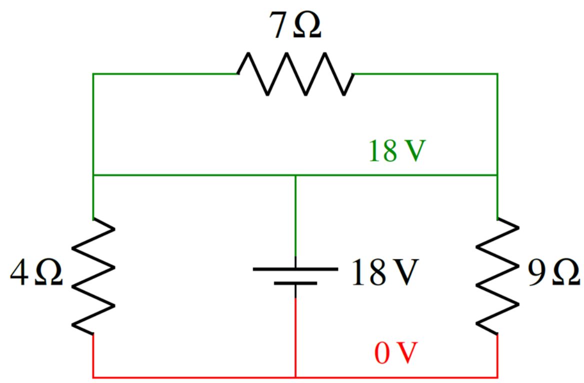
Solutionnaire du chapitre 5

1. En posant que le fil du bas est à 0 V, l'image suivante vous montre les potentiels des fils.



On remarque alors que les deux côtés de la résistance de 7 Ω sont au même potentiel. Il n'y a donc pas de différence de potentiel aux bornes de cette résistance, et il n'y a donc pas de courant dans cette résistance.

On remarque ensuite qu'il y a 18 V de différence de potentiel aux bornes des deux autres résistances. Les courants sont donc

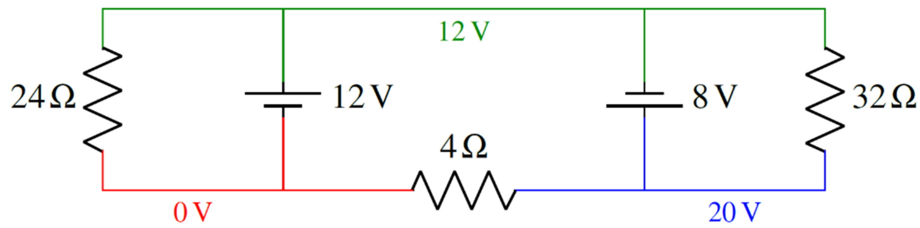
$$I_{4\Omega} = \frac{18V}{4\Omega} = 4,5A$$
$$I_{9\Omega} = \frac{18V}{9\Omega} = 2A$$

Ces courants sont tous les deux vers le bas, soit du potentiel le plus haut vers le potentiel le plus bas.

Nos réponses sont donc :

Résistance de 7 Ω : courant nul.
Résistance de 4 Ω : courant de 4,5 A vers le bas.
Résistance de 9 Ω : courant de 2 A vers le bas.

2. En posant que le fil du bas à gauche est à 0 V, l'image suivante vous montre les potentiels des fils.



On remarque qu'il y a une différence de potentiel de 12 V aux bornes de la résistance de 24 Ω. Le courant est donc

$$I_{24\Omega} = \frac{12V}{24\Omega} = 0,5A$$

Ce courant est vers le bas, soit du potentiel le plus haut vers le potentiel le plus bas.

On remarque qu'il y a une différence de potentiel de 20 V aux bornes de la résistance de 4 Ω. Le courant est donc

$$I_{4\Omega} = \frac{20V}{4\Omega} = 5A$$

Ce courant est vers la gauche, soit du potentiel le plus haut vers le potentiel le plus bas.

On remarque qu'il y a une différence de potentiel de 8 V aux bornes de la résistance de 32 Ω. Le courant est donc

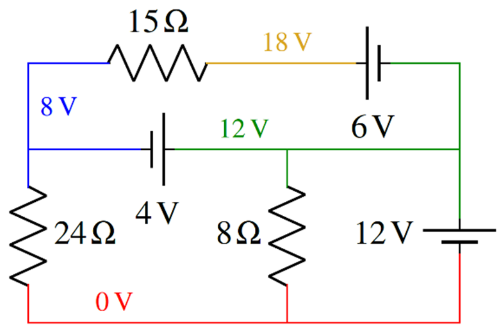
$$I_{24\Omega} = \frac{8V}{32\Omega} = 0,25A$$

Ce courant est vers le haut, soit du potentiel le plus haut vers le potentiel le plus bas.

Nos réponses sont donc :

Résistance de 24 Ω : courant de 0,5 A vers le bas.
Résistance de 4 Ω : courant de 5 A vers la gauche.
Résistance de 32 Ω : courant de 0,25 A vers le haut.

3. En posant que le fil du bas est à 0 V, l'image suivante vous montre les potentiels des fils.



On remarque qu'il y a une différence de potentiel de 12 V aux bornes de la résistance de 8 Ω. Le courant est donc

$$I_{8\Omega} = \frac{12V}{8\Omega} = 1,5A$$

Ce courant est vers le bas, soit du potentiel le plus haut vers le potentiel le plus bas.

On remarque qu'il y a une différence de potentiel de 8 V aux bornes de la résistance de 24 Ω. Le courant est donc

$$I_{24\Omega} = \frac{8V}{24\Omega} = \tfrac{1}{3}A$$

Ce courant est vers le bas, soit du potentiel le plus haut vers le potentiel le plus bas.

On remarque qu'il y a une différence de potentiel de 10 V aux bornes de la résistance de 15 Ω. Le courant est donc

$$I_{15\Omega} = \frac{10V}{15\Omega} = \tfrac{2}{3}A$$

Ce courant est vers la gauche, soit du potentiel le plus haut vers le potentiel le plus bas.

Nos réponses sont donc :

Résistance de 8 Ω : courant de 1,5 A vers le bas.
Résistance de 24 Ω : courant de 1/3 A vers le bas.
Résistance de 15 Ω : courant de 2/3 A vers la gauche.

4. On va supposer que I_1 quitte le nœud à gauche de la résistance R_1. À ce nœud, on a alors

$$12A+9A+4A=I_1$$
$$I_1=25A$$

Le courant I_1 est donc de 25 A vers la droite.

Pour le nœud à droite de la résistance R_1, on a, en supposant que I_2 part du nœud,

$$25A+4A=6A+I_2$$
$$I_2=23A$$

Le courant I_2 est donc de 23 A vers la droite et vers le bas.

Pour le nœud à droite en bas et à droite de la résistance R_2, on a, en supposant que I_3 part du nœud,

$$23A=3A+I_3$$
$$I_3=20A$$

Le courant I_3 est donc de 20 A vers le bas et un peu vers la gauche.

5. On va supposer que I_1 quitte le nœud à gauche de la résistance R_1. À ce nœud, on a alors

$$20A=I_1+9A$$
$$I_1=11A$$

Le courant I_1 est donc de 11 A vers la droite.

Pour le nœud à droite de la résistance R_1, on a, en supposant que I_2 part du nœud,

$$11A=5A+I_2$$
$$I_2=6A$$

Le courant I_2 est donc de 6 A vers la droite.

Pour le nœud à droite de la résistance R_2, on a, en supposant que I_3 part du nœud,

$$6A+8A=I_3$$
$$I_3=14A$$

Le courant I_3 est donc de 14 A vers le bas.

Pour le nœud en bas de la résistance R_3, on a, en supposant que I_4 part du nœud,

$$14A = 4A + I_4$$
$$I_4 = 10A$$

Le courant I_4 est donc de 10 A vers le bas.

6. a)

On va supposer que le courant va dans le sens des aiguilles d'une montre. On va faire la loi des mailles en allant aussi dans le sens des aiguilles d'une montre en partant du coin supérieur droit (point B). On a alors

$$-7\Omega \cdot I - 12V - 12\Omega \cdot I - 14\Omega \cdot I + 20V - 19\Omega \cdot I + 5V = 0$$
$$-52\Omega \cdot I - 13V = 0$$
$$I = 0,25A$$

Puisque la réponse est positive, le courant est dans le sens supposé, donc dans le sens des aiguilles d'une montre.

b) On va passer du point B au point A en suivant les mêmes règles que pour les lois de Kirchhoff. On va passer par le fil de droite et le fil du bas. On a alors

$$\begin{aligned}\Delta V &= -7\Omega \cdot 0,25A - 12V - 12\Omega \cdot 0,25A \\ &= -16,75V\end{aligned}$$

La réponse négative veut simplement dire que le potentiel du point d'arrivée (point A) a un potentiel plus bas que le point de départ (point B). Comme on demandait la différence de potentiel entre ces points, le signe n'a pas d'importance. La différence de potentiel est donc de 16,75 V.

(On aurait pu aussi passer par le fil du haut et le fil de gauche pour passer de B à A. On aurait eu alors

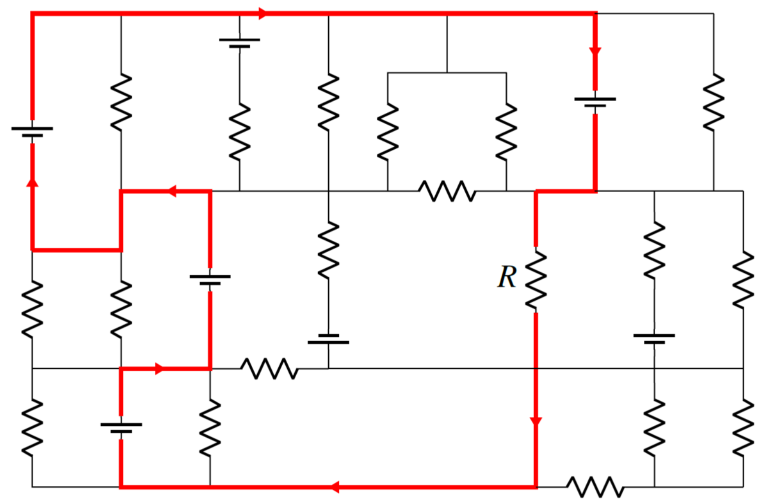
$$\begin{aligned}\Delta V &= -5V + 19\Omega \cdot 0,25A - 20V + 14\Omega \cdot 0,25A \\ &= -16,75V\end{aligned}$$

qui est la même réponse.)

7. On va faire la loi des mailles en allant dans le sens des aiguilles d'une montre en partant du coin supérieur droit. On a alors

$$-R\cdot 2A+36V-3\Omega\cdot 2A-12V-2\Omega\cdot 2A=0$$
$$R\cdot 2A=36V-3\Omega\cdot 2A-12V-2\Omega\cdot 2A$$
$$R\cdot 2A=14V$$
$$R=7\Omega$$

8. La super maille de ce circuit est



L'équation de cette maille est (on part du coin supérieur droit et en allant dans la direction montrée sur la figure. On suppose que le courant dans la résistance est vers le bas.)

$$-8V-4\Omega\cdot I+8V+8V+8V=0$$
$$-4\Omega\cdot I+16V=0$$
$$I=4A$$

Comme la réponse est positive, le courant est dans le sens supposé, donc vers le bas.

