9 LES ÉTOILES

La magnitude visuelle moyenne de Delta de Céphée est de 4,07 et elle varie avec une période de 5,366 jours. Sachant que la correction bolométrique de cette étoile est de 0,15, déterminez la distance de cette étoile.

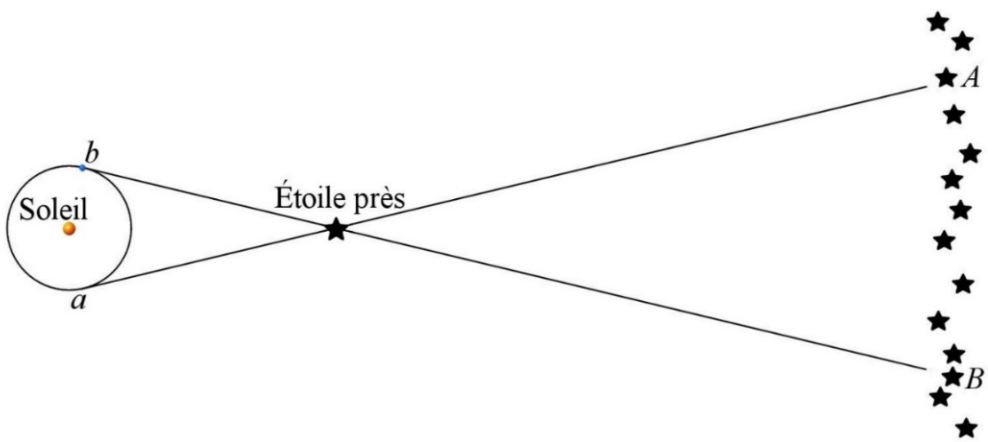
cs.astronomy.com/asy/m/starclusters/434452.aspx

Découvrez comment résoudre ce problème dans ce chapitre.

9.1 LA DISTANCE DES ÉTOILES

On a vu qu'on peut trouver la distance de la Lune en observant sa position par rapport aux étoiles à partir de deux endroits sur Terre. On peut utiliser une variante de cette méthode pour trouver la distance des étoiles les plus près de nous.

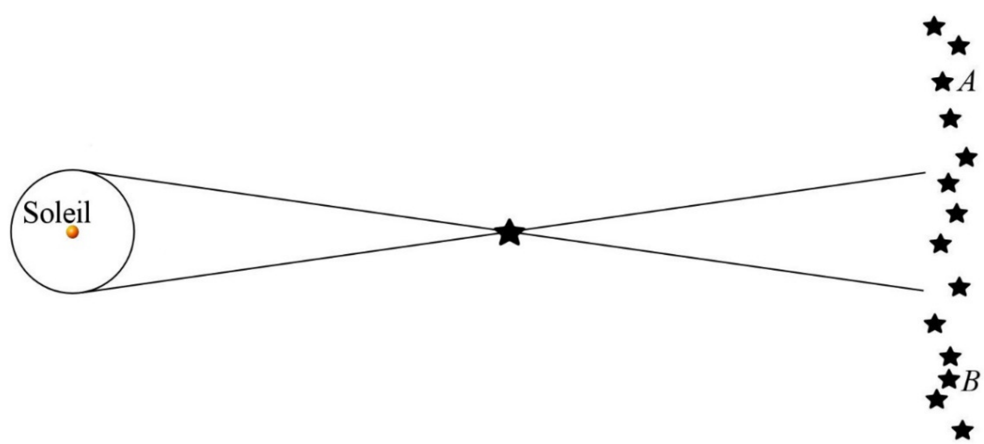
Pour que la méthode fonctionne avec une étoile, il faut que la distance entre les observateurs soit beaucoup plus grande. On utilise alors le mouvement de la Terre autour du Soleil pour mesurer la position de l'étoile à partir de 2 positions situées de chaque côté de l'orbite de la Terre.



À un certain moment de l'année (la Terre est à la position *a*), l'étoile est alignée avec l'étoile A (qui est très loin de la Terre). Près de 6 mois plus tard (la Terre est à la position b), l'étoile est alignée avec l'étoile B.

Pendant l'année, l'alignement change constamment et les étoiles A et B correspondent aux positions extrêmes du mouvement. On voit en fait la position de l'étoile par rapport aux étoiles lointaines osciller entre les étoiles A et B pendant l'année. L'étoile fait un cycle d'oscillation en 1 an.

Si l'étoile est plus loin du Soleil, l'amplitude d'oscillation est plus petite.

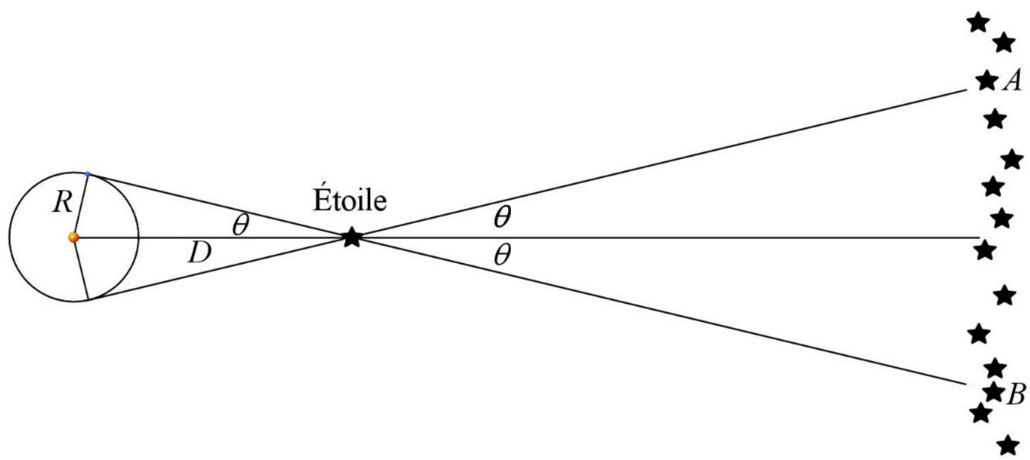


Plus l'amplitude d'oscillation est petite, plus l'étoile est loin du Soleil. Voici ce qu'on devrait obtenir en observant plusieurs étoiles à différentes distances en même temps.
http://www.youtube.com/watch?v=HjjE4nzcKdk
Les étoiles les plus près font un mouvement d'oscillation important alors que les étoiles plus loin font un mouvement d'oscillation plus petit. Les étoiles très loin restent toujours dans la même direction et ne semblent pas osciller du tout. Dans cette animation, l'amplitude d'oscillation est fortement exagérée et la période du mouvement est grandement diminuée puisqu'il faut un an pour que l'étoile fasse une oscillation.

(Le mouvement de l'étoile est un mouvement d'oscillation en ligne droite pour étoiles dans le plan de l'orbite de la Terre. Toutefois, le mouvement est un cercle pour les étoiles à 90° du plan de l'orbite. Le mouvement est en fait un ovale qui s'approche d'un cercle à mesure que l'angle avec le plan de l'orbite augmente. On peut voir dans l'animation précédente que les étoiles au milieu de l'image font une oscillation en ligne droite alors qu'elles font un petit ovale dans le haut ou le bas de l'image.)

Comme l'amplitude d'oscillation varie avec la distance de l'étoile, on peut trouver la distance à partir de l'amplitude d'oscillation.

La **parallaxe** d'une étoile correspond à l'amplitude angulaire d'oscillation de l'étoile par rapport aux étoiles éloignées. C'est l'angle θ sur la figure suivante.



En se fiant à cette figure, on pourrait croire que cet angle est grand, mais le dessin n'est pas à l'échelle. Même pour l'étoile la plus près, cet angle dépasse à peine 0,0002° !

On peut trouver la distance D avec le triangle rectangle (celui avec les côtés R et D et l'angle θ). Puisqu'on sait que R = 1 UA, on a

$$\sin\theta = \frac{1UA}{D}$$

Comme l'angle est très petit, on peut utiliser l'approximation des petits angles $\sin\theta \approx \theta$ (où l'angle est en radian). On obtient alors

$$\theta_{(rad)} = \frac{1UA}{D}$$
$$D = \frac{1UA}{\theta_{(rad)}}$$

Généralement, on mesure l'angle en seconde d'arc, qui vaut 1/3600 degré (chaque degré est divisé en 60 minutes d'arc et chaque minute d'arc est divisé en 60 secondes d'arc). Aussi, on veut obtenir une réponse en année-lumière. On va donc transformer cette équation pour qu'on puisse utiliser les angles en secondes pour obtenir une distance en année-lumière.

Le lien entre l'angle en seconde et l'angle en radian est

$$\theta_{(rad)} = \theta_{(\sec)} \cdot \frac{1}{3600} \tfrac{\deg}{\sec} \cdot \frac{\pi}{180} \tfrac{rad}{\deg}$$

On divise l'angle en secondes par 3600 pour obtenir les degrés, puis on transforme les degrés en radians avec la fraction de droite dans l'équation. On a donc

$$\begin{aligned} D &= \frac{1UA}{\theta_{(rad)}} \\ &= \frac{1UA}{\theta_{(\sec)} \cdot \frac{1}{3600} \frac{\deg}{\sec} \cdot \frac{\pi}{180} \frac{rad}{\deg}} \\ &= \frac{1}{\theta_{(\sec)}} \cdot \frac{648\,000UA}{\pi} \end{aligned}$$

Comme

$$\begin{aligned} \frac{648\,000UA}{\pi} &= \frac{648\,000 \cdot 1,49659787 \times 10^{11} m}{\pi} \\ &= 3,0856776 \times 10^{16} m \\ &= 3,26156al \end{aligned}$$

On arrive à

$$D = \frac{3,26156al}{\theta_{(\sec)}}$$

Cette valeur de 3,26156 al est en fait une autre unité de distance utilisée en astrophysique appelée le parsec (qui vient de *par seconde*).

Le parsec

$$1pc = 3,26156al = 3,086 \times 10^{16} m$$

Cette unité a tendance à prendre lentement la place de l'année-lumière.

On a donc la formule suivante pour trouver la distance des étoiles à partir de la parallaxe.

