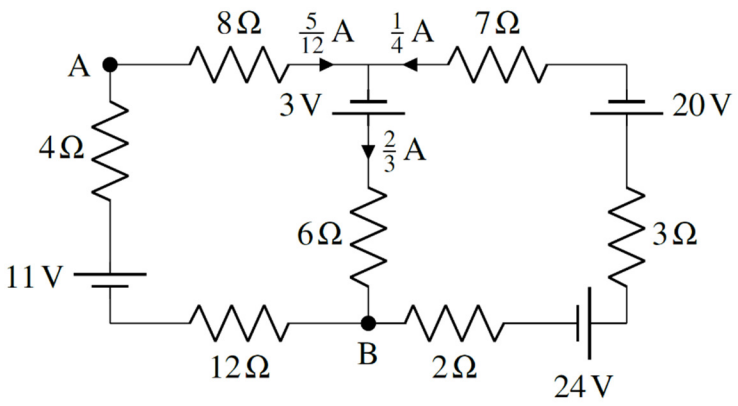
$$I_1 + I_2 = I_3$$
$$\left(-\tfrac{6}{24} \cdot I_3 + \tfrac{14}{24} A\right) + \left(-\tfrac{6}{12} \cdot I_3 + \tfrac{7}{12} A\right) = I_3$$
$$-\tfrac{18}{24} \cdot I_3 + \tfrac{28}{24} A = I_3$$
$$\tfrac{28}{24} A = \tfrac{42}{24} \cdot I_3$$
$$28A = 42 \cdot I_3$$
$$I_3 = \tfrac{2}{3} A$$

On trouve ensuite les deux autres courants.

$$\begin{aligned} I_1 &= -\tfrac{6}{24} \cdot I_3 + \tfrac{14}{24} A \\ &= -\tfrac{6}{24} \cdot \tfrac{2}{3} A + \tfrac{14}{24} A \\ &= \tfrac{5}{12} A \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_2 &= -\tfrac{6}{12} \cdot I_3 + \tfrac{7}{12} A \\ &= -\tfrac{6}{12} \cdot \tfrac{2}{3} A + \tfrac{7}{12} A \\ &= \tfrac{1}{4} A \end{aligned}$$

On a donc les courants suivants.

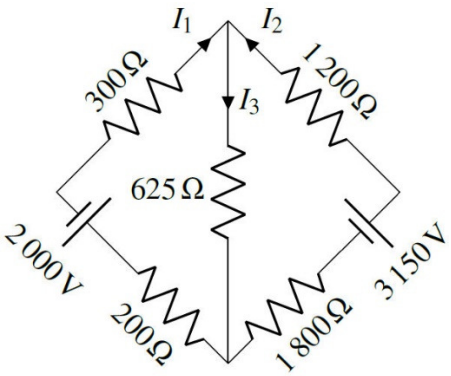


b) Pour calculer la valeur affichée, on va trouver la différence de potentiel entre A e B. On va utiliser les règles pour les lois de mailles en allant de A à B en passant par la résistance de 4 Ω, la source de 11 V et la résistance de 12 Ω. La différence de potentiel est

$$\begin{aligned}\Delta V &= 4\Omega \cdot I_1 - 11V + 12\Omega \cdot I_1 \\ &= 16\Omega \cdot I_1 - 11V \\ &= 16\Omega \cdot \tfrac{5}{12} A - 11V \\ &= -4\tfrac{1}{3} V \\ &= -4,333V\end{aligned}$$

Cette valeur négative signifie que le potentiel est 4,333 V plus bas au point B. Si on met le fil rouge au point A (où le potentiel est plus élevé) la valeur affichée sera de 4,333 V.