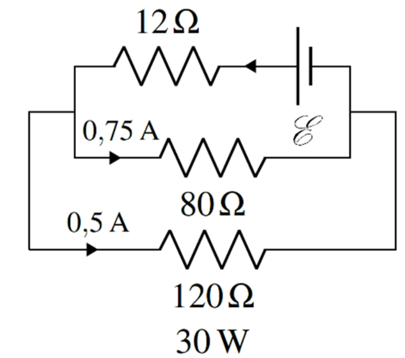
9. Trouvons la différence de potentiel et le courant pour la résistance de 120 Ω. On a

$$P=RI^2 \quad\rightarrow\quad 30W=120\Omega\cdot I^2 \quad\rightarrow\quad I=0,5A$$
$$\Delta V=RI \quad\rightarrow\quad \Delta V=120\Omega\cdot 0,5A \quad\rightarrow\quad \Delta V=60V$$

La résistance de 80 Ω étant en parallèle avec celle de 120 Ω, la différence de potentiel aux bornes de cette résistance est aussi de 60 V. Le courant dans la résistance de 80 Ω est donc

$$\Delta V = RI \qquad \rightarrow \qquad 60V = 80\Omega \cdot I \qquad \rightarrow \qquad I = 0,75A$$

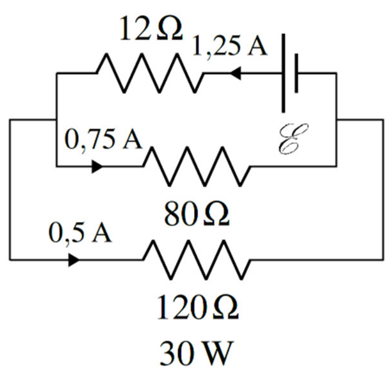
On a donc la situation suivante.



En appliquant la loi des nœuds (nœud de gauche), on trouve le courant dans la résistance de 12 Ω.

$$I = 0,5A + 0,75A = 1,25A$$

On a alors



On va alors faire une loi des mailles pour trouver la différence de potentiel de la source. On va faire le tour de la maille du haut dans le sens contraire des aiguilles d'une montre en partant du coin supérieur droit. On a alors

$$\mathscr{E} - 12\Omega \cdot 1,25A - 80\Omega \cdot 0,75A = 0$$
$$\mathscr{E} = 75V$$

10. Les résistances de 7 Ω et de 5 Ω sont en série. La résistance équivalente est donc

$$R_{eq1} = 7\Omega + 5\Omega = 12\Omega$$

Cette résistance est ensuite en parallèle avec une résistance de 6 Ω. On a donc

$$\frac{1}{R_{eq2}} = \frac{1}{12\Omega} + \frac{1}{6\Omega}$$
$$R_{eq2} = 4\Omega$$

Cette résistance est finalement en série avec des résistances de 4 Ω et 3 Ω. On a donc

$$R_{eq3} = 4\Omega + 4\Omega + 3\Omega = 11\Omega$$

11. On a les équations

$$R_1 + R_2 = 16\Omega$$
$$\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{1}{3\Omega}$$

Si on isole R_2 dans la première équation

$$R_2 = 16\Omega - R_1$$

et qu'on remplace dans la deuxième équation, on a

$$\frac{1}{R_1} + \frac{1}{16\Omega - R_1} = \frac{1}{3\Omega}$$

Pour résoudre cette équation, on fait les étapes suivantes.

$$\frac{1}{R_1}+\frac{1}{16\Omega-R_1}=\frac{1}{3\Omega}$$
$$\frac{16\Omega-R_1}{R_1\left(16\Omega-R_1\right)}+\frac{R_1}{R_1\left(16\Omega-R_1\right)}=\frac{1}{3\Omega}$$
$$\frac{16\Omega-R_1+R_1}{R_1\left(16\Omega-R_1\right)}=\frac{1}{3\Omega}$$
$$\frac{16\Omega}{R_1\left(16\Omega-R_1\right)}=\frac{1}{3\Omega}$$
$$\frac{R_1\left(16\Omega-R_1\right)}{16\Omega}=3\Omega$$
$$R_1\left(16\Omega-R_1\right)=48\Omega^2$$
$$16\Omega\cdot R_1-R_1^2=48\Omega^2$$
$$R_1^2-16\Omega\cdot R_1+48\Omega^2=0$$

Les solutions de cette équation quadratique sont

$$R_1=12\Omega \quad \text{et} \quad R_1=4\Omega$$

Si R_1 = 12 Ω, alors R_2 est

$$R_2=16\Omega-R_1=16\Omega-12\Omega=4\Omega$$

Si R_1 = 4 Ω, alors R_2 est

$$R_2=16\Omega-R_1=16\Omega-4\Omega=12\Omega$$

De toute évidence, les solutions sont 12 Ω et 4 Ω.

12. La différence de potentiel aux bornes de la résistance de 70 Ω est

$$\begin{aligned}\Delta V&=RI\\&=70\Omega\cdot 0,2A\\&=14V\end{aligned}$$

Comme la différence de potentiel aux bornes de la source est de 30 V, la différence de potentiel aux bornes des trois résistances en parallèle est

$$\Delta V=30V-14V=16V$$

On peut trouver la résistance équivalente de ces trois résistances puisqu'il passerait un courant de 0,2 A dans la résistance équivalente. La résistance équivalente est donc

$$\Delta V = R_{eq} \cdot I$$
$$16V = R_{eq} \cdot 0,2A$$
$$R_{eq} = 80\Omega$$

On a donc

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{240\Omega} + \frac{1}{320\Omega} + \frac{1}{R}$$
$$R = 192\Omega$$

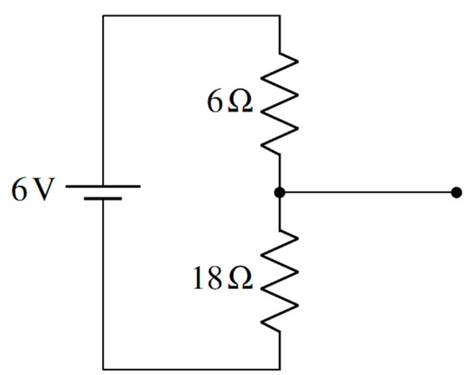
13. Les résistances de 10 Ω et 15 Ω sont en parallèle. La résistance équivalente est

$$\frac{1}{R_{eq1}} = \frac{1}{10\Omega} + \frac{1}{15\Omega}$$
$$R_{eq1} = 6\Omega$$

Les résistances de 30 Ω et 45 Ω sont en parallèle. La résistance équivalente est

$$\frac{1}{R_{eq2}} = \frac{1}{30\Omega} + \frac{1}{45\Omega}$$
$$R_{eq2} = 18\Omega$$

Ensuite, ces deux résistances équivalentes sont en série.



On a donc

$$\begin{aligned} R_{eq} &= R_{eq1} + R_{eq2} \\ &= 6\Omega + 18\Omega \\ &= 24\Omega \end{aligned}$$

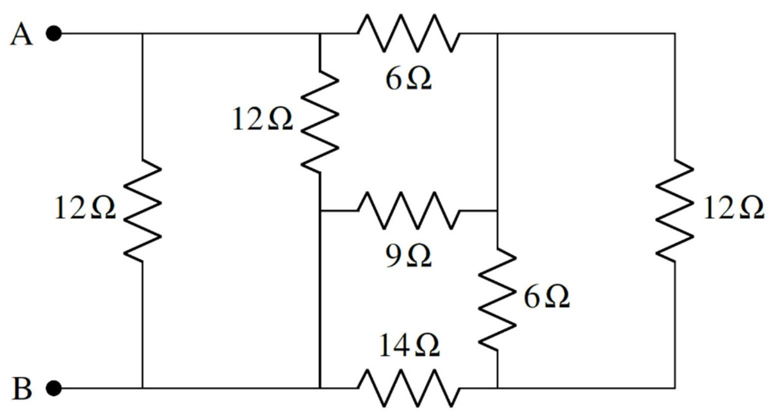
Le courant fourni par la pile est donc

$$\Delta V = R_{eq} I$$
$$6V = 24\Omega \cdot I$$
$$I = 0,25A$$

14. Premièrement, on a deux résistances de 6 Ω en série sur la branche la plus à droite et la branche le plus à gauche. La résistance équivalente est

$$R_{eq1} = 6\Omega + 6\Omega = 12\Omega$$

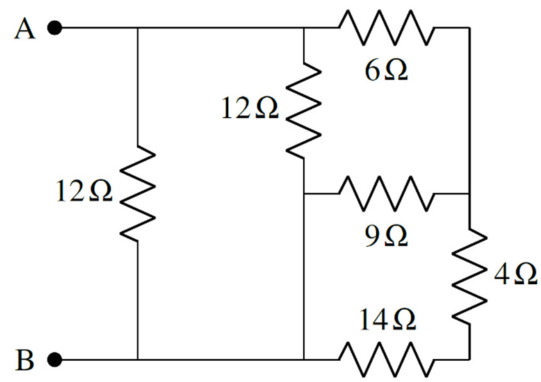
On a alors le circuit suivant.



À droite, nous avons alors une résistance de 12 Ω en parallèle avec une résistance de 6 Ω. La résistance équivalente est

$$\frac{1}{R_{eq2}} = \frac{1}{12\Omega} + \frac{1}{6\Omega}$$
$$R_{eq2} = 4\Omega$$

On a alors le circuit suivant.

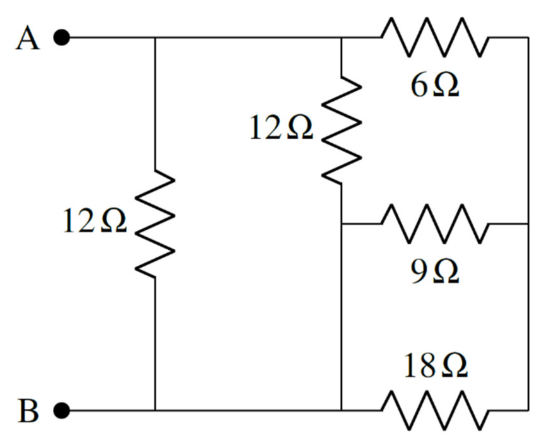


(Remarquez la façon de remplacer des résistances en parallèle par la résistance équivalente : la résistance équivalente prend la place d'une des résistances en parallèle et on efface les branches où il y avait les autres résistances en parallèle.)

En bas à droite, nous avons alors une résistance de 4 Ω en série avec une résistance de 14 Ω. La résistance équivalente est

$$R_{eq3} = 4\Omega + 14\Omega = 18\Omega$$

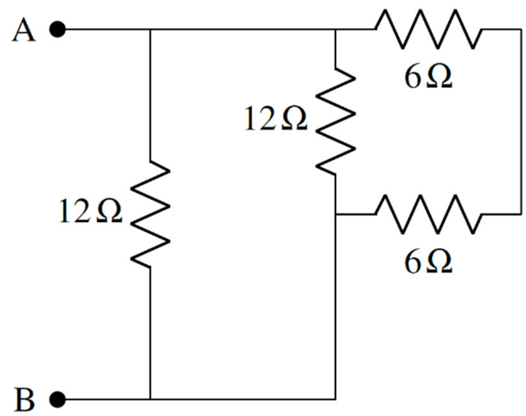
On a alors le circuit suivant.



En bas à droite, nous avons alors une résistance de 18 Ω en parallèle avec une résistance de 9 Ω. La résistance équivalente est

$$\frac{1}{R_{eq4}} = \frac{1}{18\Omega} + \frac{1}{9\Omega}$$
$$R_{eq4} = 6\Omega$$

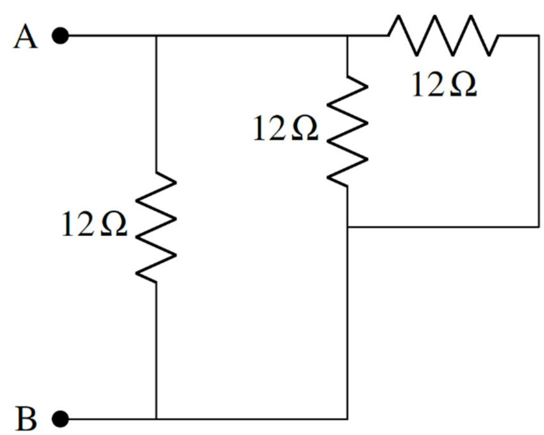
On a alors le circuit suivant.