Distance des étoiles (en al ou en pc) à partir de la parallaxe (en seconde)

$$D = \frac{3,26156al}{\theta_{(\text{sec})}}$$

$$D = \frac{1pc}{\theta_{(\text{sec})}}$$

Exemple 9.1.1

L'étoile alpha du Centaure a une parallaxe de 0,75481″ (″ est le symbole de la seconde d'arc). Quelle est la distance de cette étoile ?

Selon notre équation, on a

$$\begin{aligned} D &= \frac{3,26156al}{\theta_{(\text{sec})}} \\ &= \frac{3,26156al}{0,75481''} \\ &= 4,321al = 1,325\,pc \end{aligned}$$

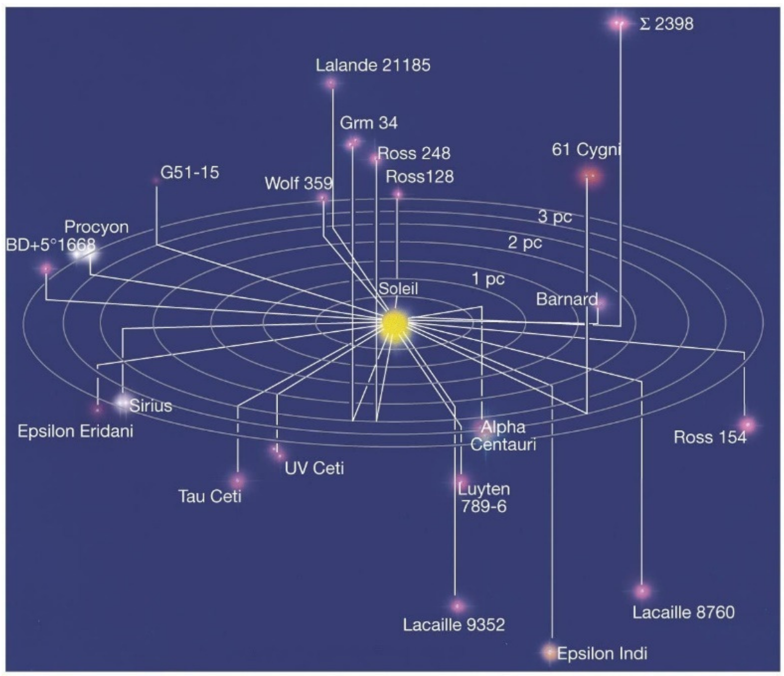
Cette étoile est la deuxième étoile la plus près du Soleil après Proxima du Centaure. C'est donc une des étoiles qui a la plus grande parallaxe et elle n'atteint même pas de 1 seconde d'arc. Pour vous donner une idée de la petitesse d'un angle d'une seconde, sachez qu'il correspond à l'angle entre deux objets séparés de 5 mm situés à 1 km d'un observateur. Les angles des parallaxes sont tellement petits qu'on est parvenu à en mesurer une pour la première en 1838, alors qu'on tentait de les mesurer depuis 1543 (Friedrich Wilhelm Bessel mesure alors la parallaxe de l'étoile 61 du cygne, suivi de peu par Friedrich Struve qui mesura celle de Véga).

Pour trouver la distance de l'étoile, il faut être capable de mesurer l'angle de la parallaxe. Pour les étoiles assez près, on peut le faire, mais c'est plus difficile pour les étoiles éloignées, car l'angle est trop petit. Avant 1989, on mesurait la parallaxe à partir du sol avec une précision qui ne dépassait pas 0,05″. On pouvait donc seulement connaitre la distance des étoiles se situant à moins de 65 al du Soleil. Cela veut dire qu'on connaissait la distance de seulement quelques douzaines d'étoiles avec une incertitude inférieure à 1 % et d'environ une centaine d'étoiles avec une incertitude inférieure à 5 %. En 1989, on lança le satellite Hipparcos qui pouvait mesurer les angles de parallaxe avec une précision de 0,001″. On a pu ainsi mesurer la parallaxe, et donc la distance, d'un peu plus de 2,5 millions d'étoiles se situant à moins de 3000 al de la Terre. Cela représente 99 % de toutes les étoiles du ciel de la Terre ayant une magnitude de 11 ou moins. Grâce à ces mesures, on avait la distance de 400 étoiles avec une incertitude inférieure à 1 % et de 7000 étoiles avec une incertitude inférieure à 5 %. En décembre 2013, on a lancé le satellite GAIA qui peut mesurer la parallaxe avec encore plus de précision (0,0001″). Avec les données de ce satellite, on peut maintenant mesurer précisément la distance de 50 millions d'étoiles.

Voici ce qu'on obtient pour la distance de quelques étoiles.

Étoile	Parallaxe (″)	Distance (al)
Sirius (étoile la plus brillante)	0,37448 ± 0,00023	8,7096 ± 0,0054
Véga (5e étoile la plus brillante)	0,13023 ± 0,00036	25,045 ± 0,069
Bételgeuse (9e étoile la plus brillante)	0,00572 ± 0,00070	570 ± 70
Fomalhaut (18e étoile la plus brillante)	0,12981 ± 0,00047	25,13 ± 0,091
Polaire (48e étoile la plus brillante)	0,00754 ± 0,00011	433 ± 6
Étoile de Barnard (5e étoile la plus près)	0,546976 ± 0,000040	5,96289 ± 0,00044

Voici aussi une image montrant les étoiles à moins de 4 pc (environ 13 al) du Soleil.



www.uh.edu/~jclarage/astr3131/lectures/9/9.html

9.2 LA LUMINOSITÉ DES ÉTOILES

L'étude du Soleil nous avait déjà permis de trouver la formule faisant le lien entre la luminosité, la distance et l'intensité bolométrique de la lumière d'une source isotrope.

$$I = \frac{L}{4\pi D^2}$$

Cette formule indique que si deux étoiles sont à la même distance, alors celle qui a le plus de luminosité sera la plus brillante. Si deux étoiles ont la même luminosité, la plus près des deux sera la plus brillante. Tout cela semble bien logique.

Une étoile brillante dans le ciel pourrait donc être peu lumineuse, mais assez près de la Terre, ou elle pourrait aussi être très éloignée de la Terre et extrêmement lumineuse.

La luminosité d'une étoile peut être donnée en watts ou en luminosité solaire. Par définition, 1 luminosité solaire est

Unité de luminosité : la luminosité solaire

$$1L_{\odot} = 3{,}828 \times 10^{26} W$$

Cette valeur est exacte (il n'y a pas d'autres chiffres après le 8) et cette valeur a été adoptée en 2015. Elle est tout près de la véritable luminosité du Soleil, mais elle n'est pas exactement égale à la luminosité du Soleil qui varie dans le temps.

Exemple 9.2.1

L'intensité bolométrique de la lumière reçue de Sirius est 1,140 x 10^{-7} W/m². Sachant que la parallaxe de cette étoile est de 0,37448″, quelle est la luminosité de cette étoile ?

Trouvons premièrement la distance de Sirius à partir de la parallaxe. La distance est

$$\begin{aligned} D &= \frac{3{,}26156al}{\theta_{(\text{sec})}} \\ &= \frac{3{,}26156al}{0{,}37448''} \\ &= 8{,}71al \\ &= 8{,}24 \times 10^{16} m \end{aligned}$$

On peut alors trouver la luminosité avec notre formule de l'intensité.

$$\begin{aligned} I &= \frac{L}{4\pi D^2} \\ 1{,}140 \times 10^{-7} \tfrac{W}{m^2} &= \frac{L}{4\pi \left(8{,}24 \times 10^{16} m\right)^2} \\ L &= 9{,}727 \times 10^{27} W \end{aligned}$$

La luminosité de Sirius est de

$$\begin{aligned} L &= 9{,}727 \times 10^{27} W \cdot \frac{1L_{\odot}}{3{,}828 \times 10^{26} W} \\ &= 25{,}4L_{\odot} \end{aligned}$$

Notez que la luminosité des étoiles est la luminosité bolométrique. Elle inclut donc toutes les ondes électromagnétiques émises, peu importe la partie du spectre où elles se situent.

Les luminosités des étoiles sont très variables, allant de 0,0005 $L_\odot$ à 8 700 000 $L_\odot$. Voici les luminosités de quelques étoiles.

Étoile	Luminosité bolométrique
Sirius (étoile la plus brillante)	25,4 $L_\odot$
Véga (5e étoile la plus brillante)	40,12 $L_\odot$
Bételgeuse (9e étoile la plus brillante)	120 000 $L_\odot$
Fomalhaut (18e étoile la plus brillante)	16,63 $L_\odot$
Polaire (48e étoile la plus brillante)	1260 $L_\odot$
Étoile de Barnard (5e étoile la plus près)	0,0035 $L_\odot$

9.3 LA MAGNITUDE ABSOLUE DES ÉTOILES

La magnitude bolométrique absolue

On mesure aussi la luminosité des étoiles avec la magnitude absolue M, qu'on définit comme étant la magnitude qu'aurait l'étoile si elle était à une distance de 10 pc (32,62 al).

La brillance, donc l'intensité de la lumière reçue de l'étoile, dépend de la luminosité et de la distance selon la formule

$$I = \frac{L}{4\pi D^2}$$

Si on imagine que toutes les étoiles sont à la même distance de 10 pc, on voit que l'intensité de la lumière reçue ne dépendrait plus que de la luminosité de l'étoile. L'intensité de la lumière reçue serait donc une mesure de la luminosité de l'étoile. Cette intensité peut également se mesurer en magnitude.

Si l'étoile était à 10 pc, l'intensité de la lumière serait

$$I = \frac{L}{4\pi(10pc)^2}$$

La magnitude serait alors donnée par

$$I = 2,5180\times10^{-8}\,\tfrac{W}{m^2}\cdot10^{-0,4M_{bol}}$$

$$\frac{L}{4\pi(10pc)^2} = 2,5180\times10^{-8}\,\tfrac{W}{m^2}\cdot10^{-0,4M_{bol}}$$

(Il s'agit de la magnitude absolue bolométrique puisqu'on utilise la luminosité totale, qui compte l'énergie émise dans tout le spectre électromagnétique.)