25. On va travailler avec ces sens de courant.



La loi des nœuds (nœud du haut) nous donne alors

$$I_1 + I_2 = I_3$$

Pour la première loi de mailles, on va prendre la maille de gauche. On va partir du nœud du haut et aller dans le sens des aiguilles d'une montre. On a alors

$$-625\Omega \cdot I_3 - 200\Omega \cdot I_1 - 2000V - 300\Omega \cdot I_1 = 0$$
$$-625\Omega \cdot I_3 - 2000V - 500\Omega \cdot I_1 = 0$$

Pour la deuxième loi de mailles, on va prendre la maille de droite. On va partir du nœud du haut et aller dans le sens contraire des aiguilles d'une montre. On a alors

$$-625\Omega \cdot I_3 - 1800\Omega \cdot I_2 + 3150V - 1200\Omega \cdot I_2 = 0$$
$$-625\Omega \cdot I_3 + 3150V - 3000\Omega \cdot I_2 = 0$$

Pour résoudre, on isole I_1 dans la première loi des mailles

$$-625\Omega \cdot I_3 - 2000V - 500\Omega \cdot I_1 = 0$$
$$500\Omega \cdot I_1 = -625\Omega \cdot I_3 - 2000V$$
$$I_1 = -\tfrac{5}{4} \cdot I_3 - 4A$$

et I_2 dans la deuxième loi des mailles.

$$-625\Omega \cdot I_3 + 3150V - 3000\Omega \cdot I_2 = 0$$
$$3000\Omega \cdot I_2 = -625\Omega \cdot I_3 + 3150V$$
$$I_2 = -\tfrac{5}{24} \cdot I_3 + 1,05A$$

On remplace ensuite dans la loi des nœuds.

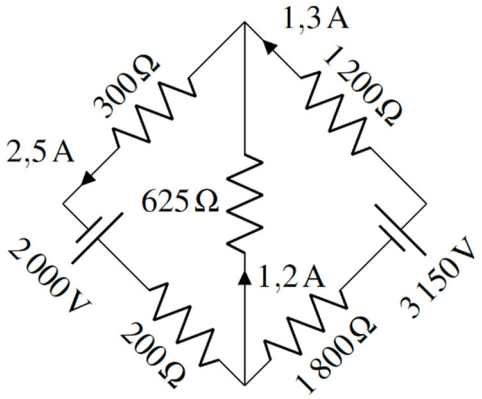
$$I_1 + I_2 = I_3$$
$$\left(-\tfrac{5}{4} \cdot I_3 - 4A\right) + \left(-\tfrac{5}{24} \cdot I_3 + 1,05A\right) = I_3$$
$$-\tfrac{35}{24} \cdot I_3 - 2,95A = I_3$$
$$-2,95A = \tfrac{59}{24} \cdot I_3$$
$$I_3 = -1,2A$$

On trouve ensuite les deux autres courants.

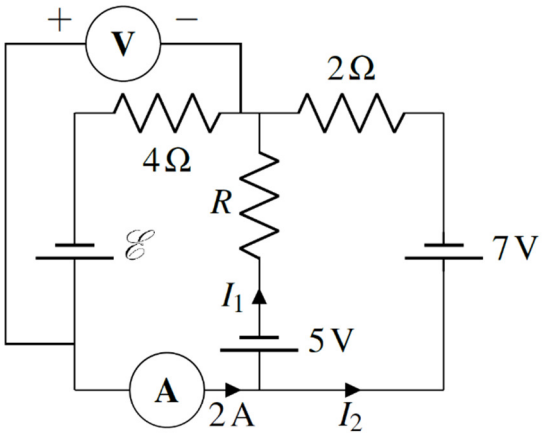
$$\begin{aligned} I_1 &= -\tfrac{5}{4} \cdot I_3 - 4A \\ &= -\tfrac{5}{4} \cdot -1,2A - 4A \\ &= -2,5A \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_2 &= -\tfrac{5}{24}\cdot I_3 + 1,05A \\ &= -\tfrac{5}{24}\cdot -1,2A + 1,05A \\ &= 1,3A \end{aligned}$$

On a donc les courants suivants.



