Calcul avancé
Examen 2

Chapitres 3 et 4
25 % de la note finale

Hiver 2020 Nom______________________________

---

1. (15 points)

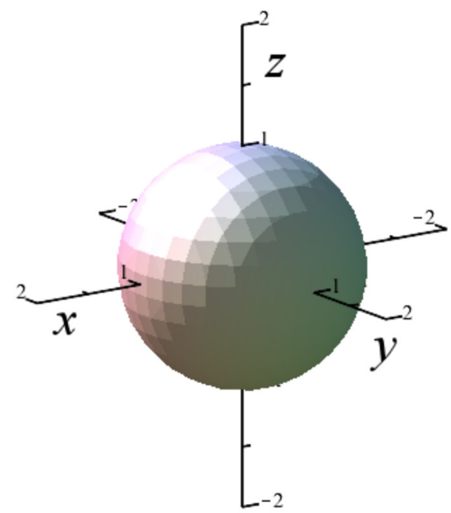
Trouver

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^2 - y^2}{y}$$

2. (5 points)

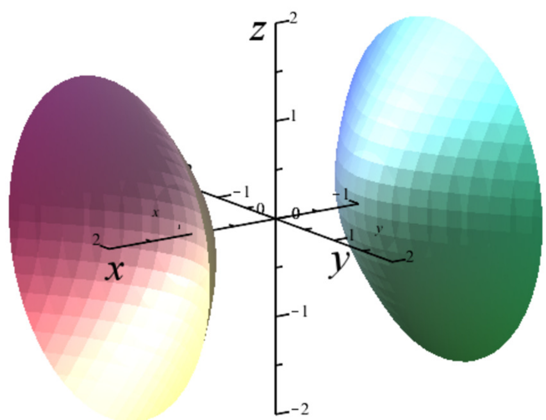
Laquelle des fonctions suivantes est l'équation de cette surface ?

a) $x^2 + y^2 + z^2 = 1$
b) $-x^2 + y^2 + z^2 = 1$
c) $x^2 - y^2 + z^2 = 1$
d) $x^2 + y^2 - z^2 = 1$
e) $x^2 + y^2 + z^2 = -1$
f) $-x^2 + y^2 + z^2 = -1$
g) $x^2 - y^2 + z^2 = -1$
h) $x^2 + y^2 - z^2 = -1$
i) $x^2 + y^2 + z^2 = 0$
j) $-x^2 + y^2 + z^2 = 0$
k) $x^2 - y^2 + z^2 = 0$
l) $x^2 + y^2 - z^2 = 0$



Laquelle des fonctions suivantes est l'équation de cette surface ?

a) $x^2 + y^2 + z^2 = 1$
b) $-x^2 + y^2 + z^2 = 1$
c) $x^2 - y^2 + z^2 = 1$
d) $x^2 + y^2 - z^2 = 1$
e) $x^2 + y^2 + z^2 = -1$
f) $-x^2 + y^2 + z^2 = -1$
g) $x^2 - y^2 + z^2 = -1$
h) $x^2 + y^2 - z^2 = -1$
i) $x^2 + y^2 + z^2 = 0$
j) $-x^2 + y^2 + z^2 = 0$
k) $x^2 - y^2 + z^2 = 0$
l) $x^2 + y^2 - z^2 = 0$



3. (15 points)

Soit la fonction

$$f = x^2 - xy + 2y^2$$

a) Quelle est la dérivée directionnelle de cette fonction au point (1,1) dans la direction donnée par le vecteur $3\vec{i} - 4\vec{j}$
b) Toujours au point (1,1), trouvez la grandeur et la direction de la dérivée directionnelle maximale
c) Dans quelles directions la dérivée directionnelle sera-t-elle nulle ? (2 réponses)

(Pour les directions, donnez l'angle entre l'axe des x et la direction, en degrés).

4. (15 points)

Trouvez un vecteur unitaire (de grandeur 1) perpendiculaire à la surface décrite par la fonction

$$x^2 + y^2 - z^2 = 7$$

au point (2,2,1).

5. (19 points)

Trouvez les valeurs (x,y) des extremums relatifs de fonction suivante.

$$z = x^2 + \tfrac{1}{2}y^4 + 2xy$$

6. (16 points)

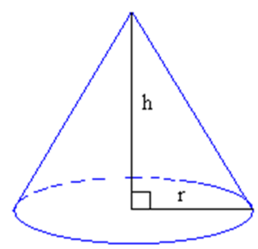
Trouver les dérivées suivantes.

a) $\dfrac{dy}{dx}$ pour la fonction $\cosh(x-1)+\sinh^2(y)-x=y$ quand $x=1$ et $y=0$.

b) $\dfrac{dh}{dt}$ si $t=0$ pour la fonction $h=2x\ln(x+y)$ si $x=t^2+2$ et $y=\sin(t)$

7. (15 points)

Le volume d'un cône est donné par



$$V=\frac{1}{3}\pi r^2 h$$

Calculez le volume maximal du cône qu'on peut obtenir si $h + r = 30$ cm en utilisant la méthode des multiplicateurs de Lagrange.

Réponses

1. La limite n'existe pas
2. a et f
3. a) -1,8 b) $\sqrt{10}$ à 71,57° c) 161,57° et -18,43°
4. $\pm\left(\frac{2}{3}\vec{i}+\frac{2}{3}\vec{j}-\frac{1}{3}\vec{k}\right)$
5. Point de selle à (0,0), minimum à (1,-1) et (-1,1)
6. a) -1 b) 2
7. 4000π/3 cm³