Solutionnaire du chapitre 2

1. L'énergie potentielle est

$$\begin{aligned} U_E &= \frac{kQq}{r} \\ &= \frac{9\times 10^9 \frac{Nm^2}{C^2} \cdot \left(-10\times 10^{-6} C\right) \cdot \left(-18\times 10^{-6} C\right)}{0,2m} \\ &= 8,1J \end{aligned}$$

2. On va faire ce problème avec la conservation de l'énergie. L'énergie mécanique de cette charge est

$$E_{mec} = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{kq_1q_2}{r}$$

Au départ, la charge est très loin du noyau, de sorte que l'énergie potentielle est négligeable. L'énergie initiale est donc

$$\begin{aligned} E_{mec} &= \frac{1}{2}mv^2 + 0J \\ &= \frac{1}{2} \cdot 1,67\times 10^{-27} kg \cdot \left(10^7 \tfrac{m}{s}\right)^2 \\ &= 8,35\times 10^{-14} J \end{aligned}$$

Au point le plus près, la vitesse est nulle. On a donc

$$\begin{aligned} E'_{mec} &= \frac{1}{2}mv'^2 + \frac{kq_1q_2}{r'} \\ &= 0 + \frac{kq_1q_2}{r'} \\ &= \frac{9\times 10^9 \frac{Nm^2}{C^2} \cdot 1,602\times 10^{-19} C \cdot \left(92 \cdot 1,602\times 10^{-19} C\right)}{r'} \\ &= \frac{2,125\times 10^{-26} Nm^2}{r'} \end{aligned}$$

Avec la conservation de l'énergie, on obtient

$$E_{mec} = E'_{mec}$$
$$8,35\times10^{-14} J = \frac{2,125\times10^{-26} Nm^2}{r'}$$
$$r' = 2,545\times10^{-13} m$$

Puisque le noyau a un rayon de 1,4 x 10^{-15} m (qui est 180 fois plus petit que notre réponse), le proton n'a pas atteint le noyau.

3. Le potentiel est

$$\begin{aligned} V &= \frac{kQ}{r} \\ &= \frac{9\times10^9 \frac{Nm^2}{C^2}\cdot\left(-1,6\times10^{-4} C\right)}{0,4m} \\ &= -3,6\times10^6 V \end{aligned}$$

4. Le potentiel est

$$\begin{aligned} V &= \sum\frac{kQ}{r} \\ &= \frac{9\times10^9 \frac{Nm^2}{C^2}\cdot 2\times10^{-9} C}{0,03m} + \frac{9\times10^9 \frac{Nm^2}{C^2}\cdot 2\times10^{-9} C}{0,04m} + \frac{9\times10^9 \frac{Nm^2}{C^2}\cdot 2\times10^{-9} C}{0,05m} \\ &= 600V + 450V + 360V \\ &= 1410V \end{aligned}$$

5. Initialement, on a

$$\begin{aligned} V &= \frac{kQ}{r} \\ &= \frac{9\times10^9 \frac{Nm^2}{C^2}\cdot 10^{-9} C}{0,01m} \\ &= 900V \end{aligned}$$

Si le potentiel est 180 V plus bas à la 2^e position, alors le potentiel est de 720 V à cet endroit. La position est donc

$$V = \frac{kQ}{r}$$
$$720V = \frac{9\times10^9 \frac{Nm^2}{C^2}\cdot 10^{-9}C}{r}$$
$$r = 0,0125m$$

Comme on était initialement à 1 cm de la charge, il faut s'éloigner de 0,25 cm

6. On a

$$V = \sum \frac{kQ}{r}$$
$$0V = \frac{k\cdot 5\mu C}{0,5m} + \frac{k\cdot 15\mu C}{0,2m} + \frac{k\cdot Q}{0,3m}$$
$$0 = \frac{5\mu C}{0,5m} + \frac{15\mu C}{0,2m} + \frac{Q}{0,3m}$$
$$0 = 85\tfrac{\mu C}{m} + \frac{Q}{0,3m}$$
$$\frac{Q}{0,3m} = -85\tfrac{\mu C}{m}$$
$$Q = -25,5\mu C$$

7. On trouve le travail avec

$$E_k + U_E + W_{ext} = E_k' + U_E'$$

L'énergie potentielle électrique étant $U = qV$, on arrive à

$$E_k + qV + W_{ext} = E_k' + qV'$$

Comme la charge est immobile au départ et à la fin, les énergies cinétiques sont nulles. Il reste donc

$$qV + W_{ext} = qV'$$
$$W_{ext} = qV' - qV$$
$$W_{ext} = q\left(V' - V\right)$$

Avec les valeurs, on arrive à

$$\begin{aligned} W_{ext} &= q\left(V'-V\right) \\ &= -0,2C\cdot\left(30V-6V\right) \\ &= -4,8J \end{aligned}$$

On reçoit donc 4,8 J.