Cette formule montre bien qu'il y a un lien direct entre la luminosité et la magnitude absolue puisque ce sont les deux seules variables dans cette équation. On peut écrire cette équation sous la forme suivante.

$$\frac{L}{4\pi(10pc)^2 \cdot 2{,}518\times10^{-8}\,\frac{W}{m^2}} = 10^{-0{,}4M_{bol}}$$

Au dénominateur, on a

$$\begin{aligned}4\pi(10pc)^2 \cdot 2{,}518\times10^{-8}\,\tfrac{W}{m^2} &= 4\pi\left(3{,}0856776\times10^{16}m\right)^2 \cdot 2{,}518\times10^{-8}\,\tfrac{W}{m^2}\\ &= 3{,}0128\times10^{28}W\\ &= 78{,}7L_\odot\end{aligned}$$

(En fait, il a été décidé en 2015 que cette luminosité vaut exactement 3,0128 x 10^{28} W. Cela fait en sorte que le 2,518 x 10^{-8} W/m² est, plus précisément, 2,518 021 003 x 10^{-8} W/m².)

On a donc

$$\begin{aligned}\log\left(\frac{L}{78{,}7L_\odot}\right) &= -0{,}4M_{bol}\\ M_{bol} &= -2{,}5\log\left(\frac{L}{78{,}7L_\odot}\right)\\ M_{bol} &= 2{,}5\log\left(\frac{L}{78{,}7L_\odot}\right)^{-1}\end{aligned}$$

On arrive donc à la formule suivante.

Magnitude absolue à partir de la luminosité de l'étoile

$$M_{bol} = 2{,}5\log\left(\frac{78{,}7L_\odot}{L}\right)$$

$$M_{bol} = 2{,}5\log\left(\frac{3{,}0128\times10^{28}W}{L}\right)$$

Exemple 9.3.1

Sirius a une luminosité de 25,4 $L_\odot$. Quelle est sa magnitude bolométrique absolue ?

La magnitude bolométrique absolue est

$$M_{bol} = 2,5\log\left(\frac{78,7L_\odot}{25,4L_\odot}\right)$$
$$= 1,23$$

On remarque que la magnitude bolométrique de Sirius est de -1,64 et que sa magnitude bolométrique absolue est de 1,23. Cela signifie qu'elle serait moins brillante vu de la Terre si elle était à 10 pc. C'est normal, car il faut éloigner Sirius (qui est à 8,71 al) pour la placer à 32,62 al, ce qui la rend moins brillante.

Lien entre la distance, *m* et *M*

On peut aussi trouver la magnitude absolue *M* à partir de la distance de l'étoile *D* et de sa magnitude *m*. Reprenons la formule du rapport des intensités à partir des magnitudes.

$$\frac{I_1}{I_2} = 10^{0,4(m_{bol2} - m_{bol1})}$$

Ici, I_1 sera l'intensité de la lumière de l'étoile quand elle est à sa vraie distance et m_{bol1} est donc la magnitude bolométrique (m_{bol}) de l'étoile. I_2 sera l'intensité de la lumière de l'étoile si elle est à 10 pc, ce qui signifie que m_2 est la magnitude absolue M_{bol} de l'étoile. On a donc

$$\frac{I_1}{I_2} = 10^{0,4(M_{bol} - m_{bol})}$$
$$I_1 = I_2 \cdot 10^{0,4(M_{bol} - m_{bol})}$$
$$\frac{L}{4\pi D^2} = \frac{L}{4\pi(10pc)^2} \cdot 10^{0,4(M_{bol} - m_{bol})}$$
$$\frac{1}{D^2} = \frac{1}{(10pc)^2} \cdot 10^{0,4(M_{bol} - m_{bol})}$$
$$\frac{(10pc)^2}{D^2} = 10^{0,4(M_{bol} - m_{bol})}$$
$$\log\frac{(10pc)^2}{D^2} = 0,4(M_{bol} - m_{bol})$$
$$M_{bol} - m_{bol} = 2,5\log\left(\frac{10pc}{D}\right)^2$$

(En passant *M* – *m* porte le nom de *module de distance* en astrophysique, mais nous n'emploierons pas ce terme ici.)

En isolant M_{bol}, on arrive finalement à la formule suivante.

Magnitude bolométrique absolue à partir de la distance et de la magnitude bolométrique

$$M_{bol} = m_{bol} + 5\log\left(\frac{10\,pc}{D}\right)$$

Exemple 9.3.2

Sirius a une magnitude bolométrique de -1,64 et elle est à 8,71 al de la Terre. Quelle est sa magnitude bolométrique absolue ?

La magnitude absolue est

$$\begin{aligned} M_{bol} &= m_{bol} + 5\log\left(\frac{32,62al}{D}\right) \\ &= -1,64 + 5\log\left(\frac{32,62al}{8,71al}\right) \\ &= 1,23 \end{aligned}$$

La magnitude absolue visuelle

La magnitude visuelle absolue d'une étoile est la magnitude qu'elle aurait si elle était à 10 pc en considérant uniquement la partie visible du spectre électromagnétique. (Plus précisément, on considère uniquement la lumière que laisse passer le filtre *V*.)

Notez que le lien entre *M, m* et la distance est le même qu'avec les magnitudes bolométriques. En effet, le pourcentage de la lumière émise dans le visible est le même, peu importe la distance de l'étoile. Si la fraction de lumière dans le visible est *f*, alors on a

$$\frac{I_{V1}}{I_{V2}} = 10^{0,4(M-m)}$$

$$I_{V1} = I_{V2} \cdot 10^{0,4(M-m)}$$

$$\frac{fL}{4\pi D^2} = \frac{fL}{4\pi (10\,pc)^2} \cdot 10^{0,4(M-m)}$$

$$\frac{1}{D^2} = \frac{1}{(10\,pc)^2} \cdot 10^{0,4(M-m)}$$

$$\frac{(10\,pc)^2}{D^2} = 10^{0,4(M-m)}$$

$$\log\frac{(10\,pc)^2}{D^2} = 0,4(M-m)$$

$$M - m = 2,5\log\left(\frac{10pc}{D}\right)^2$$

Ce qui mène à la même relation suivante.

Magnitude visuelle absolue à partir de la distance et de la magnitude visuelle

$$M = m + 5\log\left(\frac{10pc}{D}\right)$$

Exemple 9.3.3

Sirius a une magnitude visuelle de -1,47 et elle est à 8,71 al de la Terre. Quelle est sa magnitude visuelle absolue ?

La magnitude visuelle absolue est

$$\begin{aligned} M &= m + 5\log\left(\frac{32,62al}{D}\right) \\ &= -1,47 + 5\log\left(\frac{32,62al}{8,71al}\right) \\ &= 1,40 \end{aligned}$$

Voici la magnitude absolue (visuelle et bolométrique) de quelques étoiles.

Étoile	$M_{visuelle}$	$M_{bolométrique}$
Soleil	4,82	4,74
Sirius (étoile la plus brillante)	1,40	1,23
Véga (5e étoile la plus brillante)	0,6	0,7
Bételgeuse (9e étoile la plus brillante)	-5,7	-8,0
Fomalhaut (18e étoile la plus brillante)	1,7	1,7
Polaris (48e étoile la plus brillante)	-3,6	-3,0
Étoile de Barnard (5e étoile la plus près)	13,2	10,9

Ainsi, si toutes les étoiles étaient à 10 pc, Bételgeuse serait, de loin, la plus brillante de ces étoiles.

L'étoile la plus brillante connue (R136a1) a une luminosité de 8 700 000 $L_\odot$, ce qui lui donne une magnitude absolue de M = -12,6. Cette magnitude absolue est exactement celle de la pleine Lune, ce qui signifie que cette étoile, si elle était à 10 pc de la Terre, brillerait autant que la pleine Lune…

La correction bolométrique

La différence entre la magnitude bolométrique absolue et la magnitude visuelle absolue est la correction bolométrique.

$$BC = M_{bol} - M$$

Cette correction bolométrique avec les magnitudes absolues est la même que celle avec les magnitudes apparentes puisque

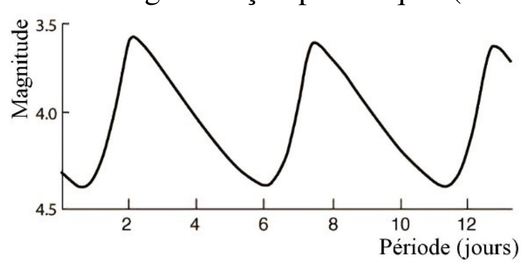
$$\begin{aligned} BC &= M_{bol} - M \\ &= \left(m_{bol} + 5\log\left(\frac{10pc}{D}\right)\right) - \left(m + 5\log\left(\frac{10pc}{D}\right)\right) \\ &= m_{bol} - m \end{aligned}$$

9.4 LES MESURES DE DISTANCE AVEC DES ÉTOILES VARIABLES

Les céphéides

Les étoiles variables sont des étoiles dont la luminosité change de façon périodique. (Nous verrons plus loin dans ce chapitre pourquoi certaines étoiles changent ainsi de luminosité.)

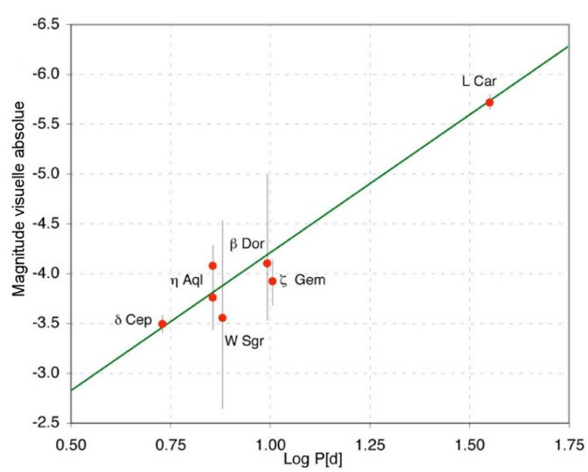
Par exemple, on peut voir à droite le graphique de la magnitude de l'étoile δ de Céphée. Ce graphique montre que la luminosité de l'étoile varie avec une période de 5,4 jours.



hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/astro/cepheid.html

Il existe plusieurs types d'étoiles variables. Les étoiles variables très brillantes qui ont des caractéristiques identiques à δ de Céphée font partie de groupe des **céphéides**.

