

**Calcul avancé**  
**Examen 1**

Nombres complexes et fonctions hyperboliques  
25 % de la note finale

Exam pratique 2

Nom \_\_\_\_\_

---

1. (40 Points)

Calculez la valeur des expressions suivantes, sous forme cartésienne.

a)  $\overline{(3+i)} + (2-i)$

b)  $\left| \frac{-4+i}{5-2i} \right|^2$

c)  $(10-3i)(7+5i)$

d)  $(1+i)^{1-i}$

e)  $\sin 3i$

f)  $\ln(-25+20i)^2$

g)  $e^{1+i}$

h)  $\cos(2+2i)$

i)  $\arcsin 3$

j)  $\sqrt[3]{27}$

Réponses a)  $5-2i$     b)  $17/29$     c)  $85+29i$     d)  $e^{2\pi n}(2,8079+1,3179i)$     e)  $10,02i$

f)  $6,9324+4,9337i+2\pi in$     g)  $1,4687+2,2874i$     h)  $-1,5656-3,2979i$

i)  $\frac{\pi}{2} \pm i \ln(3+\sqrt{8}) + 2\pi n$     j) 3 réponses :  $3, \frac{-3+3\sqrt{3}i}{2}, \frac{-3-3\sqrt{3}i}{2}$

2. (10 points)

Trouver la valeur de  $z$  dans cette équation

$$z^2 + (2+i)z + 2i = 0$$

et représentez les solutions dans le plan complexe.

2 réponses :  $-i$  et  $-2$

3. (10 points)

Exprimez avec un seul cosinus

$$10\cos(3x + \pi) + 12\cos\left(3x - \frac{3\pi}{2}\right)$$

Réponses :  $\sqrt{244}\cos(3x + 2,2655)$

4. (10 points)

Montrez que

$$\cos 4\theta = 8\cos^4 \theta - 8\cos^2 \theta + 1$$

5. (10 points)

Démontrez que

$$\arcsin(ix) = i \operatorname{arsinh}(x)$$

6. (10 points)

Trouvez la valeur de la dérivée de cette fonction à  $x = 1$ .

$$y = \sqrt{\frac{\sinh x}{x^2}}$$

Réponse : -0,3724

7. (10 points)

Calculez

$$\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 16x + 28}}$$

Réponse : 0,1671