8. La variation d'énergie potentielle est

$$\begin{aligned} \Delta U_E &= U_E'-U_E \\ &= qV'-qV \\ &= q\left(V'-V\right) \end{aligned}$$

Pour trouver la variation d'énergie potentielle, il nous faut donc le potentiel à ces deux positions. Le potentiel à x = 1 m est

$$\begin{aligned} V &= \sum\frac{kQ}{r} \\ &= \frac{9\times10^9 \frac{Nm^2}{C^2}\cdot\left(-10\times10^{-6}C\right)}{1m}+\frac{9\times10^9 \frac{Nm^2}{C^2}\cdot15\times10^{-6}C}{3m} \\ &= -90\,000V+45\,000V \\ &= -45\,000V \end{aligned}$$

Le potentiel à x = 3 m est

$$\begin{aligned} V' &= \sum\frac{kQ}{r'} \\ &= \frac{9\times10^9 \frac{Nm^2}{C^2}\cdot\left(-10\times10^{-6}C\right)}{3m}+\frac{9\times10^9 \frac{Nm^2}{C^2}\cdot15\times10^{-6}C}{1m} \\ &= -30\,000V+135\,000V \\ &= 105\,000V \end{aligned}$$

On a donc

$$\begin{aligned} \Delta U_E &= q\left(V'-V\right) \\ &= -1\times10^{-6}C\cdot\left(105\,000V--45\,000V\right) \\ &= -0,15J \end{aligned}$$

9. On trouve le travail avec

$$E_k + U_E + W_{ext} = E_k' + U_E'$$

L'énergie potentielle électrique étant $U = qV$, on arrive à

$$E_k + qV + W_{ext} = E_k' + qV'$$

Comme la charge est immobile au départ et à la fin, les énergies cinétiques sont nulles. Il reste donc

$$\begin{aligned} qV + W_{ext} &= qV' \\ W_{ext} &= qV' - qV \\ W_{ext} &= q\left(V' - V\right) \end{aligned}$$

Il faut donc trouver le potentiel au point de départ et au point d'arrivée. Le potentiel au point de départ est

$$\begin{aligned} V &= \sum \frac{kQ}{r} \\ &= \frac{9\times10^9 \frac{Nm^2}{C^2}\cdot\left(-5\times10^{-6}C\right)}{0,01414m} + \frac{9\times10^9 \frac{Nm^2}{C^2}\cdot 2\times10^{-6}C}{0,01414m} + \frac{9\times10^9 \frac{Nm^2}{C^2}\cdot\left(-10\times10^{-6}C\right)}{0,01414m} \\ &= -3,182\times10^6V + 1,273\times10^6V + -6,364\times10^6V \\ &= -8,273\times10^6V \end{aligned}$$

Le potentiel au point d'arrivée est

$$\begin{aligned} V' &= \sum \frac{kQ}{r'} \\ &= \frac{9\times10^9 \frac{Nm^2}{C^2}\cdot\left(-5\times10^{-6}C\right)}{0,02m} + \frac{9\times10^9 \frac{Nm^2}{C^2}\cdot 2\times10^{-6}C}{0,02828m} + \frac{9\times10^9 \frac{Nm^2}{C^2}\cdot\left(-10\times10^{-6}C\right)}{0,02m} \\ &= -2,25\times10^6V + 0,636\times10^6V + -4,5\times10^6V \\ &= -6,114\times10^6V \end{aligned}$$

On a donc

$$\begin{aligned} W_{ext} &= q\left(V' - V\right) \\ &= 1\times 10^{-6} C \cdot \left(-6{,}114\times 10^{6} V - -8{,}273\times 10^{6} V\right) \\ &= 1\times 10^{-6} C \cdot 2{,}159\times 10^{6} V \\ &= 2{,}159 J \end{aligned}$$

10. On va résoudre ce problème avec la conservation de l'énergie mécanique.

Énergie à l'instant 1 (charge de 1 µC à 1 m de la sphère)

L'énergie est

$$E_{mec} = E_k + U_E$$

Comme l'énergie cinétique est nulle et comme l'énergie potentielle électrique est $U = qV$, on arrive à

$$E_{mec} = qV$$

Puisque le potentiel à 1 m de la sphère est

$$\begin{aligned} V &= \frac{kQ}{r} \\ &= \frac{9\times 10^{9} \frac{Nm^2}{C^2} \cdot \left(50\times 10^{-6} C\right)}{1m} \\ &= 450\,000 V \end{aligned}$$