En classant différentes céphéides dans un groupe d'étoiles appelé le nuage de Magellan, Henrietta Lewitt découvre en 1912 qu'il existe un lien entre la période de la variation et la magnitude absolue moyenne de l'étoile. Le graphique de droite montre à quoi ressemble cette relation.



www.planetastronomy.com/astronews/astronews-net-17nov04.htm

Il semble donc y avoir une droite et l'équation de cette droite va nous donner la relation entre la période et la magnitude visuelle absolue moyenne des céphéides.

La relation obtenue avec les 10 céphéides les plus près de nous est

Relation entre la magnitude visuelle absolue moyenne et la période des céphéides

$$\overline{M} = -2,43\log\left(\frac{P}{10\,j}\right) - 4,05$$

(Quand on observe bien, cette équation n'est pas exactement celle représentée sur le graphique. C'est que l'équation est la dernière version des études sur les céphéides alors que le graphique est celui d'une version un peu plus ancienne.)

Notez que les points ne sont pas tous exactement sur la droite, ce qui signifie qu'il y a une incertitude d'environ 0,3 sur la magnitude visuelle absolue obtenue avec la période des céphéides. On peut montrer qu'une incertitude de 0,3 sur la magnitude visuelle absolue amène toujours une incertitude d'environ 10 % sur la distance calculée avec cette magnitude.

Ainsi, en mesurant la période de variation, on peut facilement obtenir la magnitude visuelle absolue de l'étoile. On peut ensuite trouver leur distance à partir de l'intensité de la lumière reçue.

Exemple 9.4.1

La magnitude visuelle moyenne de Delta de Céphée est de 4,07 et elle varie avec une période de 5,366 jours. Quelle est la distance de cette étoile ?

La magnitude visuelle absolue de cette étoile est

$$\begin{aligned}\overline{M} &= -2,43\log\left(\frac{P}{10\,j}\right) - 4,05\\ &= -2,43\log\left(\frac{5,366\,j}{10\,j}\right) - 4,05\\ &= -3,39\end{aligned}$$

On trouve finalement la distance avec la formule suivante.

$$\begin{aligned}M &= m + 5\log\left(\frac{32,62al}{D}\right)\\ -3,39 &= 4,07 + 5\log\left(\frac{32,62al}{D}\right)\\ D &= 1014al\end{aligned}$$

Notez qu'à partir de la parallaxe, on obtient une distance de 887 ± 26 al pour Delta de Céphée. Il semble donc y avoir un problème. Premièrement, il faut savoir qu'il y a un écart parce que de la poussière entre nous et l'étoile absorbe une partie de la lumière de l'étoile. Cette perte d'intensité lumineuse fait augmenter la magnitude visuelle de Delta de Céphée de 0,23. Sans cette poussière, la magnitude serait de 3,84 et le calcul de la distance nous donnerait 910 al. De plus, il ne faut pas oublier que la relation pour les céphéides n'est pas exacte, ce qui fait que la distance a une incertitude d'environ 10 %. La distance de Delta de Céphée obtenue à partir de sa période est donc de 910 ± 91 al, qui est en accord avec la valeur obtenue avec la parallaxe.

Les céphéides ont une importance particulière parce qu'elles sont très brillantes. Avec une luminosité pouvant atteindre 40 000 $L_{\odot}$, on peut les voir même si elles sont très éloignées. Cela permet de déterminer la distance de ces étoiles quand il est impossible de le faire avec la parallaxe. Ainsi, quand on observe un objet lointain formé de plusieurs étoiles, on cherche souvent une céphéide parmi les étoiles formant l'objet, ce qui permettra de trouver la distance de cet objet.

Les mesures de distances avec les céphéides furent à l'origine de bien des problèmes en astrophysique durant la première moitié du 20^{e} siècle. En effet, il y a plusieurs types d'étoiles variables et il faut s'assurer que l'étoile est bien une céphéide avant de faire le calcul de la distance. Il existe une autre classe d'étoiles (les céphéides de type II) ayant des caractéristiques assez semblables aux céphéides classiques dont il est question dans cette section (qui sont les céphéides de type I), mais dont la relation entre la luminosité et la période est différente. Nous verrons plus tard que la confusion entre ces céphéides a été à l'origine de quelques erreurs en astrophysique, notamment concernant l'âge de l'univers.

Les RR de la Lyre

Il existe aussi un autre type d'étoiles variables appelé RR de la Lyre (*RR lyrae* en anglais). Dans ce cas, il est encore plus facile de trouver la luminosité de l'étoile puisque les RR de la Lyre ont toutes une luminosité se situant entre 40 $L_{\odot}$ et 50 $L_{\odot}$. Étant moins lumineuses que les céphéides, elles sont plus difficiles à voir. Par contre, elles sont tellement plus nombreuses que les céphéides qu'elles sont souvent plus utiles que les céphéides pour mesurer les distances.

Exemple 9.4.2

Dans un amas d'étoiles, on détecte une étoile RR de la Lyre qui a une magnitude bolométrique de 16,33. Quelle est la distance de l'amas d'étoiles ?

> Puisque les RR de la Lyre ont toutes une luminosité se situant entre 40 $L_{\odot}$ et 50 $L_{\odot}$, on va prendre une luminosité de 45 $L_{\odot}$. Avec une telle luminosité, la magnitude bolométrique absolue est

$$M_{bol} = 2,5\log\left(\frac{78,7L_{\odot}}{L}\right)$$
$$= 2,5\log\left(\frac{78,7L_{\odot}}{45L_{\odot}}\right)$$
$$= 0,61$$

On trouve finalement la distance avec la formule

$$M_{bol} = m_{bol} + 5\log\left(\frac{32,62al}{D}\right)$$
$$0,61 = 16,33 + 5\log\left(\frac{32,62al}{D}\right)$$
$$D = 45,5\ kal$$

9.5 LA MASSE DES ÉTOILES

La masse d'une étoile peut être donnée en kilogrammes ou en masses solaires. 1 masse solaire est

Unité de masse : la masse solaire

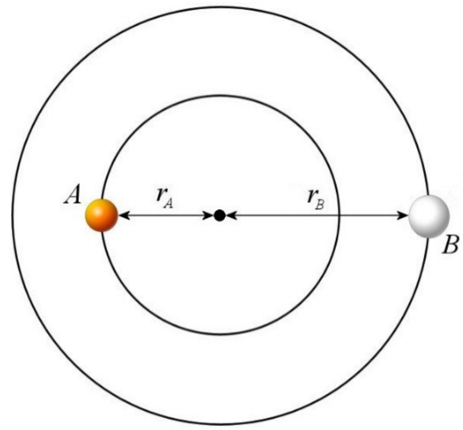
$$1M_{\odot} = 1,9885 \times 10^{30}\ kg$$

On trouve la masse des étoiles à partir de la gravitation un peu comme on a trouvé la masse du Soleil à partir du mouvement de la Terre autour du Soleil. Toutefois, on ne peut pas utiliser le mouvement des planètes autour de l'étoile pour calculer la masse puisqu'on ne voit presque jamais les planètes qui tournent autour des étoiles (on peut les détecter, mais on ne les voit pas, sauf pour quelques rares systèmes). Toutefois, on peut, avec la gravitation, trouver la masse des étoiles qui font partie d'un système double.

Tant qu'à y être, on va faire une étude approfondie des systèmes doubles. Ces relations s'appliquent à n'importe quel système double, que ce soit des étoiles ou des planètes.

Commençons par supposer que nos deux étoiles sont sur des orbites circulaires. Les deux étoiles tournent autour du centre de masse avec la période *T*. Ce temps est le même pour les deux étoiles, car elles doivent toujours être de chaque côté du centre de masse du système. La distance entre les deux étoiles sera notée *r* et les distances entre les étoiles et le centre de masse sera notée r_A et r_B. On peut facilement mesurer ces distances avec un télescope si on peut voir les deux étoiles du système, comme c'est le cas avec le système formé de Sirius A et Sirius B.

On a alors la situation montrée sur la figure de droite.



Évidemment, la distance entre les étoiles est

$$r = r_A + r_B$$

La période

Nous avons déjà étudié les systèmes doubles avec orbites circulaires quand on a déterminé la masse de la Lune. On avait alors déterminé que la période de ce système était

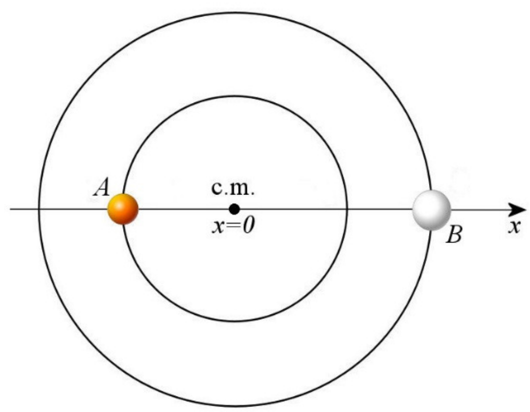
Période d'un système d'étoile double avec des orbites circulaires (3^e loi de Kepler)

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM_{tot}}}$$

Rayons des orbites

Le rapport des rayons des orbites de chaque étoile dépend de la masse des étoiles. Pour le déterminer, on utilise l'équation de la position du centre de masse.

