Calcul avancé
Examen 2

Chapitres 3 et 4

25 % de la note finale

Hiver 2019 Nom________________________________

---

1. (15 points)

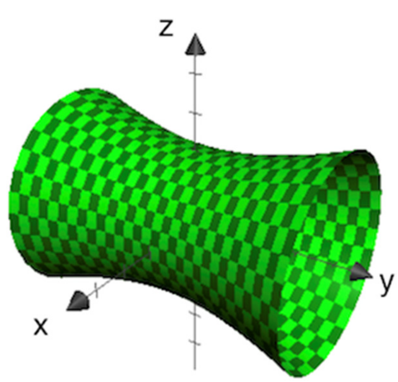
Trouver

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}$$

2. (5 points)

Laquelle des fonctions suivantes est l'équation de cette surface ?

a) $x^2 + y^2 + z^2 = 1$
b) $-x^2 + y^2 + z^2 = 1$
c) $x^2 - y^2 + z^2 = 1$
d) $x^2 + y^2 - z^2 = 1$
e) $x^2 + y^2 + z^2 = -1$
f) $-x^2 + y^2 + z^2 = -1$
g) $x^2 - y^2 + z^2 = -1$
h) $x^2 + y^2 - z^2 = -1$
i) $x^2 + y^2 + z^2 = 0$
j) $-x^2 + y^2 + z^2 = 0$
k) $x^2 - y^2 + z^2 = 0$
l) $x^2 + y^2 - z^2 = 0$



3. (15 points)

Soit la fonction

$$f = x^2 - y^2$$

a) Quelle est la dérivée directionnelle de cette fonction au point (3,4) dans la direction donnée par le vecteur $2\vec{i} - \vec{j}$
b) Toujours au point (3,4), trouvez la grandeur et la direction de la dérivée directionnelle maximale
c) Dans quelles directions la dérivée directionnelle sera-t-elle nulle ? (2 réponses)

(Pour les directions, donnez l'angle entre l'axe des x et la direction, en degrés).

4. (15 points)

Trouvez l'équation du plan tangent à la surface décrite par la fonction

$$x^2 + y^2 + z^2 = 9$$

au point (2,2,1).

5. (15 points)

Trouvez les valeurs (x,y) des extremums relatifs de fonction suivante.

$$z = x^2 - 4xy + y^3 + 4y$$

6. (20 points)

Trouver les dérivées suivantes.

a) $\dfrac{dy}{dx}$ pour la fonction $\sinh(xy)+\cosh(x-y-1)=x$ quand $x=1$ et $y=0$.

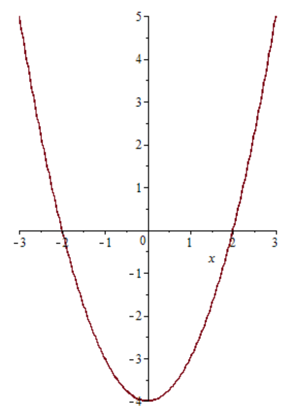
b) $\dfrac{\partial z}{\partial x}$ pour la fonction $x^3+\ln xz+yz^2=2$ quand $x=1$, $y=0$ et $z=1$

c) $\dfrac{dz}{dt}$ si $t=1$ pour la fonction $z=x^2y^2+2xy$ si $x=3t+1$ et $y=\ln(t)$

7. (15 points)

Trouver la position du point (x, y) de la parabole $y = x^2 - 4$ qui est le plus près de l'origine et calculer la distance entre ce point et l'origine.

(La distance entre l'origine et un point (x,y) est $\sqrt{x^2+y^2}$.)



Réponses

1. N'existe pas
2. c
3. a) $4\sqrt{5}\approx 8{,}944$ b) 10 à -53° c) 37° et -143°
4. $z = -2x - 2y + 9$
5. Il y a un minimum à (2, 4) (il y a aussi un point de selle à $\left(\frac{4}{3},\frac{2}{3}\right)$)
6. a) 1 b) -4 c) 8
7. Les deux points sont $\left(\sqrt{\frac{7}{2}},-\frac{1}{2}\right)$ et $\left(-\sqrt{\frac{7}{2}},-\frac{1}{2}\right)$. La distance est $\frac{\sqrt{15}}{2}$.