En haut à droite, nous avons alors une résistance de 6 Ω en série avec une résistance de 6 Ω. La résistance équivalente est

$$R_{eq5} = 6\Omega + 6\Omega = 12\Omega$$

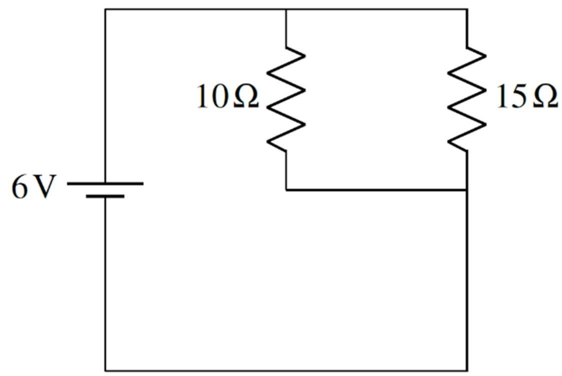
On a alors le circuit suivant.



Nous avons alors trois résistances de 12 Ω en parallèle. La résistance équivalente est

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{12\Omega} + \frac{1}{12\Omega} + \frac{1}{12\Omega}$$
$$R_{eq} = 4\Omega$$

15. La résistance de 30 Ω étant court-circuitée, on peut simplifier le circuit en effaçant la branche où est située cette résistance. On a alors le circuit suivant.



Il ne reste alors que les résistances de 10 Ω et 15 Ω sont en parallèle. La résistance équivalente est

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{10\Omega} + \frac{1}{15\Omega}$$
$$R_{eq} = 6\Omega$$

Le courant fourni par la pile est donc

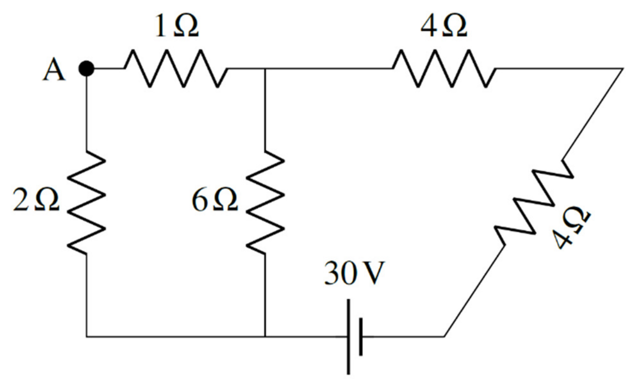
$$\Delta V = R_{eq} I$$
$$6V = 6\Omega \cdot I$$
$$I = 1A$$

16. a)

À droite, nous avons une résistance de 20 Ω en parallèle avec une résistance de 5 Ω. La résistance équivalente est

$$\frac{1}{R_{eq1}} = \frac{1}{20\Omega} + \frac{1}{5\Omega}$$
$$R_{eq1} = 4\Omega$$

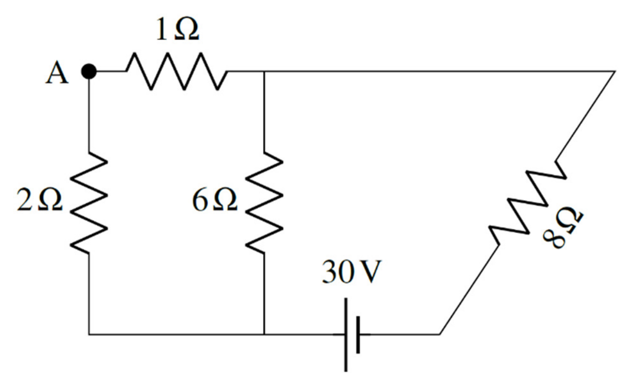
On a alors le circuit suivant.



À droite, nous avons alors une résistance de 4 Ω en série avec une résistance de 4 Ω. La résistance équivalente est

$$R_{eq2} = 4\Omega + 4\Omega = 8\Omega$$

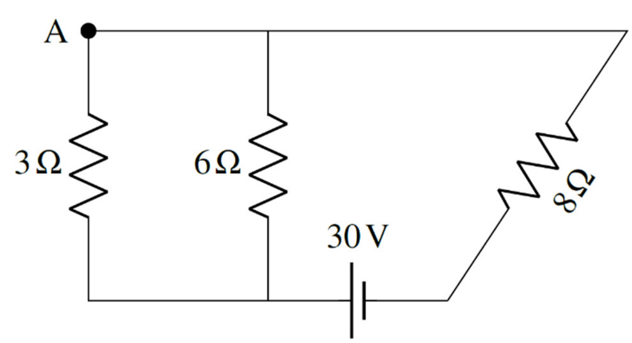
On a alors le circuit suivant.



À gauche, nous avons alors une résistance de 2 Ω en série avec une résistance de 1 Ω. La résistance équivalente est

$$R_{eq3} = 2\Omega + 1\Omega = 3\Omega$$

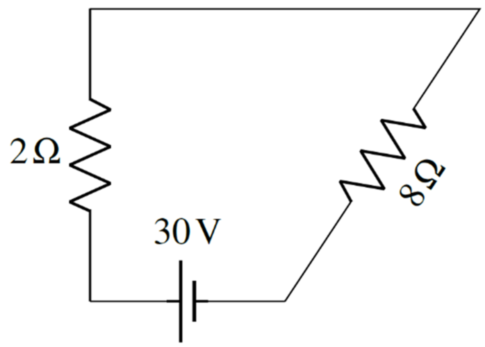
On a alors le circuit suivant.



À gauche, nous avons une résistance de 3 Ω en parallèle avec une résistance de 6 Ω. La résistance équivalente est

$$\frac{1}{R_{eq4}} = \frac{1}{3\Omega} + \frac{1}{6\Omega}$$
$$R_{eq4} = 2\Omega$$

On a alors le circuit suivant.



Il ne reste alors qu'une résistance de 2 Ω en série avec une résistance de 8 Ω. La résistance équivalente est

$$R_{eq} = 2\Omega + 8\Omega = 10\Omega$$

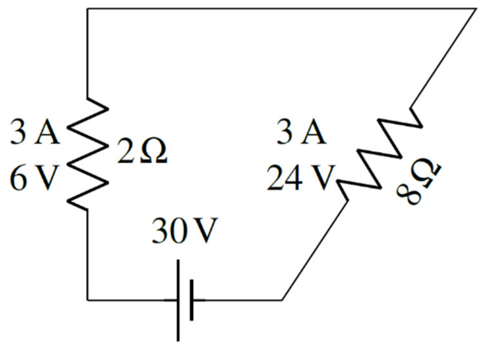
b) Le courant fourni par la pile est

$$\Delta V = RI$$
$$30V = 10\Omega \cdot I$$
$$I = 3A$$

Il y a donc un courant de 3 A qui passe par les résistances équivalentes de 2 Ω et 8 Ω. Les différences de potentiel aux bornes de ces résistances sont alors

$$\Delta V = 2\Omega \cdot 3A = 6V$$
$$\Delta V = 8\Omega \cdot 3A = 24V$$

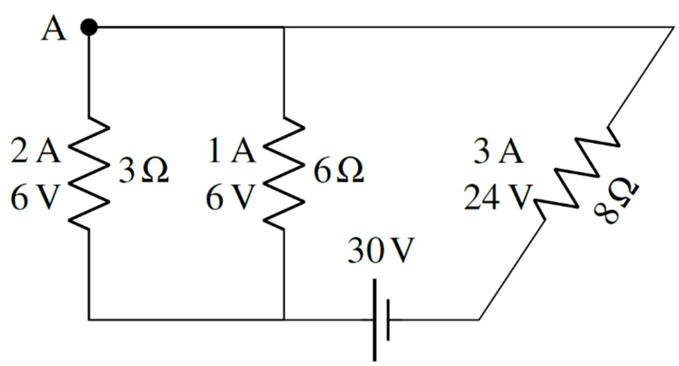
On a alors la situation suivante.



On va alors ramener les résistances en parallèle de gauche. En parallèle, les résistances ont la même différence de potentiel que la résistance équivalente. La différence de potentiel aux bornes de ces résistances est donc aussi de 6 V. Les courants sont donc

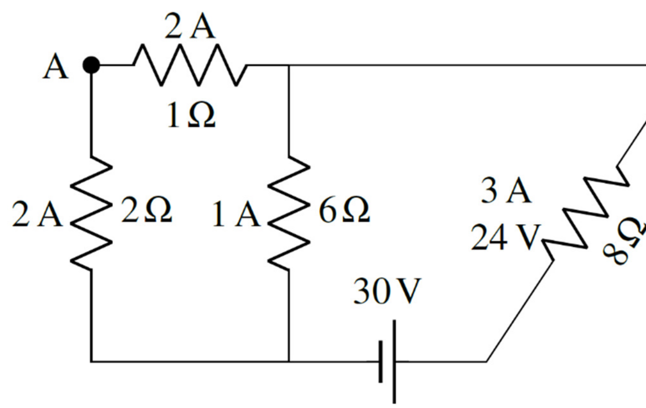
$$6V = 3\Omega \cdot I \qquad \rightarrow \qquad I = 2A$$
$$6V = 6\Omega \cdot I \qquad \rightarrow \qquad I = 1A$$

On a donc la situation suivante.



On va alors ramener les résistances en série de gauche. En série, les résistances ont le même courant que la résistance équivalente. Le courant dans ces résistances est donc aussi de 2 A.

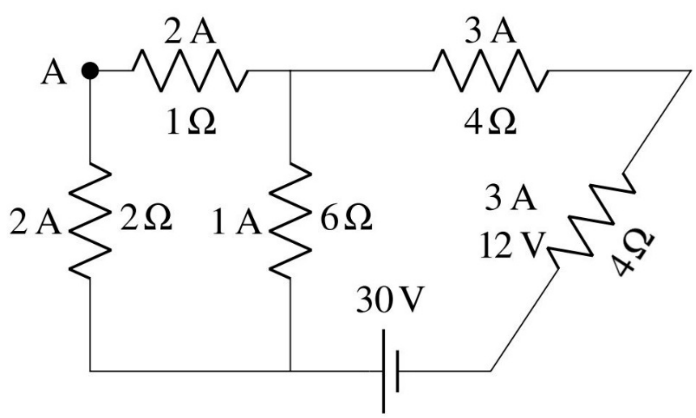
On a donc la situation suivante.



On va alors ramener les résistances en série de droite. En série, les résistances ont le même courant que la résistance équivalente. Le courant dans ces résistances est donc aussi de 3 A. Les différences de potentiel sont donc

$$\Delta V = 4\Omega \cdot 3A \qquad \rightarrow \qquad \Delta V = 12V$$
$$\Delta V = 4\Omega \cdot 3A \qquad \rightarrow \qquad \Delta V = 12V$$

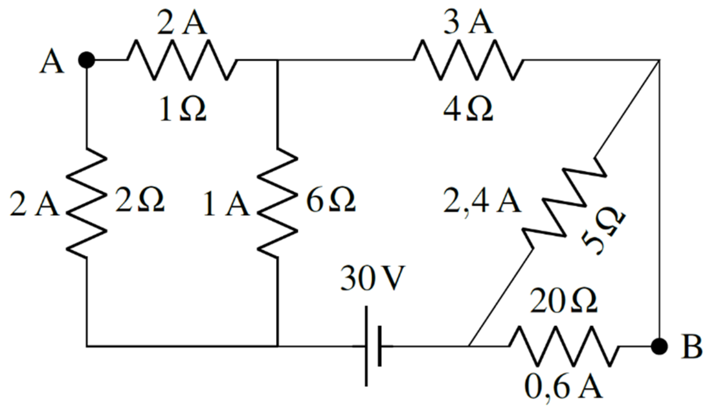
On a donc la situation suivante.