On utilise un axe passant par les deux étoiles et par le centre de masse. On place notre $x = 0$ au centre de masse. On a alors



$$x_{c.m.} = \frac{M_A x_A + M_B x_B}{M_A + M_B}$$

$$0 = \frac{M_A(-r_A) + M_B(r_B)}{M_A + M_B}$$

Ce qui nous donne

Relation entre les masses et les rayons des orbites dans un système d'étoile double en orbite circulaire

$$M_A r_A = M_B r_B$$

Vitesse des étoiles

On trouve facilement la vitesse de chaque étoile en divisant la circonférence de l'orbite par la période de révolution. Pour l'étoile A, on obtient

$$v_A = \frac{2\pi r_A}{T}$$

Mais puisque

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM_{tot}}}$$

la vitesse est

$$\begin{aligned} v_A &= 2\pi r_A \left(\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{GM_{tot}}{r^3}} \right) \\ &= r_A \left(\sqrt{\frac{GM_{tot}}{r^3}} \right) \end{aligned}$$

Finalement, comme on a

$$\begin{aligned} r &= r_A + r_B \\ &= r_A + \frac{M_A}{M_B} r_A \\ &= r_A \left(1 + \frac{M_A}{M_B} \right) \\ &= r_A \left(\frac{M_B + M_A}{M_B} \right) \\ &= r_A \frac{M_{tot}}{M_B} \end{aligned}$$

on arrive à la formule de vitesse suivante.

$$\begin{aligned} v_A &= r_A \sqrt{\frac{GM_{tot}}{r^3}} \\ &= r \frac{M_B}{M_{tot}} \sqrt{\frac{GM_{tot}}{r^3}} \\ &= \frac{M_B}{M_{tot}} \sqrt{\frac{GM_{tot}}{r}} \end{aligned}$$

En procédant de la même façon pour l'étoile *B*, on arrive à

Vitesse des étoiles dans un système d'étoile double en orbite circulaire

$$v_A = \frac{M_B}{M_{tot}} \sqrt{\frac{GM_{tot}}{r}} \qquad\qquad v_B = \frac{M_A}{M_{tot}} \sqrt{\frac{GM_{tot}}{r}}$$

Énergie mécanique du système

L'énergie mécanique du système est

$$E_{mec} = \frac{1}{2}M_A v_A^2 + \frac{1}{2}M_B v_B^2 - \frac{GM_A M_B}{r}$$

En utilisant les formules de vitesse, on arrive à

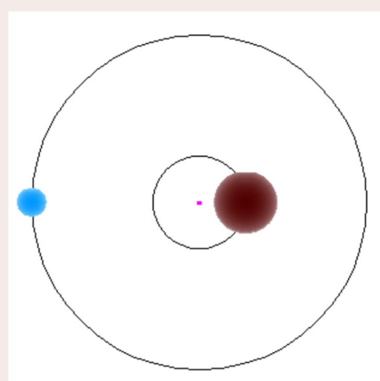
$$\begin{aligned} E_{mec} &= \frac{1}{2}M_A \frac{M_B^2}{M_{tot}^2}\frac{GM_{tot}}{r} + \frac{1}{2}M_B \frac{M_A^2}{M_{tot}^2}\frac{GM_{tot}}{r} - \frac{GM_A M_B}{r} \\ &= \frac{1}{2}M_A \frac{M_B^2}{M_{tot}}\frac{G}{r} + \frac{1}{2}M_B \frac{M_A^2}{M_{tot}}\frac{G}{r} - \frac{GM_A M_B}{r} \\ &= \left(\frac{1}{2}\frac{M_B}{M_{tot}} + \frac{1}{2}\frac{M_A}{M_{tot}} - 1\right)\frac{GM_A M_B}{r} \\ &= \left(\frac{1}{2}\frac{M_B + M_A}{M_{tot}} - 1\right)\frac{GM_A M_B}{r} \\ &= \left(\frac{1}{2} - 1\right)\frac{GM_A M_B}{r} \end{aligned}$$

Ce qui nous donne

Énergie mécanique d'un système d'étoile double en orbite circulaire

$$E_{mec} = -\frac{GM_A M_B}{2r}$$

Exemple 9.5.1



Voici deux étoiles en orbite circulaire autour de leur centre de masse. L'étoile la plus près du centre de masse a une masse de 3,6 masses solaires et l'étoile la plus éloignée du centre de masse a une masse de 1 masse solaire. La distance entre les étoiles est de 1 milliard de km.

a) Quelle est la période de ce système ?

La période est

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM_{tot}}}$$

$$= 2\pi \cdot \sqrt{\frac{\left(10^{12} m\right)^3}{6,6743\times10^{-11} \frac{Nm^2}{kg^2} \cdot 4,6 \cdot 1,9885\times10^{30} kg}}$$
$$= 2,543\times10^6 s$$
$$= 8,058 ans$$

b) Quel est le rayon de l'orbite de chaque étoile ?

On a les relations suivantes.

$$r_A + r_B = 10^{12} m$$
$$M_A r_A = M_B r_B$$

On choisit que l'étoile A est celle de 3,6 $M_\odot$ et l'étoile B est celle de 1 $M_\odot$.

On a donc

$$r_B = \frac{M_A r_A}{M_B} = 3,6 r_A$$

et

$$r_A + r_B = 10^{12} m$$
$$r_A + 3,6 r_A = 10^{12} m$$
$$4,6 r_A = 10^{12} m$$
$$r_A = 2,174\times10^{11} m$$

De là, on trouve que

$$r_A + r_B = 10^{12} m$$
$$2,174\times10^{11} m + r_B = 10^{12} m$$
$$r_B = 7,826\times10^{11} m$$

Ainsi, le rayon de l'orbite de l'étoile de 3,6 masses solaires est de 217,4 millions de km et le rayon de l'orbite de l'étoile de 1 masse solaire est de 782,6 millions de km.

c) Quelle est la vitesse de chaque étoile ?

On a

$$v = \sqrt{\frac{GM_{tot}}{r}}$$

$$= \sqrt{\frac{6,6743\times10^{-11}\ \frac{Nm^2}{kg^2}\cdot 4,6\cdot 1,9885\times10^{30}\,kg}{10^{12}\,m}}$$
$$= 24,708\ \tfrac{km}{s}$$

La vitesse de l'étoile *A* est donc

$$\begin{aligned} v_A &= \frac{M_B}{M_{tot}}\cdot 24,708\ \tfrac{km}{s} \\ &= \frac{1M_\odot}{4,6M_\odot}\cdot 24,708\ \tfrac{km}{s} \\ &= 5,371\ \tfrac{km}{s} \end{aligned}$$

et la vitesse de l'étoile *B* est

$$\begin{aligned} v_B &= \frac{M_A}{M_{tot}}\cdot 24,708\ \tfrac{km}{s} \\ &= \frac{3,6M_\odot}{4,6M_\odot}\cdot 24,708\ \tfrac{km}{s} \\ &= 19,337\ \tfrac{km}{s} \end{aligned}$$

Ainsi, la vitesse de l'étoile de 3,6 masses solaires est 5,371 km/s et la vitesse de l'étoile de 1 masse solaire est de 19,337 km/s.

d) Quelle est l'énergie mécanique de ce système ?

L'énergie mécanique est

$$\begin{aligned} E &= -\frac{GM_AM_B}{2r} \\ &= -\frac{6,6743\times10^{-11}\ \frac{Nm^2}{kg^2}\cdot 1,9885\times10^{30}\,kg\cdot 3,6\cdot 1,9885\times10^{30}\,kg}{2\cdot 10^{12}\,m} \\ &= -4,750\times10^{38}\,J \end{aligned}$$

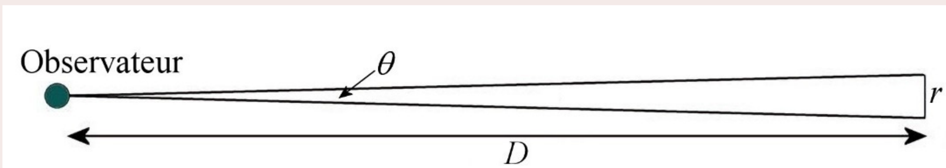
Calcul de la masse des étoiles ayant des orbites circulaires

On peut utiliser ces résultats pour déterminer la masse des deux étoiles dans un système d'étoiles double.

Exemple 9.5.2

Sirius A et B tournent toutes les deux autour de leur centre de masse avec une période de 50,13 ans. On va supposer ici que les orbites de ces étoiles sont circulaires. Vu de la Terre, l'angle entre Sirius A et le centre de masse est de 2,45″ et l'angle entre Sirius B et le centre de masse est de 4,96″. Ce système est à 8,71 al de la Terre. Quelle est la masse des deux étoiles ?

Commençons par trouver les distances entre les étoiles et le centre de masse. On trouve ces distances à partir des angles en partant de la figure suivante.



Comme l'angle est souvent petit, on peut faire comme si r était un arc de cercle. On a alors

$$\theta_{(rad)} = \frac{r}{D}$$

La distance est donc

$$r = \theta_{(rad)} D$$

Ainsi, les distances entre les étoiles et le centre de masse sont

$$r_A = \left(\left(\frac{2,45}{3600} \right)^{\circ} \cdot \frac{\pi rad}{180°} \right) \cdot \left(8,71 \cdot 9,46 \times 10^{15} m \right) = 9,79 \times 10^{11} m$$

$$r_B = \left(\left(\frac{4,96}{3600} \right)^{\circ} \cdot \frac{\pi rad}{180°} \right) \cdot \left(8,71 \cdot 9,46 \times 10^{15} m \right) = 1,981 \times 10^{12} m$$

La distance entre les étoiles est donc de

$$r = r_A + r_B = 2,960 \times 10^{12} m$$

Ainsi, la masse totale du système est

$$\begin{aligned} M_{tot} &= \frac{4\pi^2 r^3}{GT^2} \\ &= \frac{4\pi^2 \cdot \left(2,960 \times 10^{12} m \right)^3}{6,6743 \times 10^{-11} \frac{Nm^2}{kg^2} \cdot \left(50,13 \cdot 365,25 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 s \right)^2} \\ &= 6,130 \times 10^{30} kg \end{aligned}$$

La relation entre les masses est

$$M_A r_A = M_B r_B$$
$$M_A \cdot 9,79\times 10^{11} m = M_B \cdot 1,981\times 10^{12} m$$
$$M_A = 2,023 M_B$$

Cela signifie donc que

$$M_{tot} = M_A + M_B$$
$$M_{tot} = 2,023 M_B + M_B$$
$$M_{tot} = 3,023 M_B$$

La masse de l'étoile B est donc

$$6,130\times 10^{30} kg = 3,023 M_B$$
$$M_B = 2,028\times 10^{30} kg$$

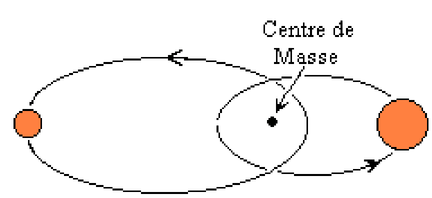
et la masse de l'étoile A est

$$\begin{aligned} M_A &= M_{tot} - M_B \\ &= 6,130\times 10^{30} kg - 2,028\times 10^{30} kg \\ &= 4,102\times 10^{30} kg \end{aligned}$$

En masses solaires, ces masses sont

$$M_A = 4,102\times 10^{30} kg \cdot \frac{1 M_\odot}{1,9885\times 10^{30} kg} = 2,06 M_\odot$$
$$M_B = 2,028\times 10^{30} kg \cdot \frac{1 M_\odot}{1,9885\times 10^{30} kg} = 1,02 M_\odot$$

Notez qu'on pourrait aussi faire ce genre de calculs avec des orbites elliptiques, mais nous ne le ferons pas ici. Si jamais ces calculs vous intéressent, vous pouvez consulter le document suivant.
https://physique.merici.ca/astro/Doubleelliptique.pdf



En étudiant ainsi les orbites des étoiles, on a pu calculer la masse de nombreuses étoiles. Les étoiles les moins massives ont une masse d'environ 0,085 $M_\odot$ et les étoiles les plus massives ont des masses de l'ordre de 250 $M_\odot$. On verra cependant qu'il est possible que des étoiles de quelques milliers de masses solaires aient existé quand l'univers était très jeune.