26. On va travailler avec les sens suivants pour les courants.



L'équation des nœuds est (nœud du bas)

$$2A = I_1 + I_2$$

L'équation de la maille de gauche est (en partant de nœud du bas dans le sens contraire des aiguilles d'une montre)

$$\begin{aligned} -5V - RI_1 - 4\Omega\cdot 2A + \mathscr{E} &= 0 \\ -13V - RI_1 + \mathscr{E} &= 0 \end{aligned}$$

L'équation de la maille de droite est (en partant de nœud du bas dans le sens des aiguilles d'une montre)

$$-5V - RI_1 + 2\Omega \cdot I_2 + 7V = 0$$
$$2V - RI_1 + 2\Omega \cdot I_2 = 0$$

Nous n'avons pas encore assez d'équations, car il y a 4 inconnues (I_1, I_2, R et $\mathscr{E}$). Toutefois, il y a une autre équation, celle de la différence de potentiel indiqué par le voltmètre. Cette information nous dit que

$$-4\Omega \cdot 2A + \mathscr{E} = 10V$$

De cette équation, on trouve que

$$-4\Omega \cdot 2A + \mathscr{E} = 10V$$
$$-8V + \mathscr{E} = 10V$$
$$\mathscr{E} = 18V$$

De là, on trouve que (avec l'équation de la maille de gauche)

$$-13V - RI_1 + \mathscr{E} = 0$$
$$-13V - RI_1 + 18V = 0$$
$$RI_1 = 5V$$

On peut alors utiliser cette information dans l'équation de la maille de droite.

$$2V - RI_1 + 2\Omega \cdot I_2 = 0$$
$$2V - 5V + 2\Omega \cdot I_2 = 0$$
$$-3V + 2\Omega \cdot I_2 = 0$$
$$I_2 = 1,5A$$

On peut ensuite trouver le courant I_1 avec la loi des mailles.

$$2A = I_1 + I_2$$
$$2A = I_1 + 1,5A$$
$$I_1 = 0,5A$$

On trouve finalement la résistance avec

$$RI_1 = 5V$$
$$R \cdot 0,5A = 5V$$
$$R = 10\Omega$$

Notre solution est donc $\mathscr{E}$ = 18 V et R = 10 Ω.

27. On a

$$TCF = TCO - rI$$
$$11,8V = 12,4V - r \cdot 40A$$
$$r = 0,015\Omega$$

28. On trouve la résistance de la pile avec

$$TCF = TCO - rI$$
$$22V = 24V - r \cdot 4A$$
$$r = 0,5\Omega$$

S'il y a 22 V aux bornes de la pile, il y a aussi 22 V aux bornes de la résistance. On a donc

$$\Delta V = RI$$
$$22V = R \cdot 4A$$
$$R = 5,5\Omega$$

29. Quand la pile donne du courant, la différence de potentiel est

$$TCF = TCO - rI$$

On a les donc deux équations suivantes.

$$12,2V = TCO - r \cdot 1,2A$$
$$12,0V = TCO - r \cdot 1,7A$$

Pour résoudre, on a soustrait la deuxième équation de la première. On a alors

$$12,2V - 12,0V = (TCO - r \cdot 1,2A) - (TCO - r \cdot 1,7A)$$
$$0,2V = -r \cdot 1,2A + r \cdot 1,7A$$
$$0,2V = r \cdot 0,5A$$
$$r = 0,4\Omega$$

On trouve ensuite la *TCO* avec une des deux équations.

$$12,2V = TCO - r \cdot 1,2A$$
$$12,2V = TCO - 0,4\Omega \cdot 1,2A$$
$$TCO = 12,68V$$

30. Quand la pile donne du courant, la différence de potentiel est

$$TCF = TCO - rI$$

Quand la pile reçoit du courant (quand on charge la pile), la différence de potentiel est

$$TCF = TCO + rI$$

On a les donc deux équations suivantes.