On va alors ramener les résistances en parallèle de droite. En parallèle, les résistances ont la même différence de potentiel que la résistance équivalente. La différence de potentiel aux bornes de ces résistances est donc aussi de 12 V. Les courants sont donc

$$12V = 5\Omega \cdot I \qquad \rightarrow \qquad I = 2,4A$$
$$12V = 20\Omega \cdot I \qquad \rightarrow \qquad I = 0,6A$$

Les courants sont donc



c) Le courant fourni par la source est le même que celui qui passait par la résistance équivalente, soit 3 A.

d) Les puissances dissipées dans chaque résistance sont

$$P_{2\Omega} = 2\Omega \cdot (2A)^2 = 8W$$
$$P_{1\Omega} = 1\Omega \cdot (2A)^2 = 4W$$
$$P_{6\Omega} = 6\Omega \cdot (1A)^2 = 6W$$
$$P_{4\Omega} = 4\Omega \cdot (3A)^2 = 36W$$
$$P_{5\Omega} = 5\Omega \cdot (2,4A)^2 = 28,8W$$
$$P_{20\Omega} = 20\Omega \cdot (0,6A)^2 = 7,2W$$

La somme de ces puissances est 90 W. Remarquez qu'on aurait pu y arriver plus rapidement parce que la somme des puissances dissipée par les résistances d'un circuit est toujours égale à la puissance dissipée par la résistance équivalente. La résistance équivalente est de 10 Ω et elle est traversée par un courant de 10 A. La puissance dissipée est donc de

$$P = 10\Omega \cdot (3A)^2 = 90W$$

e) La puissance de la source est

$$\begin{aligned} P &= I\mathscr{E} \\ &= 3A \cdot 30V \\ &= 90W \end{aligned}$$

Notez que la somme des puissances des sources est toujours égale à la somme des puissances dissipées par les résistances.

f) On va passer du point A au point B en passant par un chemin qui suit le fil du haut et le fil de droite. On passe alors à travers les résistances de 1 Ω et de 4 Ω. Dans ces deux résistances, le courant est vers la droite, donc dans le même sens que notre trajectoire. En appliquant les mêmes règles que pour la loi des mailles, on a

$$\Delta V = -1\Omega \cdot 2A - 4\Omega \cdot 3A = -14V$$

Le signe négatif veut dire que le potentiel du point B est inférieur de 14 V au potentiel du point A. Ici, on s'intéresse uniquement à la différence entre les deux et le signe n'a pas d'importance. La différence de potentiel est donc de 14 V.

17. En série, la puissance dissipée est

$$P_{série} = \frac{\Delta V^2}{R_{eq}} = \frac{\Delta V^2}{R_1 + R_2} = \frac{\Delta V^2}{5\Omega + R_2}$$

On a choisi la formule avec ΔV parce que la différence de potentiel de la source est la même dans les deux cas, ce qui n'est pas le cas du courant.

En parallèle, la puissance dissipée est

$$\begin{aligned} P_{para} &= \frac{\Delta V^2}{R_{eq}} \\ &= \Delta V^2 \frac{1}{R_{eq}} \\ &= \Delta V^2 \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \\ &= \Delta V^2 \left(\frac{1}{5\Omega} + \frac{1}{R_2} \right) \end{aligned}$$

On a donc

$$P_{para} = 4,5 \cdot P_{série}$$

$$\Delta V^2 \left(\frac{1}{5\Omega} + \frac{1}{R_2} \right) = 4,5 \cdot \frac{\Delta V^2}{5\Omega + R_2}$$

$$\frac{1}{5\Omega} + \frac{1}{R_2} = 4,5 \cdot \frac{1}{5\Omega + R_2}$$

$$\frac{R_2}{5\Omega \cdot R_2} + \frac{5\Omega}{5\Omega \cdot R_2} = 4,5 \cdot \frac{1}{5\Omega + R_2}$$

$$\frac{R_2 + 5\Omega}{5\Omega \cdot R_2} = 4,5 \cdot \frac{1}{5\Omega + R_2}$$

$$\left(R_2 + 5\Omega \right)^2 = 22,5\Omega \cdot R_2$$

$$R_2^2 + 10\Omega \cdot R_2 + 25\Omega^2 = 22,5\Omega \cdot R_2$$

$$R_2^2 - 12,5\Omega \cdot R_2 + 25\Omega^2 = 0$$

Les solutions de cette équation sont 10 Ω et 2,5 Ω. Ces deux réponses sont bonnes.

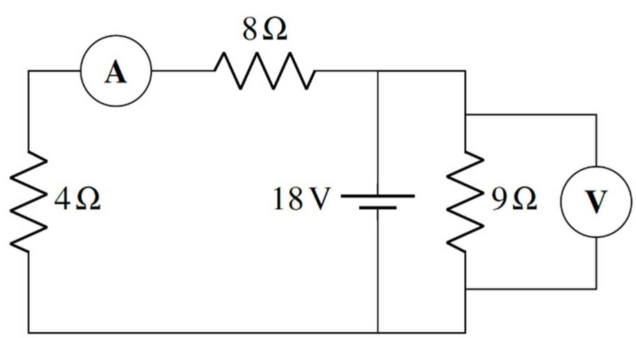
18. Pour le voltmètre, c'est assez facile. Le voltmètre mesure la différence de potentiel aux bornes de la résistance de 9 Ω, qui est en parallèle avec la source de 18 V. Le voltmètre indique donc 18 V.

Pour trouver la valeur affichée par l'ampèremètre, il faut trouver le courant qui va vers la partie gauche du circuit. Pour trouver ce courant, il faut trouver la résistance équivalente de la partie de gauche du circuit. On a premièrement deux résistances en parallèle. La résistance équivalente est

$$\frac{1}{\mathrm{R}_{eq1}} = \frac{1}{12\Omega} + \frac{1}{6\Omega}$$

$$R_{eq1} = 4\Omega$$

On a donc la situation suivante.



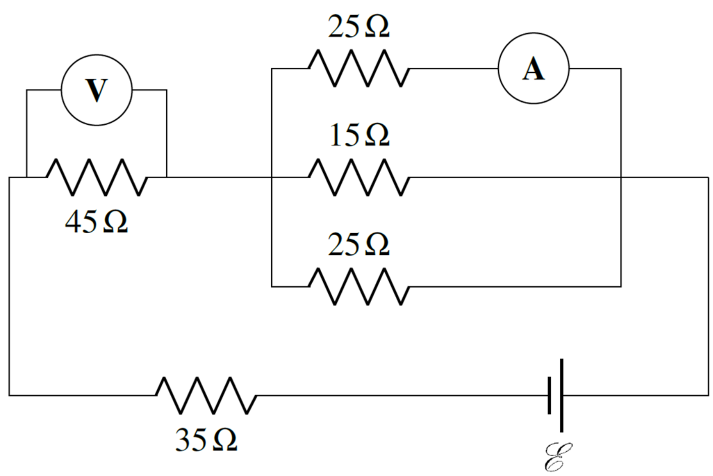
On voit assez facilement que la résistance équivalente est de 12 Ω pour la partie gauche du circuit. Cette résistance équivalente est branchée aux bornes de la pile de 18 V. Le courant est donc

$$\begin{aligned} \Delta V &= RI \\ 18V &= 12\Omega \cdot I \\ I &= 1,5A \end{aligned}$$

C'est la valeur affichée par l'ampèremètre.

19. a)

On va premièrement simplifier un peu le circuit en prenant la résistance équivalente des résistances de 10 Ω et 15 Ω en série. On a alors le circuit suivant



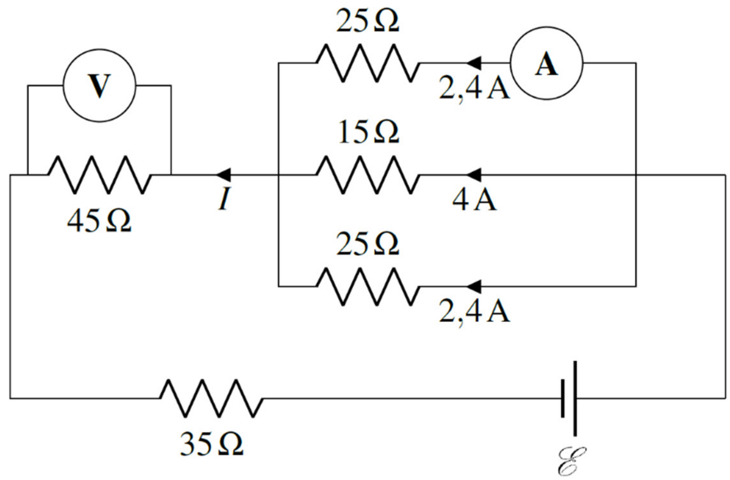
On peut alors trouver la différence de potentiel aux bornes des trois résistances en parallèle puisque la différence de potentiel aux bornes de ces résistances est la même que celle de 25 Ω du haut. La différence de potentiel est

$$\begin{aligned} \Delta V &= RI \\ &= 25\Omega \cdot 2,4A \\ &= 60V \end{aligned}$$

De là, on peut trouver le courant dans les 2 autres résistances en parallèle.

$$\Delta V = RI \quad \rightarrow \quad 60V = 15\Omega \cdot I \quad \rightarrow \quad I = 4A$$
$$\Delta V = RI \quad \rightarrow \quad 60V = 25\Omega \cdot I \quad \rightarrow \quad I = 2,4A$$

On va ensuite trouver le courant qui passe par la résistance de 45 Ω. On va appliquer la loi des nœuds sur le nœud de gauche du groupe de trois résistances en parallèle.



On a alors

$$2,4A + 4A + 2,4A = I$$
$$I = 8,8A$$

Il passe donc un courant de 8,8 A par la résistance de 45 Ω. La différence de potentiel aux bornes de cette résistance est

$$\begin{aligned} \Delta V &= RI \\ &= 45\Omega \cdot 8,8A \\ &= 396V \end{aligned}$$

C'est la valeur qu'affiche le voltmètre.

b) Pour trouver la différence de potentiel aux bornes de la source, on va faire une loi des mailles qui passe, dans cet ordre, par la résistance de 35 Ω, la source, la résistance de 15 Ω et la résistance de 45 Ω. On a donc

$$-35\Omega \cdot 8,8A + \mathscr{E} - 15\Omega \cdot 4A - 45\Omega \cdot 8,8A = 0$$
$$\mathscr{E} = 764V$$

20. On peut faire deux équations, qu'on pourra résoudre par la suite. La première équation est une loi des mailles de la boucle du bas. On passe, dans cet ordre, par la résistance de 35 Ω, la source de 40 V, la source inconnue et la résistance de 15 Ω. Cette équation est

$$-35\Omega \cdot I + 40V - \mathscr{E} - 15\Omega \cdot I = 0$$

On a supposé que le courant allait dans le sens contraire des aiguilles d'une montre. Le courant est aussi partout le même dans cette boucle, car il ne passe pas de courant par le voltmètre (du moins, on néglige ce faible courant).