Voici la masse de quelques étoiles dont la masse a été déterminée par les lois de la gravitation.

Étoile	Masse
Soleil	1 $M_\odot$
Sirius A (étoile la plus brillante)	2,06 $M_\odot$
Procyon A (8e étoile la plus brillante)	1,50 $M_\odot$
Alpha du centaure A (2e étoile la plus près ex aequo)	1,10 $M_\odot$
Alpha du centaure B (2e étoile la plus près ex aequo)	0,907 $M_\odot$
Delta de Céphée A	4,5 $M_\odot$
Mira	1,18 $M_\odot$
Polaris (Polaris A)	5,4 $M_\odot$

9.6 LA TAILLE DES ÉTOILES

La taille d'une étoile peut être donnée en mètres ou en rayons solaires. Par définition, 1 rayon solaire est

Unité pour le rayon des étoiles : le rayon solaire

$$1R_\odot = 6,957\times 10^8 m$$

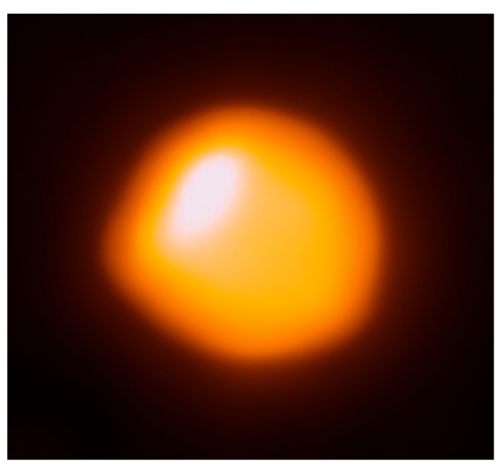
Cette valeur est exacte (il n'y a pas d'autres chiffres après le 7) et elle a été adoptée en 2015. Elle est tout près du véritable rayon du Soleil, mais il n'est pas exactement égal au rayon du Soleil qui varie dans le temps.

Mesure directe de la taille

Même avec les meilleurs télescopes, une étoile reste toujours un simple point lumineux. Il est carrément impossible de mesurer la taille d'une étoile. Elles sont trop petites par rapport à leur distance pour qu'on puisse mesurer leur grosseur.

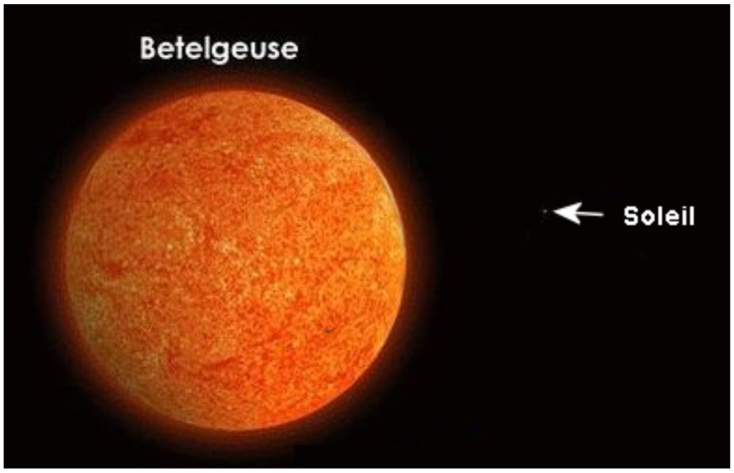
Il y a seulement une exception à cela : Bételgeuse. Elle n'est pas si près de nous (environ 700 al), mais elle est si grosse qu'on peut mesurer son diamètre. La première image montrant la taille de l'étoile fut obtenue par Hubble en 1995. Cette image montrait que son diamètre angulaire d'environ 0,050″. Voici une image plus récente (2017) de Bételgeuse.

Cette image en infrarouge fut obtenue par le grand réseau d'antennes millimétrique/submillimétrique de l'Atacama au Chili. (La zone plus brillante correspondrait au pôle de Bételgeuse.)



fr.wikipedia.org/wiki/B%C3%A9telgeuse

Les mesures indiquent que le rayon de Bételgeuse est d'environ 900 ± 200 rayons solaires. Il y a beaucoup d'incertitude parce que les bords de Bételgeuse ne sont pas aussi nets que ceux du Soleil. De plus, la taille de Bételgeuse varie avec le temps. Sa taille semble avoir diminué de 15 % depuis 1993.



Malgré la grande incertitude, on comprend que Bételgeuse est une énorme étoile par rapport au Soleil.

On verra au chapitre suivant que Bételgeuse fait partie d'une catégorie appelée les *étoiles supergéantes*.

afkra.blogspot.ca/2012/11/10-largest-known-stars-of-universe.html

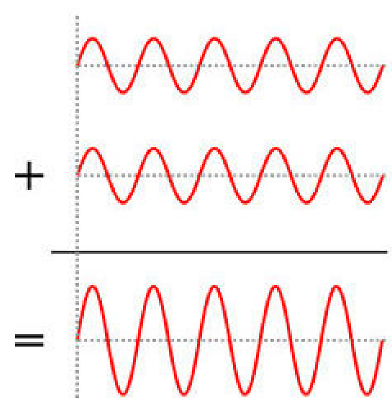
Mesure de la taille par interférométrie

L'interférence

Même s'il est impossible de voir la grosseur de l'étoile, on peut quand même mesurer sa taille. On y arrive grâce à l'interférence, qui est le résultat de la superposition de deux ondes (de la lumière dans ce cas-ci).

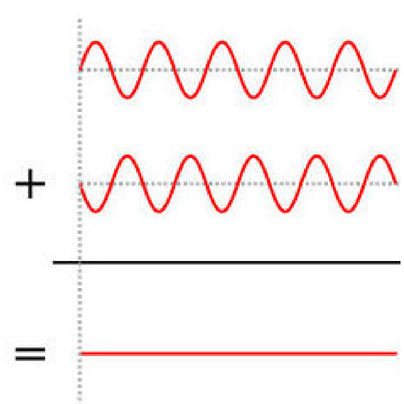
En superposant deux ondes, on peut obtenir une onde ayant plus d'amplitude, comme sur la figure de droite. On a alors de l'interférence constructive.

On obtient une grande amplitude quand les maximums d'une onde se superposent au maximum de l'autre onde.

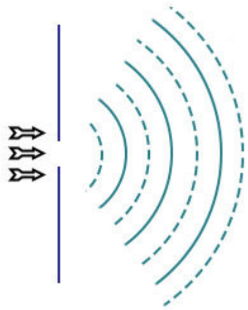


On peut aussi obtenir une onde de moins grande amplitude en additionnant deux ondes. Dans la figure de droite, l'amplitude de l'onde résultante est même nulle. On a alors de l'interférence destructive.

On obtient une amplitude nulle quand les maximums d'une onde se superposent aux minimums de l'autre onde.



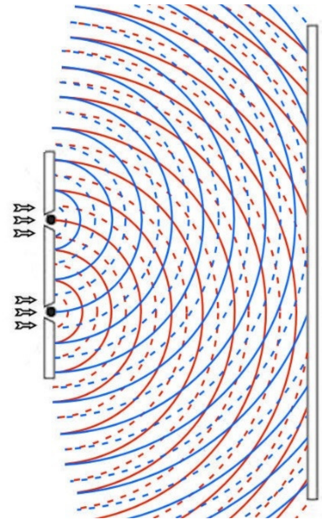
fr.science-questions.org/comment_ca_marche/155/Interferences_et_diffraction_d_une_onde/



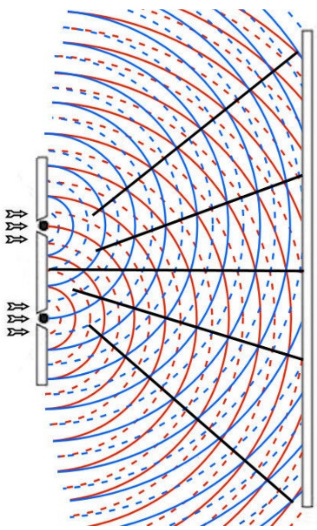
Quand de la lumière provenant d'une étoile passe à travers un petit trou, l'onde lumineuse s'étale.

Ici, les lignes pleines représentent les maximums de l'onde et les lignes pointillées représentent les minimums de l'onde.

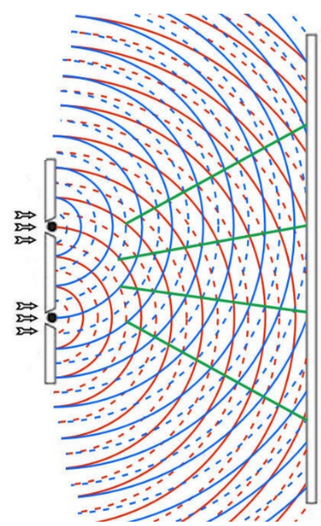
physics.tutorvista.com/light/wave-properties-of-light.html



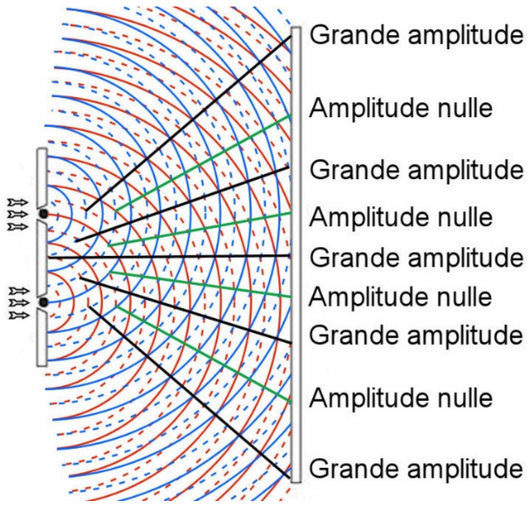
Ça devient intéressant quand la lumière passe à travers deux trous. Alors, on a la superposition des ondes passant par chacun des trous. Ici, les ondes émises par un trou sont en rouge et les ondes émises par l'autre trou sont en bleu.