L'énergie initiale est

$$\begin{aligned} E_{mec} &= qV \\ &= 1\times 10^{-6} C \cdot 450\,000 V \\ &= 0{,}45 J \end{aligned}$$

Énergie à l'instant 2 (charge de 1 µC à 3 m de la sphère)

L'énergie est

$$\begin{aligned} E'_{mec} &= E'_k + U'_E \\ &= \frac{1}{2} m v'^2 + qV' \end{aligned}$$

Puisque le potentiel à 3 m de la sphère est

$$\begin{aligned} V' &= \frac{kQ}{r'} \\ &= \frac{9\times10^9 \frac{Nm^2}{C^2}\cdot\left(50\times10^{-6}C\right)}{3m} \\ &= 150\,000V \end{aligned}$$

L'énergie finale est

$$\begin{aligned} E'_{mec} &= \frac{1}{2}mv'^2 + qV' \\ &= \frac{1}{2}\cdot 0,01kg\cdot v^2 + 1\times10^{-6}C\cdot 150\,000V \\ &= 0,005kg\cdot v^2 + 0,15J \end{aligned}$$

Conservation de l'énergie

On a

$$\begin{aligned} E_{mec} &= E'_{mec} \\ 0,45J &= 0,005kg\cdot v^2 + 0,15J \\ 0,30J &= 0,005kg\cdot v^2 \\ v &= 7,746\tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

11. a)

Comme le potentiel à l'intérieur d'un conducteur est le même que celui à la surface du conducteur, le potentiel au centre est aussi de 450 V.

b) On trouve la charge de la sphère avec la formule donnant le potentiel.

$$\begin{aligned} V &= \frac{kQ}{r} \\ 450V &= \frac{9\times10^9 \frac{Nm^2}{C^2}\cdot Q}{0,25m} \\ Q &= 1,25\times10^{-8}C \end{aligned}$$

Le nombre d'électrons enlevés est donc

$$Q = Ne$$
$$1,25\times10^{-8}C = N\cdot1,602\times10^{-19}C$$
$$N = 7,802\times10^{10}$$

12. Puisque les deux sphères ont le même potentiel, on a

$$\frac{kQ_1}{R_1} = \frac{kQ_2}{R_2}$$
$$\frac{Q_1}{R_1} = \frac{Q_2}{R_2}$$
$$\frac{20\mu C}{10cm} = \frac{Q_2}{18cm}$$
$$Q_2 = 36\mu C$$

13. a)

Quand les sphères sont reliées par le fil, elles deviennent le même conducteur et elles échangent des charges jusqu'à ce qu'elles aient le même potentiel. On aura donc

$$V_A = V_B$$
$$\frac{kQ'_A}{R_A} = \frac{kQ'_B}{R_B}$$
$$\frac{Q'_A}{0,08m} = \frac{Q'_B}{0,24m}$$

(On note les charges après l'échange avec des primes.)

Il nous faut une autre équation pour résoudre ce problème. Cette équation est la conservation de la charge. La somme des charges des sphères avant l'échange doit être égale à la somme des charges après l'échange.

$$Q_A + Q_B = Q'_A + Q'_B$$
$$120\mu C + -40\mu C = Q'_A + Q'_B$$
$$80\mu C = Q'_A + Q'_B$$

Si on isole Q'_B dans cette équation et qu'on remplace dans l'équation des potentiels, on obtient

$$\frac{Q'_A}{0,08m} = \frac{Q'_B}{0,24m}$$

$$\frac{Q'_A}{0,08m} = \frac{80\mu C - Q'_A}{0,24m}$$

$$0,24 \cdot Q'_A = 0,08 \cdot (80\mu C - Q'_A)$$

$$0,24 \cdot Q'_A = 6,4\mu C - 0,08 \cdot Q'_A$$

$$0,32 \cdot Q'_A = 6,4\mu C$$

$$Q'_A = 20\mu C$$

Ce qui nous permet d'obtenir Q'_A = 20 µC et Q'_B = 60 µC.

b) Le potentiel après l'échange de charge est

$$\begin{aligned} V' &= \frac{kQ'_A}{R_A} \\ &= \frac{9\times 10^9 \frac{Nm^2}{C^2} \cdot 20\times 10^{-6} C}{0,08m} \\ &= 2\,250\,000V \end{aligned}$$