Pour la deuxième équation, on utilise le fait qu'on sait qu'il y a 33 V de différence entre les deux endroits où est branché le voltmètre. En allant du branchement de droite du voltmètre au branchement de gauche du voltmètre, on devrait avoir ΔV = - 33 V, puisque le côté gauche est à un potentiel plus bas (c'est ce qu'indiquent les + et – sur les branchements du voltmètre). En appliquant les mêmes règles que pour la loi des mailles, on a

$$-\mathscr{E} - 15\Omega \cdot I = -33V$$

C'est notre deuxième équation. On va isoler $\mathscr{E}$ dans cette équation

$$\mathscr{E} = 33V - 15\Omega \cdot I$$

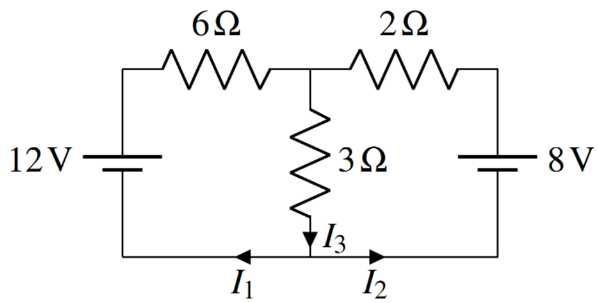
et remplacer dans la première équation.

$$\begin{gathered}
-35\Omega \cdot I + 40V - \mathscr{E} - 15\Omega \cdot I = 0 \\
-35\Omega \cdot I + 40V - (33V - 15\Omega \cdot I) - 15\Omega \cdot I = 0 \\
-35\Omega \cdot I + 40V - 33V + 15\Omega \cdot I - 15\Omega \cdot I = 0 \\
-35\Omega \cdot I + 40V - 33V = 0 \\
-35\Omega \cdot I + 7V = 0 \\
I = 0,2A
\end{gathered}$$

On peut ensuite trouver la tension de la source avec notre deuxième équation.

$$\begin{aligned}
\mathscr{E} &= 33V - 15\Omega \cdot I \\
&= 33V - 15\Omega \cdot 0,2A \\
&= 30V
\end{aligned}$$

21. On va travailler avec ces sens de courant.



La loi des nœuds (nœud du bas) nous donne alors

$$I_1 + I_2 = I_3$$

Pour la première loi de mailles, on va prendre la maille de gauche. On va partir du nœud du haut et aller dans le sens des aiguilles d'une montre. On a alors

$$-3\Omega \cdot I_3 + 12V - 6\Omega \cdot I_1 = 0$$

Pour la deuxième loi de mailles, on va prendre la maille de droite. On va partir du nœud du haut et aller dans le sens contraire des aiguilles d'une montre. On a alors

$$-3\Omega \cdot I_3 + 8V - 2\Omega \cdot I_2 = 0$$

Pour résoudre, on isole I_1 dans la première loi des mailles

$$\begin{gathered} -3\Omega \cdot I_3 + 12V - 6\Omega \cdot I_1 = 0 \\ 6\Omega \cdot I_1 = -3\Omega \cdot I_3 + 12V \\ I_1 = -0,5 \cdot I_3 + 2A \end{gathered}$$

et I_2 dans la deuxième loi des mailles

$$\begin{gathered} -3\Omega \cdot I_3 + 8V - 2\Omega \cdot I_2 = 0 \\ 2\Omega \cdot I_2 = -3\Omega \cdot I_3 + 8V \\ I_2 = -1,5 \cdot I_3 + 4A \end{gathered}$$

et qu'on remplace ensuite dans la loi des nœuds, on obtient

$$
\begin{aligned}
I_1 + I_2 &= I_3 \\
(-0,5 \cdot I_3 + 2A) + (-1,5 \cdot I_3 + 4A) &= I_3 \\
-2 \cdot I_3 + 6A &= I_3 \\
6A &= 3 \cdot I_3 \\
I_3 &= 2A
\end{aligned}
$$

On trouve ensuite les deux autres courants.

$$
\begin{aligned}
I_1 &= -0,5 \cdot I_3 + 2A \\
&= -0,5 \cdot 2A + 2A \\
&= 1A
\end{aligned}
$$

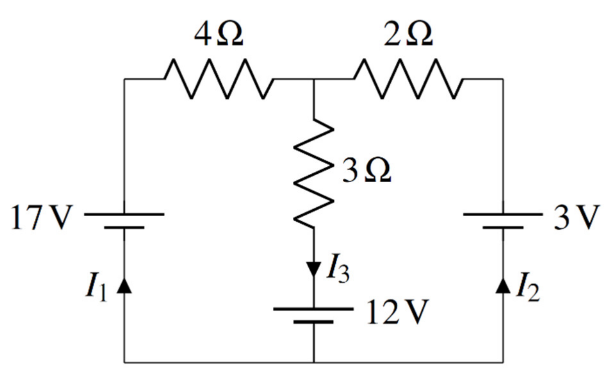
$$
\begin{aligned}
I_2 &= -1,5 \cdot I_3 + 4A \\
&= -1,5 \cdot 2A + 4A \\
&= 1A
\end{aligned}
$$

On a donc les courants suivants :

Résistance de 6 Ω : 1 A vers la droite.
Résistance de 3 Ω : 2 A vers le bas.
Résistance de 2 Ω : 1 A vers la gauche.

22. Pour trouver les puissances, il faut connaitre les courants. On va donc faire les lois de Kirchhoff pour déterminer les courants.

On va travailler avec ces sens de courant.



La loi des nœuds (nœud du haut) nous donne alors

$$I_1 + I_2 = I_3$$

Pour la première loi de mailles, on va prendre la maille de gauche. On va partir du nœud du haut et aller dans le sens des aiguilles d'une montre. On a alors

$$-3\Omega \cdot I_3 - 12V + 17V - 4\Omega \cdot I_1 = 0$$
$$-3\Omega \cdot I_3 + 5V - 4\Omega \cdot I_1 = 0$$

Pour la deuxième loi de mailles, on va prendre la maille de droite. On va partir du nœud du haut et aller dans le sens contraire des aiguilles d'une montre. On a alors

$$-3\Omega \cdot I_3 - 12V + 3V - 2\Omega \cdot I_2 = 0$$
$$-3\Omega \cdot I_3 - 9V - 2\Omega \cdot I_2 = 0$$

Pour résoudre, on isole I_1 dans la première loi des mailles

$$-3\Omega \cdot I_3 + 5V - 4\Omega \cdot I_1 = 0$$
$$4\Omega \cdot I_1 = -3\Omega \cdot I_3 + 5V$$
$$I_1 = -0,75 \cdot I_3 + 1,25A$$

et I_2 dans la deuxième loi des mailles

$$-3\Omega \cdot I_3 - 9V - 2\Omega \cdot I_2 = 0$$
$$2\Omega \cdot I_2 = -3\Omega \cdot I_3 - 9V$$
$$I_2 = -1,5 \cdot I_3 - 4,5A$$

et qu'on remplace ensuite dans la loi des nœuds, on obtient

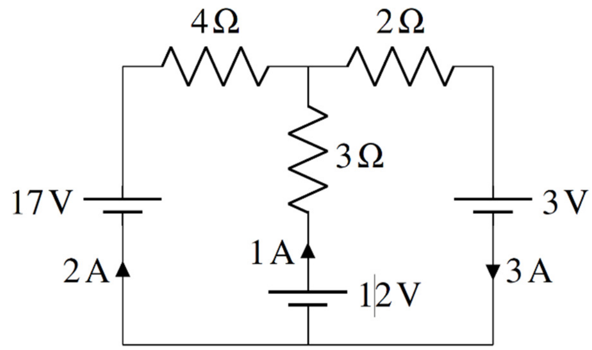
$$I_1 + I_2 = I_3$$
$$\left(-0,75 \cdot I_3 + 1,25A\right) + \left(-1,5 \cdot I_3 - 4,5A\right) = I_3$$
$$-2,25 \cdot I_3 - 3,25A = I_3$$
$$-3,25A = 3,25 \cdot I_3$$
$$I_3 = -1A$$

On trouve ensuite les deux autres courants.

$$\begin{aligned} I_1 &= -0,75 \cdot I_3 + 1,25A \\ &= -0,75 \cdot -1A + 1,25A \\ &= 2A \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_2 &= -1,5 \cdot I_3 - 4,5A \\ &= -1,5 \cdot -1A - 4,5A \\ &= -3A \end{aligned}$$

On a donc les courants suivants.



a) Les puissances dissipées par les résistances sont donc

$$\begin{aligned} P_{4\Omega} &= 4\Omega \cdot (2A)^2 = 16W \\ P_{3\Omega} &= 3\Omega \cdot (1A)^2 = 3W \\ P_{2\Omega} &= 2\Omega \cdot (3A)^2 = 18W \end{aligned}$$

b) Les puissances fournies par les sources sont

$$\begin{aligned} P_{17V} &= 17V \cdot 2A = 34W \\ P_{12V} &= 12V \cdot 1A = 12W \\ P_{3V} &= -3V \cdot 3A = -9W \end{aligned}$$

Pour le signe, il faut se rappeler qu'on met un négatif quand le courant arrive à la plaque positive de la source. On obtient alors une puissance fournie, négative, ce qui correspond à une puissance reçue. La pile de 3 V reçoit donc 9 W de puissance. C'est une pile qui se charge.

c) La somme des puissances perdue en chaleur dans les résistances est

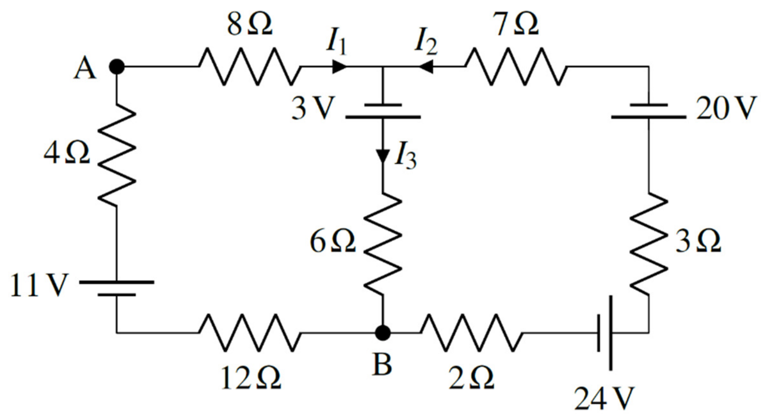
16 W + 3 W + 18 W = 37 W

La somme des énergies fournies par les piles est

34 W + 12 W – 9W = 37 W

On voit qu'effectivement, la somme des énergies fournies par les sources est égale à la somme des énergies perdues en chaleur dans les résistances.

23. a) On va travailler avec ces sens de courant.