Il y a des endroits sur l'écran (qui est à droite sur la figure) où les ondes font de l'interférence constructive. À ces endroits, les maximums des deux ondes se superposent pour donner une onde de grande amplitude. C'est ce qui se produit le long des lignes droites pleines. C'est le long de ces droites que les cercles pleins représentant les maximums des ondes se croisent.

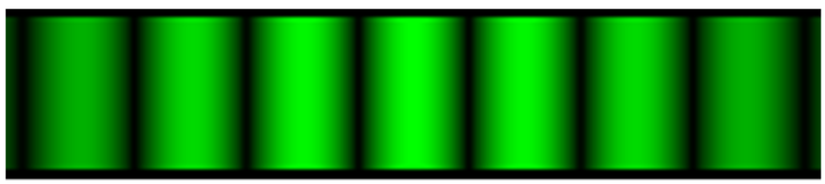


Il y a des endroits sur l'écran où les ondes font de l'interférence destructive. À ces endroits, les maximums d'une des ondes se superposent au minimum de l'autre onde pour donner une onde d'amplitude nulle. (Tout le long des lignes droites, on a de l'interférence destructive. C'est le long de ces droites que les cercles pleins représentant les maximums d'une onde croisent les cercles en pointillé représentant les minimums de l'autre onde.)



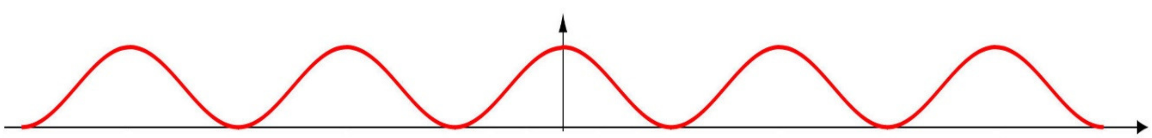
On remarque alors que l'onde résultante qui arrive sur l'écran a parfois une amplitude très importante et parfois une amplitude nulle.

Quand l'amplitude est grande, l'intensité de la lumière est grande. On appelle cette région une *frange brillante*. Quand l'amplitude est nulle, l'intensité de la lumière est nulle. On appelle cette région une *frange sombre.* Sur l'écran, on voit donc une alternance de franges brillantes et de franges sombres.



www.itp.uni-hannover.de/~zawischa/ITP/multibeam.html

Ce qu'on voit sur l'écran s'appelle *la figure d'interférence*. Si on fait le graphique de l'intensité de la lumière sur l'écran en fonction de la position. On obtient le graphique suivant.



Les maximums de la fonction correspondent aux franges brillantes et les minimums de la fonction correspondent aux franges sombres.

On peut montrer (la preuve sera faite dans le cours d'onde et de physique moderne) que l'angle entre une frange brillante et une frange sombre voisine mesurée à partir d'un point entre les deux trous est

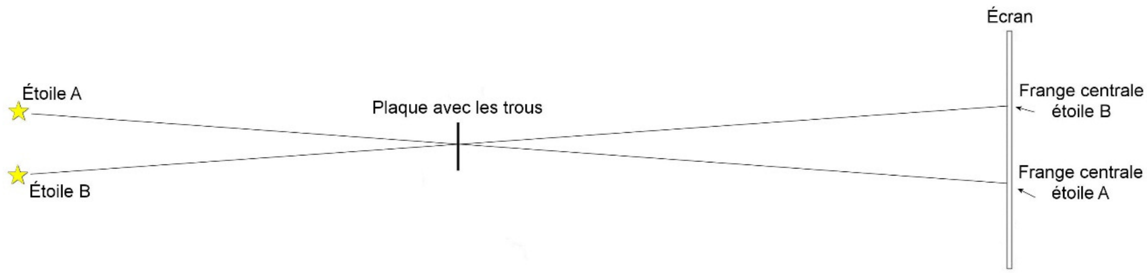
$$d \sin\theta = \frac{1}{2}\lambda$$

$$\theta \approx \frac{\lambda}{2d}$$

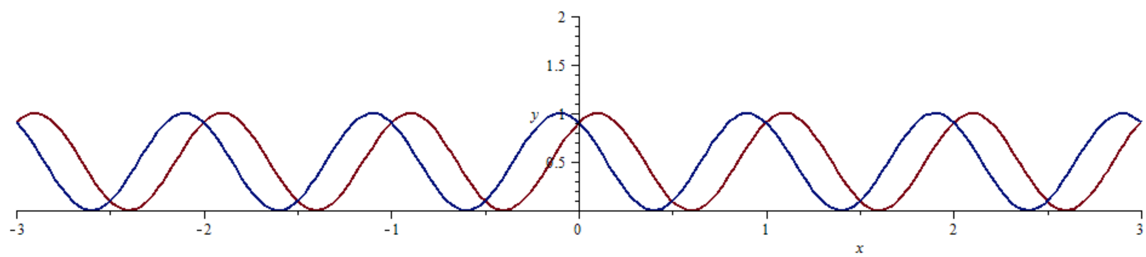
où λ est la longueur d'onde de la lumière et d est la distance entre les trous.

Angle entre deux étoiles

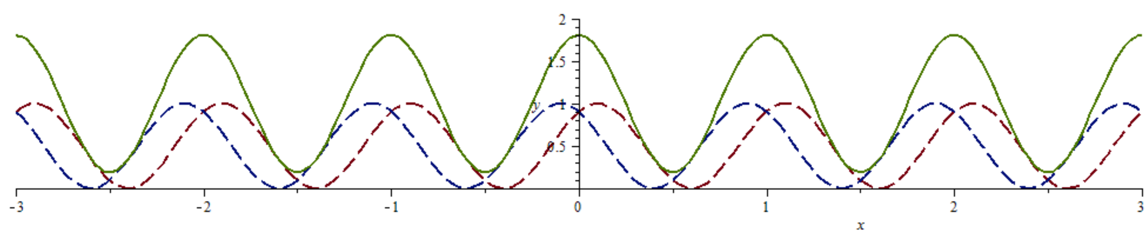
Voyons maintenant ce qui arrive si on fait passer la lumière provenant de deux étoiles dans les trous. Dans ce cas, la lumière provenant de chacune des étoiles fait des franges brillantes et sombres sur l'écran. Comme il y a toujours une frange brillante dans la direction directement opposée à la source (qui s'appelle la *frange centrale*), on aura la situation suivante.



Sur l'écran, il y aura deux figures d'interférence un peu décalée l'un par rapport à l'autre.

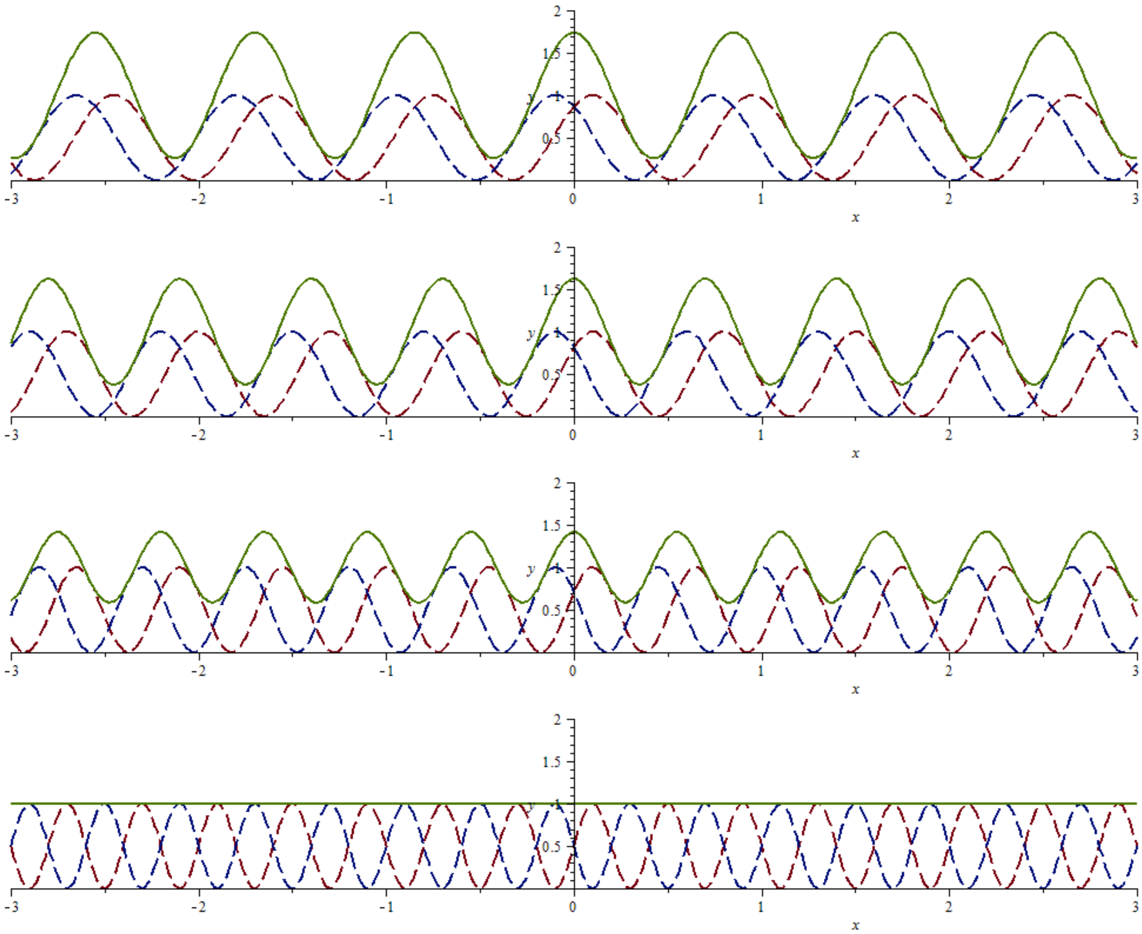


En fait, ce qu'on verra est la somme des deux intensités. Cette somme est



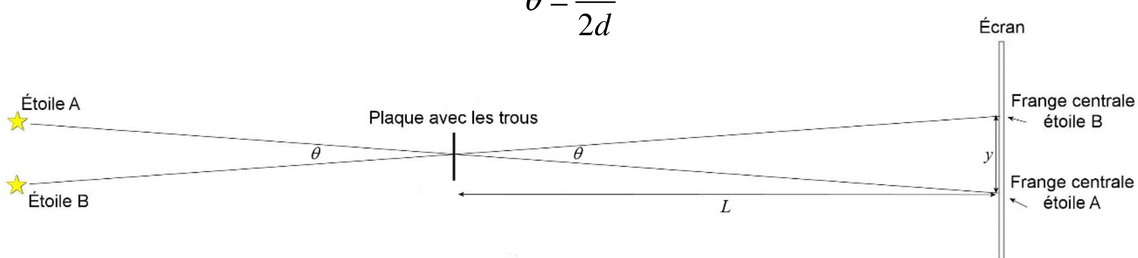
Il y a encore des franges brillantes et sombres, quoique les franges sombres ne sont plus totalement sombres.