$$12,23V = TCO - r \cdot 1,2A$$
$$12,89V = TCO + r \cdot 3,2A$$

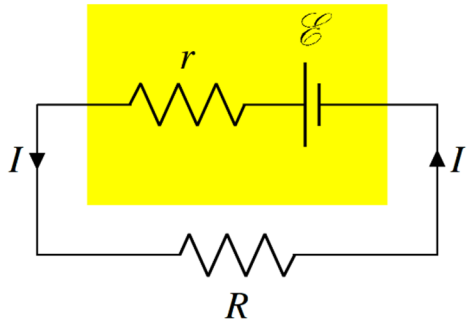
Pour résoudre, on a soustrait la première équation de la deuxième. On a alors

$$12,89V - 12,23V = (TCO + r \cdot 3,2A) - (TCO - r \cdot 1,2A)$$
$$0,66V = r \cdot 3,2A + r \cdot 1,2A$$
$$0,66V = r \cdot 4,4A$$
$$r = 0,15\Omega$$

On trouve ensuite $\mathscr{E}$ avec une des deux équations.

$$12,23V = TCO - r \cdot 1,2A$$
$$12,23V = TCO - 0,15\Omega \cdot 1,2A$$
$$TCO = 12,41V$$

31. Nous avons un circuit formé d'une pile et d'une résistance.



La différence de potentiel aux bornes de la pile est la même que celle aux bornes de la résistance. On peut donc trouver le courant quand on est branché à la résistance de 20 Ω. On a alors

$$\Delta V = RI$$
$$16,4V = 20\Omega \cdot I$$
$$I = 0,82A$$

Pour la pile, on a donc

$$TCF = TCO - rI$$
$$16,4V = TCO - r \cdot 0,82A$$

On peut ensuite trouver le courant quand on est branché à la résistance de 50 Ω. On a alors

$$\Delta V = RI$$
$$17V = 50\Omega \cdot I$$
$$I = 0,34A$$

Pour la pile, on a donc

$$TCF = TCO - rI$$
$$17V = TCO - r \cdot 0,34A$$

On a les donc deux équations suivantes.

$$16,4V = TCO - r \cdot 0,82A$$
$$17V = TCO - r \cdot 0,34A$$

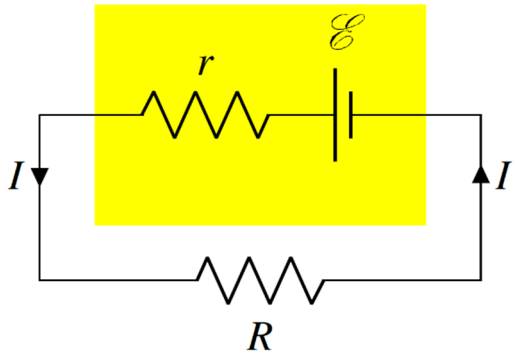
Pour résoudre, on a soustrait la première équation de la deuxième. On a alors

$$17V - 16,4V = (TCO - r \cdot 0,34A) - (TCO - r \cdot 0,82A)$$
$$0,6V = -r \cdot 0,34A + r \cdot 0,82A$$
$$0,6V = r \cdot 0,48A$$
$$r = 1,25\Omega$$

On trouve ensuite la *TCO* avec une des deux équations.

$$17V = TCO - r \cdot 0,34A$$
$$17V = TCO - 1,25\Omega \cdot 0,34A$$
$$TCO = 17,425V$$

32. Nous avons un circuit formé d'une pile et d'une résistance.



Si la puissance dissipée est de 1250 W et que la résistance est de 2 Ω, on peut trouver le courant dans la résistance.

$$P_R = RI^2$$
$$1250W = 2\Omega \cdot I^2$$
$$I = 25A$$

C'est aussi le courant fourni par la pile. La différence de potentiel aux bornes de la résistance est

$$\begin{aligned}\Delta V &= RI \\ &= 2\Omega \cdot 25A \\ &= 50V\end{aligned}$$

C'est aussi la *TCF* aux bornes de la pile. On a donc

$$TCF = TCO - rI$$
$$50V = 60V - r \cdot 25A$$
$$r = 0,4\Omega$$