La loi des nœuds (nœud du haut) nous donne alors

$$I_1 + I_2 = I_3$$

Pour la première loi de mailles, on va prendre la maille de gauche. On va partir du nœud du haut et aller dans le sens des aiguilles d'une montre. On a alors

$$3V - 6\Omega \cdot I_3 - 12\Omega \cdot I_1 + 11V - 4\Omega \cdot I_1 - 8\Omega \cdot I_1 = 0$$
$$-6\Omega \cdot I_3 + 14V - 24\Omega \cdot I_1 = 0$$

Pour la deuxième loi de mailles, on va prendre la maille de droite. On va partir du nœud du haut et aller dans le sens contraire des aiguilles d'une montre. On a alors

$$3V - 6\Omega \cdot I_3 - 2\Omega \cdot I_2 + 24V - 3\Omega \cdot I_2 - 20V - 7\Omega \cdot I_2 = 0$$
$$-6\Omega \cdot I_3 + 7V - 12\Omega \cdot I_2 = 0$$

Pour résoudre, on isole I_1 dans la première loi des mailles

$$-6\Omega \cdot I_3 + 14V - 24\Omega \cdot I_1 = 0$$
$$24\Omega \cdot I_1 = -6\Omega \cdot I_3 + 14V$$
$$I_1 = -\tfrac{6}{24} \cdot I_3 + \tfrac{14}{24} A$$

et I_2 dans la deuxième loi des mailles.

$$-6\Omega\cdot I_3+7V-12\Omega\cdot I_2=0$$
$$12\Omega\cdot I_2=-6\Omega\cdot I_3+7V$$
$$I_2=-\tfrac{6}{12}\cdot I_3+\tfrac{7}{12}A$$

On remplace ensuite dans la loi des nœuds.

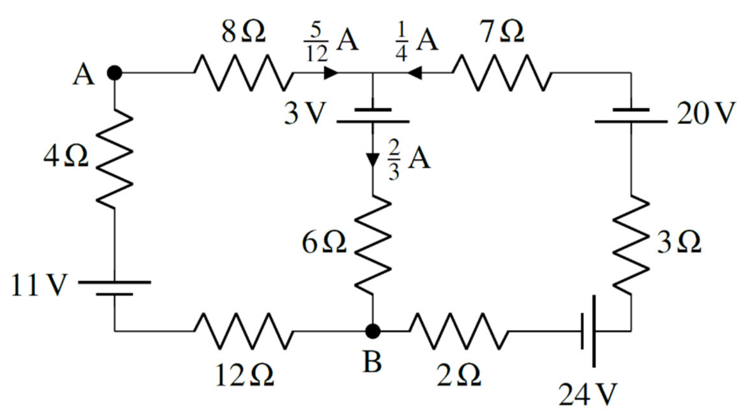
$$I_1+I_2=I_3$$
$$\left(-\tfrac{6}{24}\cdot I_3+\tfrac{14}{24}A\right)+\left(-\tfrac{6}{12}\cdot I_3+\tfrac{7}{12}A\right)=I_3$$
$$-\tfrac{18}{24}\cdot I_3+\tfrac{28}{24}A=I_3$$
$$\tfrac{28}{24}A=\tfrac{42}{24}\cdot I_3$$
$$28A=42\cdot I_3$$
$$I_3=\tfrac{2}{3}A$$

On trouve ensuite les deux autres courants.

$$\begin{aligned}I_1&=-\tfrac{6}{24}\cdot I_3+\tfrac{14}{24}A\\&=-\tfrac{6}{24}\cdot\tfrac{2}{3}A+\tfrac{14}{24}A\\&=\tfrac{5}{12}A\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}I_2&=-\tfrac{6}{12}\cdot I_3+\tfrac{7}{12}A\\&=-\tfrac{6}{12}\cdot\tfrac{2}{3}A+\tfrac{7}{12}A\\&=\tfrac{1}{4}A\end{aligned}$$

On a donc les courants suivants.

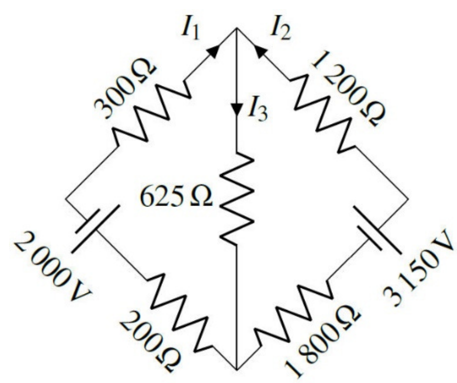


b) Pour calculer la valeur affichée, on va trouver la différence de potentiel entre A e B. On va utiliser les règles pour les lois de mailles en allant de A à B en passant par la résistance de 4 Ω, la source de 11 V et la résistance de 12 Ω. La différence de potentiel est

$$\begin{aligned}\Delta V &= 4\Omega \cdot I_1 - 11V + 12\Omega \cdot I_1 \\ &= 16\Omega \cdot I_1 - 11V \\ &= 16\Omega \cdot \tfrac{5}{12} A - 11V \\ &= -4\tfrac{1}{3} V \\ &= -4,333V\end{aligned}$$

Cette valeur négative signifie que le potentiel est 4,333 V plus bas au point B. Si on met le fil rouge au point A (où le potentiel est plus élevé) la valeur affichée sera de 4,333 V.

24. On va travailler avec ces sens de courant.



La loi des nœuds (nœud du haut) nous donne alors

$$I_1 + I_2 = I_3$$

Pour la première loi de mailles, on va prendre la maille de gauche. On va partir du nœud du haut et aller dans le sens des aiguilles d'une montre. On a alors

$$-625\Omega \cdot I_3 - 200\Omega \cdot I_1 - 2000V - 300\Omega \cdot I_1 = 0$$
$$-625\Omega \cdot I_3 - 2000V - 500\Omega \cdot I_1 = 0$$

Pour la deuxième loi de mailles, on va prendre la maille de droite. On va partir du nœud du haut et aller dans le sens contraire des aiguilles d'une montre. On a alors

$$-625\Omega \cdot I_3 - 1800\Omega \cdot I_2 + 3150V - 1200\Omega \cdot I_2 = 0$$
$$-625\Omega \cdot I_3 + 3150V - 3000\Omega \cdot I_2 = 0$$

Pour résoudre, on isole I_1 dans la première loi des mailles

$$-625\Omega \cdot I_3 - 2000V - 500\Omega \cdot I_1 = 0$$
$$500\Omega \cdot I_1 = -625\Omega \cdot I_3 - 2000V$$
$$I_1 = -\tfrac{5}{4} \cdot I_3 - 4A$$

et I_2 dans la deuxième loi des mailles.

$$-625\Omega \cdot I_3 + 3150V - 3000\Omega \cdot I_2 = 0$$
$$3000\Omega \cdot I_2 = -625\Omega \cdot I_3 + 3150V$$
$$I_2 = -\tfrac{5}{24} \cdot I_3 + 1,05A$$

On remplace ensuite dans la loi des nœuds.

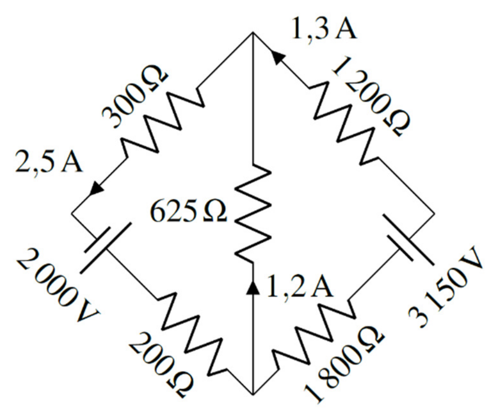
$$I_1 + I_2 = I_3$$
$$\left(-\tfrac{5}{4} \cdot I_3 - 4A\right) + \left(-\tfrac{5}{24} \cdot I_3 + 1,05A\right) = I_3$$
$$-\tfrac{35}{24} \cdot I_3 - 2,95A = I_3$$
$$-2,95A = \tfrac{59}{24} \cdot I_3$$
$$I_3 = -1,2A$$

On trouve ensuite les deux autres courants.

$$\begin{aligned} I_1 &= -\tfrac{5}{4} \cdot I_3 - 4A \\ &= -\tfrac{5}{4} \cdot -1,2A - 4A \\ &= -2,5A \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_2 &= -\tfrac{5}{24} \cdot I_3 + 1,05A \\ &= -\tfrac{5}{24} \cdot -1,2A + 1,05A \\ &= 1,3A \end{aligned}$$

On a donc les courants suivants.

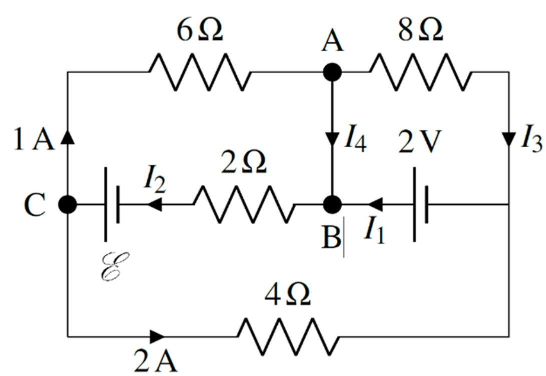


25. a)

Trouvons premièrement le courant dans la résistance de 4 Ω. Premièrement, ce courant est vers la droite, car on sait que le courant dans une résistance va du côté où le potentiel est le plus élevé vers le côté où le potentiel est le plus bas, et le voltmètre nous indique que le côté gauche de la résistance a un potentiel plus élevé. La grandeur du courant est

$$\Delta V = RI$$
$$8V = 4\Omega \cdot I$$
$$I = 2A$$

On a donc la situation suivante.



Il y a 4 courants inconnus dans ce circuit. On va faire le maximum de lois des nœuds dans ce circuit. Comme il y a 4 nœuds, on peut faire trois lois des nœuds. Au nœud a, on a

$$1A = I_3 + I_4$$

Au nœud b, on a

$$I_4 + I_1 = I_2$$

Au nœud c, on a

$$I_2 = 1A + 2A$$

Il reste à faire une loi des mailles pour faire notre 4^e équation. On va faire la maille en haut à droite. On va partir du point a et se déplacer dans le sens contraire des aiguilles d'une montre. On a donc

$$8\Omega \cdot I_3 - 2V = 0$$

De cette équation, on trouve $I_3 = 0{,}25$ A.

De l'équation du nœud c, on trouve $I_2 = 3$ A.

De l'équation du nœud a, on trouve

$$\begin{gathered} 1A = I_3 + I_4 \\ 1A = 0,25A + I_4 \\ I_4 = 0,75A \end{gathered}$$

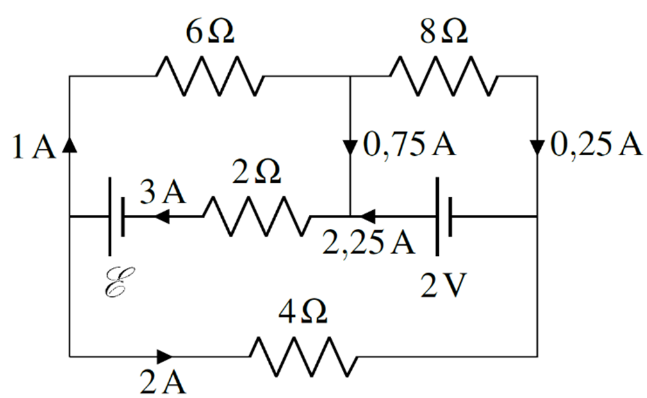
et de l'équation du nœud b, on trouve

$$\begin{gathered} I_4 + I_1 = I_2 \\ 0,75A + I_1 = 3A \\ I_1 = 2,25A \end{gathered}$$

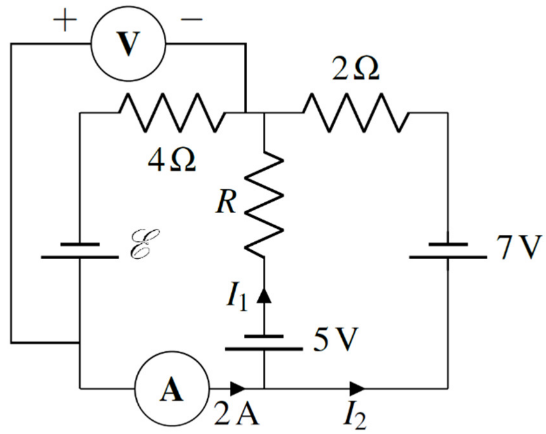
b) On trouve la valeur de $\mathscr{E}$ avec une équation des mailles sur la boucle en haut à gauche. En allant dans le sens des aiguilles d'une montre à partir du nœud c, on a

$$\begin{gathered} -6\Omega \cdot 1A - 2\Omega \cdot 3A + \mathscr{E} = 0 \\ -6V - 6V + \mathscr{E} = 0 \\ \mathscr{E} = 12V \end{gathered}$$

Notre solution pour a) et b) est donc



26. On va travailler avec les sens suivants pour les courants.



L'équation des nœuds est (nœud du bas)

$$2A = I_1 + I_2$$

L'équation de la maille de gauche est (en partant de nœud du bas dans le sens contraire des aiguilles d'une montre)

$$-5V - RI_1 - 4\Omega \cdot 2A + \mathscr{E} = 0$$
$$-13V - RI_1 + \mathscr{E} = 0$$

L'équation de la maille de droite est (en partant de nœud du bas dans le sens des aiguilles d'une montre)

$$-5V - RI_1 + 2\Omega \cdot I_2 + 7V = 0$$
$$2V - RI_1 + 2\Omega \cdot I_2 = 0$$

Nous n'avons pas encore assez d'équations, car il y a 4 inconnues (I_1, I_2, R et $\mathscr{E}$). Toutefois, il y a une autre équation, celle de la différence de potentiel indiqué par le voltmètre. Cette information nous dit que

$$-4\Omega \cdot 2A + \mathscr{E} = 10V$$

De cette équation, on trouve que

$$-4\Omega \cdot 2A + \mathscr{E} = 10V$$
$$-8V + \mathscr{E} = 10V$$
$$\mathscr{E} = 18V$$

De là, on trouve que (avec l'équation de la maille de gauche)

$$-13V - RI_1 + \mathscr{E} = 0$$
$$-13V - RI_1 + 18V = 0$$
$$RI_1 = 5V$$

On peut alors utiliser cette information dans l'équation de la maille de droite.

$$2V - RI_1 + 2\Omega \cdot I_2 = 0$$
$$2V - 5V + 2\Omega \cdot I_2 = 0$$
$$-3V + 2\Omega \cdot I_2 = 0$$
$$I_2 = 1,5A$$

On peut ensuite trouver le courant I_1 avec la loi des mailles.

$$2A = I_1 + I_2$$
$$2A = I_1 + 1,5A$$
$$I_1 = 0,5A$$

On trouve finalement la résistance avec

$$RI_1 = 5V$$
$$R \cdot 0,5A = 5V$$
$$R = 10\Omega$$

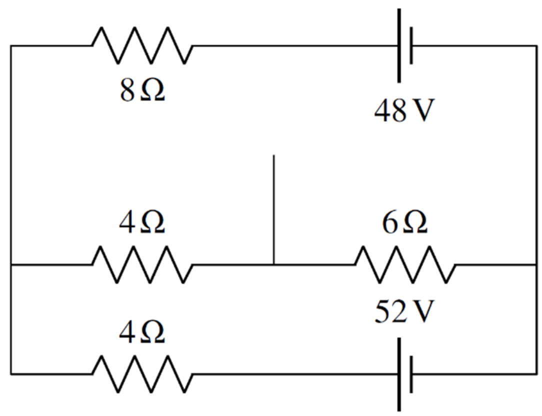
Notre solution est donc $\mathscr{E}$ = 18 V et R = 10 Ω.

27. Ce problème semble vraiment difficile puisqu'il y a 9 branches dans ce circuit. On ne va tout de même pas résoudre 9 équations avec 9 inconnues…

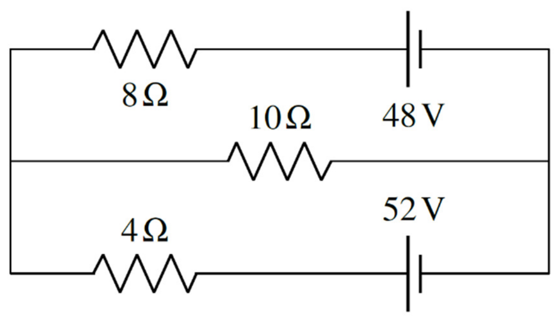
Heureusement, on peut simplifier un peu le circuit avant d'appliquer les lois de Kirchhoff. Au centre du circuit. Les résistances de 12 Ω et de 6 Ω sont en parallèle, tout comme les résistances des 18 Ω et de 9 Ω. Les résistances équivalentes sont

$$\frac{1}{R_{eq1}} = \frac{1}{12\Omega} + \frac{1}{6\Omega} \qquad \rightarrow \qquad R_{eq1} = 4\Omega$$
$$\frac{1}{R_{eq2}} = \frac{1}{18\Omega} + \frac{1}{9\Omega} \qquad \rightarrow \qquad R_{eq2} = 6\Omega$$

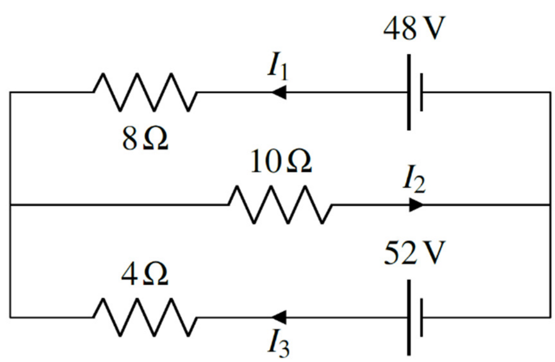
On a alors le circuit suivant.



Les résistances de 4 Ω et 6 Ω sont maintenant en série. On peut donc encore simplifier pour arriver à



On peut alors faire les équations de Kirchhoff en utilisant les courants suivants.



Avec le nœud de gauche, la loi des nœuds est

$$I_1 + I_3 = I_2$$

L'équation de la maille du haut est (en partant de nœud de gauche dans le sens contraire des aiguilles d'une montre)

$$-10\Omega \cdot I_2 + 48V - 8\Omega \cdot I_1 = 0$$

L'équation de la maille du bas est (en partant de nœud de gauche dans le sens des aiguilles d'une montre)

$$-10\Omega \cdot I_2 + 52V - 4\Omega \cdot I_3 = 0$$

Pour résoudre, on isole I_1 dans la première loi des mailles

$$\begin{aligned} -10\Omega \cdot I_2 + 48V - 8\Omega \cdot I_1 &= 0 \\ 8\Omega \cdot I_1 &= -10\Omega \cdot I_2 + 48V \\ I_1 &= -1,25 \cdot I_2 + 6A \end{aligned}$$

et I_3 dans la deuxième loi des mailles.

$$\begin{aligned} -10\Omega \cdot I_2 + 52V - 4\Omega \cdot I_3 &= 0 \\ 4\Omega \cdot I_3 &= -10\Omega \cdot I_2 + 52V \\ I_3 &= -2,5 \cdot I_2 + 13A \end{aligned}$$

On remplace ensuite dans la loi des nœuds.

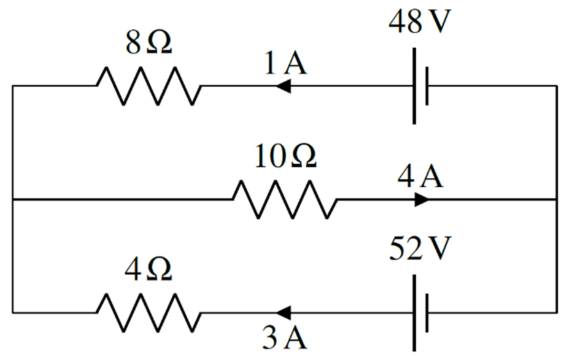
$$\begin{aligned} I_1 + I_3 &= I_2 \\ -1,25 \cdot I_2 + 6A + -2,5 \cdot I_2 + 13A &= I_2 \\ -3,75 \cdot I_2 + 19A &= I_2 \\ 19A &= 4,75 I_2 \\ I_2 &= 4A \end{aligned}$$

On trouve ensuite les deux autres courants.

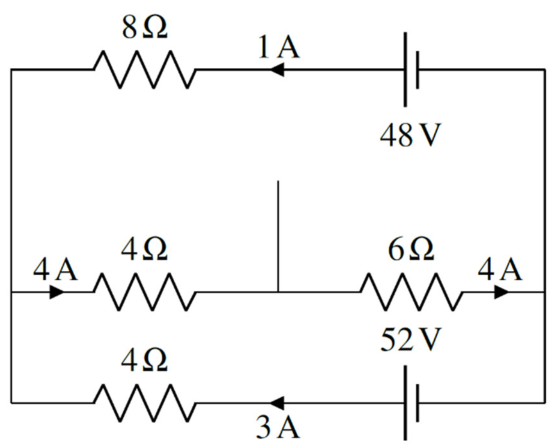
$$\begin{aligned} I_1 &= -1,25 \cdot I_2 + 6A \\ &= -1,25 \cdot 4A + 6A \\ &= 1A \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_3 &= -2,5 \cdot I_2 + 13A \\ &= -2,5 \cdot 4A + 13A \\ &= 3A \end{aligned}$$

On a donc les courants suivants.



Il reste maintenant à désimplifier le circuit pour trouver les courants dans chaque branche. On ramène premièrement les deux résistances en série. Dans ce cas, le courant dans chaque résistance est le même que celui dans la résistance en parallèle.



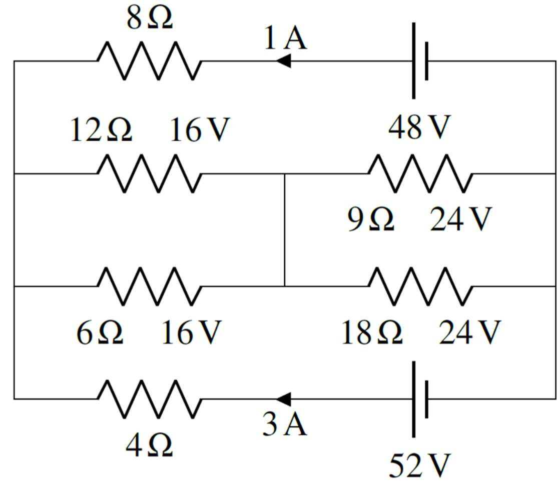
On va maintenant ramener les résistances en parallèle. Ces résistances ont la même différence de potentiel que les résistances équivalentes. Ainsi, aux bornes des résistances de 12 Ω et de 6 Ω, la différence de potentiel sera de

$$\Delta V = 4\Omega \cdot 4A = 16V$$

Aux bornes des résistances de 18 Ω et de 9 Ω, la différence de potentiel sera de

$$\Delta V = 6\Omega \cdot 4A = 24V$$

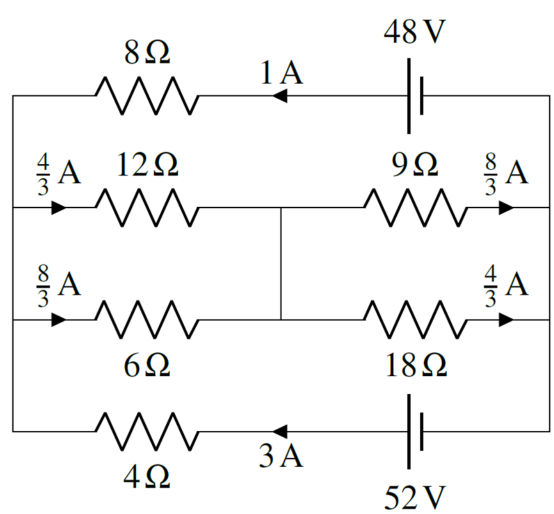
On aura alors



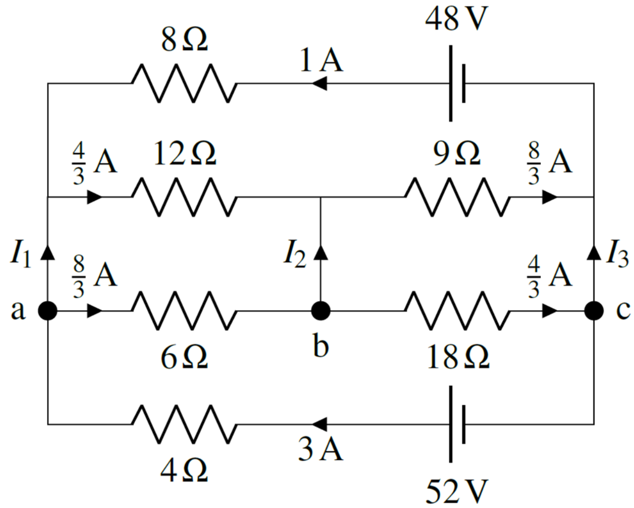
Avec ces différences de potentiel, on peut trouver les courants.

$$16V = 12\Omega \cdot I_{12\Omega} \qquad \rightarrow \qquad I_{12\Omega} = \tfrac{4}{3}A$$
$$16V = 6\Omega \cdot I_{6\Omega} \qquad \rightarrow \qquad I_{6\Omega} = \tfrac{8}{3}A$$
$$24V = 9\Omega \cdot I_{9\Omega} \qquad \rightarrow \qquad I_{9\Omega} = \tfrac{8}{3}A$$
$$24V = 18\Omega \cdot I_{18\Omega} \qquad \rightarrow \qquad I_{18\Omega} = \tfrac{4}{3}A$$

On a donc les courants suivants.



Il ne reste qu'à trouver le courant dans les trois petites branches verticales au milieu du circuit. Pour les trouver, on peut faire des lois des nœuds sur les nœuds en bas de ces branches (nœuds a, b et c sur la figure).



En supposant que les courants dans ces branches sont vers le haut, on a

Nœud a

$$3A = I_1 + \tfrac{8}{3}A$$
$$I_1 = \tfrac{1}{3}A$$

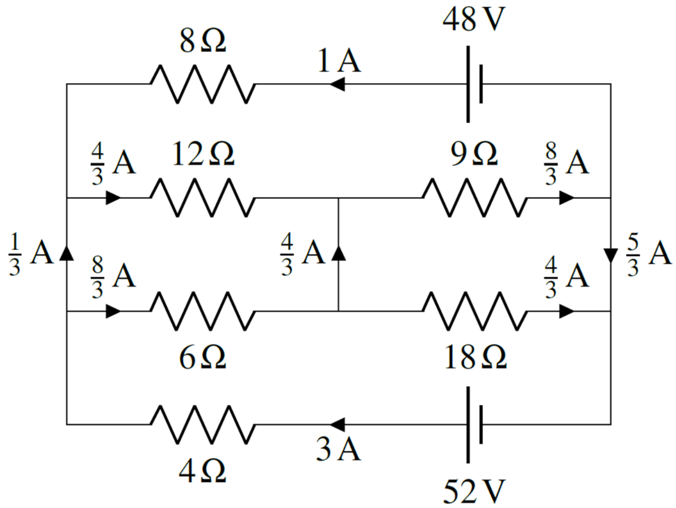
Nœud b

$$\tfrac{8}{3}A = I_2 + \tfrac{4}{3}A$$
$$I_2 = \tfrac{4}{3}A$$

Nœud c

$$\tfrac{4}{3}A = I_3 + 3A$$
$$I_3 = -\tfrac{5}{3}A$$

Notre réponse finale est donc



28. On a

$$\Delta V = \mathcal{E} - rI$$
$$11,8V = 12,4V - r \cdot 40A$$
$$r = 0,015\Omega$$

29. On trouve la résistance de la pile avec

$$\Delta V = \mathcal{E} - rI$$
$$22V = 24V - r \cdot 4A$$
$$r = 0,5\Omega$$

S'il y a 22 V aux bornes de la pile, il y a aussi 22 V aux bornes de la résistance. On a donc

$$\Delta V = RI$$
$$22V = R \cdot 4A$$
$$R = 5,5\Omega$$

30. Quand la pile donne du courant, la différence de potentiel est

$$\Delta V = \mathcal{E} - rI$$

On a les donc deux équations suivantes.

$$12,2V = \mathscr{E} - r \cdot 1,2A$$
$$12,0V = \mathscr{E} - r \cdot 1,7A$$

Pour résoudre, on a soustrait la deuxième équation de la première. On a alors

$$\begin{aligned} 12,2V - 12,0V &= (\mathscr{E} - r \cdot 1,2A) - (\mathscr{E} - r \cdot 1,7A) \\ 0,2V &= -r \cdot 1,2A + r \cdot 1,7A \\ 0,2V &= r \cdot 0,5A \\ r &= 0,4\Omega \end{aligned}$$

On trouve ensuite $\mathscr{E}$ avec une des deux équations.

$$\begin{aligned} 12,2V &= \mathscr{E} - r \cdot 1,2A \\ 12,2V &= \mathscr{E} - 0,4\Omega \cdot 1,2A \\ \mathscr{E} &= 12,68V \end{aligned}$$

31. Quand la pile donne du courant, la différence de potentiel est

$$\Delta V = \mathscr{E} - rI$$

Quand la pile reçoit du courant (quand on charge la pile), la différence de potentiel est

$$\Delta V = \mathscr{E} + rI$$

On a les donc deux équations suivantes.

$$12,23V = \mathscr{E} - r \cdot 1,2A$$
$$12,89V = \mathscr{E} + r \cdot 3,2A$$

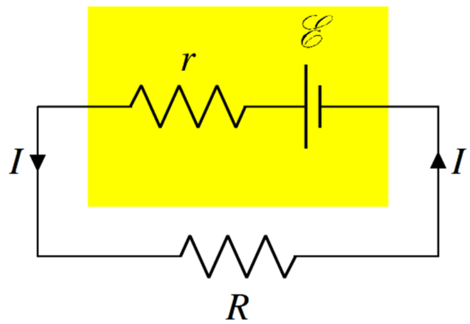
Pour résoudre, on a soustrait la première équation de la deuxième. On a alors

$$\begin{aligned} 12,89V - 12,23V &= (\mathscr{E} + r \cdot 3,2A) - (\mathscr{E} - r \cdot 1,2A) \\ 0,66V &= r \cdot 3,2A + r \cdot 1,2A \\ 0,66V &= r \cdot 4,4A \\ r &= 0,15\Omega \end{aligned}$$

On trouve ensuite $\mathscr{E}$ avec une des deux équations.

$$12,23V = \mathscr{E} - r \cdot 1,2A$$
$$12,23V = \mathscr{E} - 0,15\Omega \cdot 1,2A$$
$$\mathscr{E} = 12,41V$$

32. Nous avons un circuit formé d'une pile et d'une résistance.



La différence de potentiel aux bornes de la pile est la même que celle aux bornes de la résistance. On peut donc trouver le courant quand on est branché à la résistance de 20 Ω. On a alors

$$\Delta V = RI$$
$$16,4V = 20\Omega \cdot I$$
$$I = 0,82A$$

Pour la pile, on a donc

$$\Delta V = \mathscr{E} - rI$$
$$16,4V = \mathscr{E} - r \cdot 0,82A$$

On peut ensuite trouver le courant quand on est branché à la résistance de 50 Ω. On a alors

$$\Delta V = RI$$
$$17V = 50\Omega \cdot I$$
$$I = 0,34A$$

Pour la pile, on a donc

$$\Delta V = \mathscr{E} - rI$$
$$17V = \mathscr{E} - r \cdot 0,34A$$

On a les donc deux équations suivantes.

$$16,4V = \mathcal{E} - r \cdot 0,82A$$
$$17V = \mathcal{E} - r \cdot 0,34A$$

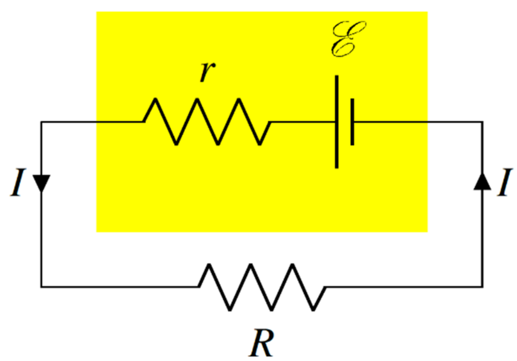
Pour résoudre, on a soustrait la première équation de la deuxième. On a alors

$$17V - 16,4V = (\mathcal{E} - r \cdot 0,34A) - (\mathcal{E} - r \cdot 0,82A)$$
$$0,6V = -r \cdot 0,34A + r \cdot 0,82A$$
$$0,6V = r \cdot 0,48A$$
$$r = 1,25\Omega$$

On trouve ensuite $\mathcal{E}$ avec une des deux équations.

$$17V = \mathcal{E} - r \cdot 0,34A$$
$$17V = \mathcal{E} - 1,25\Omega \cdot 0,34A$$
$$\mathcal{E} = 17,425V$$

33. a) Nous avons un circuit formé d'une pile et d'une résistance.



Si la puissance dissipée est de 1250 W et que la résistance est de 2 Ω, on peut trouver le courant dans la résistance.

$$P_R = RI^2$$
$$1250W = 2\Omega \cdot I^2$$
$$I = 25A$$

C'est aussi le courant fourni par la pile. La différence de potentiel aux bornes de la résistance est

$$\begin{aligned}\Delta V &= RI \\ &= 2\Omega \cdot 25A \\ &= 50V\end{aligned}$$

C'est aussi la différence de potentiel aux bornes de la pile. On a donc

$$\begin{aligned}\Delta V &= \mathscr{E} - rI \\ 50V &= 60V - r \cdot 25A \\ r &= 0,4\Omega\end{aligned}$$

b) La résistance équivalente de ce circuit est R + 0,4 Ω. Le courant dans le circuit est donc

$$I = \frac{60V}{R + 0,4\Omega}$$

La puissance dissipée par la résistance est

$$\begin{aligned}P_R &= RI^2 \\ &= R \cdot \left(\frac{60V}{R + 0,4\Omega} \right)^2\end{aligned}$$

Si on veut que cette puissance soit de 900 W, alors on a

$$\begin{aligned}900W &= R \cdot \left(\frac{60V}{R + 0,4\Omega} \right)^2 \\ 900W \cdot \left(R + 0,4\Omega \right)^2 &= R \cdot 3600V^2 \\ \left(R + 0,4\Omega \right)^2 &= R \cdot 4\Omega \\ R^2 + 0,8\Omega \cdot R + 0,16\Omega^2 &= R \cdot 4\Omega \\ R^2 - 3,2\Omega \cdot R + 0,16\Omega^2 &= 0\end{aligned}$$

Les solutions de cette équation quadratique sont 3,149 Ω et 0,05081 Ω. Ces deux réponses sont bonnes.