En jouant avec la distance entre les trous, on peut changer la largeur des franges brillante. Plus les trous sont loin l'un de l'autre, plus les franges brillantes sont minces. Voici quelques graphiques qui montrent comment change l'intensité totale à mesure qu'un augmente la distance entre les fentes.



Dans la dernière figure, il n’y a plus de franges du tout. Cela se produit quand la frange centrale d’une étoile arrive directement sur la frange sombre à côté de la frange centrale de l’autre étoile. Cela signifie qu’à ce moment, l’angle entre les deux franges centrales sur l’écran est de

$$\theta = \frac{\lambda}{2d}$$



Voici donc comment on pourrait procéder pour trouver l’angle entre deux étoiles qui sont tellement près l’une de l’autre qu’on ne peut pas les voir séparément au télescope. On fait passer la lumière des deux étoiles dans les trous qui sont initialement très près l’un de l’autre. On met un filtre pour avoir une lumière monochromatique (ou presque). On observe alors la figure d’interférence. On augmente alors la distance entre les trous jusqu’à ce que les franges disparaissent. Quand les franges disparaissent, on mesure la distance d entre les trous. L’angle entre les étoiles est alors donné par $\lambda/2\,d$.

Taille d'une étoile

On peut appliquer aussi cette méthode pour trouver la taille d'une étoile. L'étoile a une certaine grosseur et on peut considérer que chaque point de la surface est une source qui va faire une figure d'interférence. Sur l'écran, on va observer une figure d'interférence qui est la somme de toutes les figures d'interférence provenant de chaque point de la surface. La somme n'est pas facile à faire et on ne montrera pas les détails de ce calcul ici. Dans ce calcul, on considère l'étoile comme une source circulaire et on tient aussi compte que le centre de l'étoile semble plus brillant que les bords vus de la Terre.

En variant la distance entre les trous, cette somme change et, tout comme avec seulement deux sources, il y a une distance pour laquelle les franges d'interférence disparaissent. C'est avec la distance entre les trous qu'il y a quand les franges disparaissent qu'on peut trouver le diamètre de l'étoile. Les calculs montrent que la largeur angulaire de l'étoile est

Largeur angulaire d'une étoile

$$\theta = 1,33\frac{\lambda}{d}$$

où d est la distance entre les trous quand les franges disparaissent.

Exemple 9.6.1

Quand on observe l'étoile Sirius à travers deux trous et un filtre qui ne laisse passer que la lumière à 550 nm, on observe que les franges disparaissent quand la distance entre les trous est de 25,31 m. Quel est le diamètre de l'étoile, sachant que sa distance est de 8,71 al ?

Selon notre équation, la largeur angulaire de l'étoile est

$$\begin{aligned}\theta &= 1,33\frac{\lambda}{d}\\ &= 1,33\cdot\frac{550\times10^{-9}m}{25,31m}\\ &= 2,89\times10^{-8}rad\end{aligned}$$

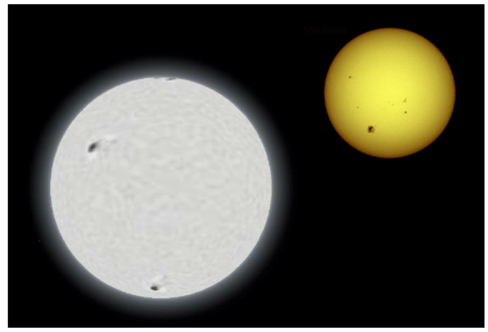
Un tel angle à 8,71 al de distance équivaut à une distance de

$$\begin{aligned}\theta &= \frac{diamètre}{D}\\ 2,89\times10^{-8}rad &= \frac{diamètre}{8,71\cdot 9,46\times10^{15}m}\\ diamètre &= 2,38\times10^{9}m\end{aligned}$$

Cela signifie que le rayon de Sirius est

$$R = 1,19 \times 10^9 m$$
$$= 1,71 R_\odot$$

Sirius est donc un peu moins de 2 fois plus grosse que le Soleil. Voici donc Sirius comparée au Soleil.



commons.wikimedia.org/wiki/File:Sirius_A-Sun_comparison.png

Application de la méthode

L'exemple précédent montre que les trous doivent être à près de 25 m de distance. Il n'y a aucun télescope qui a un diamètre de 25 m, mais on est parvenu à appliquer la méthode vers 1920 en ajoutant des genres de périscopes au bout du télescope qui jouait le rôle de trou.

Souvent, on n'utilise pas deux trous en interférométrie, mais plutôt deux télescopes séparés par une distance *d*. On combine alors les ondes reçues des deux télescopes pour faire de l'interférence. Pour modifier la figure d'interférence, on peut changer la distance que doit parcourir chaque signal avant d'être combiné. Cela simule les différentes distances que doivent parcourir les ondes en provenance de chaque trou avant de se superposer sur l'écran. Souvent, on travaille avec des ondes de plus grande longueur d'onde que le visible, ce qui fait que les télescopes en question ressemblent plus à de grosses antennes. Ces antennes sont sur des rails, ce qui permet de les éloigner ou de les approcher pour faire comme si on changeait la distance entre les trous.

Voici donc un exemple plus réaliste.

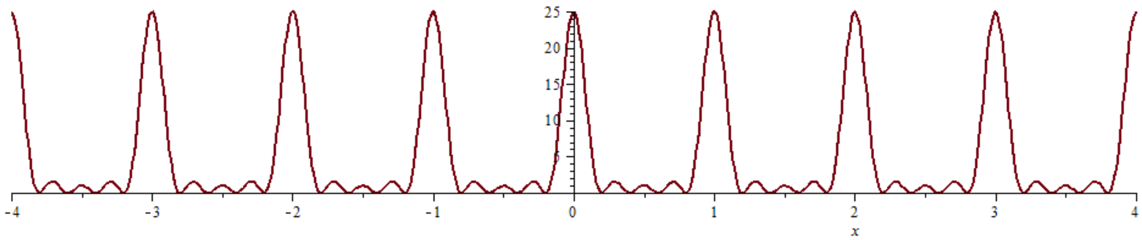
Exemple 9.6.2

Quand on observe l'étoile Sirius à l'aide de deux antennes captant des ondes ayant une longueur d'onde de 3 µm, on observe que les franges disparaissent quand la distance entre les antennes est de 138,1 m. Quel est le diamètre angulaire de l'étoile ?

Selon notre équation, la largeur angulaire de l'étoile est

$$\theta = 1,33 \frac{\lambda}{d}$$
$$= 1,33 \cdot \frac{3 \times 10^{-6} m}{138,1 m}$$
$$= 2,89 \times 10^{-8} rad$$

On peut aussi utiliser plusieurs antennes qui vont faire comme s'il y avait plusieurs trous. Avec plusieurs trous régulièrement espacés, on obtient aussi une figure d'interférence contenant aussi des franges brillantes, mais les franges brillantes sont beaucoup plus minces. Par exemple, voici ce qu'on obtient avec une seule source ponctuelle et 5 trous (ou 5 antennes).



Avec une source non ponctuelle comme une étoile, on aura la superposition de plusieurs de ces figures d'interférences. En étudiant bien l'intensité de cette superposition, on peut déduire la taille de la source sans même changer la distance entre les antennes.

Le Very Large Array (VLA), au Nouveau-Mexique, est un exemple de ces réseaux d'antennes.

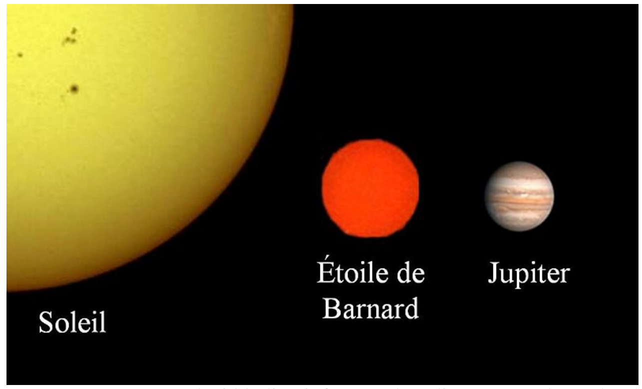
www.skatelescope.org/multimedia/image/ska-pathfinder-evla-aerial-shot-2/

Résultats typiques

On peut ainsi mesurer la grosseur des étoiles. On peut obtenir des rayons aussi petits que 0,12 $R_\odot$ et aussi grands que quelques milliers de rayons solaires. Voici donc le rayon de quelques étoiles.

Étoile	Rayon
Soleil	1 $R_\odot$
Sirius (étoile la plus brillante)	1,71 $R_\odot$
Véga (5^e étoile la plus brillante)	2,36 $R_\odot$
Bételgeuse (9^e étoile la plus brillante)	Entre 760 et 1020 $R_\odot$
Fomalhaut (18^e étoile la plus brillante)	1,84 $R_\odot$
Polaris (48^e étoile la plus brillante)	37,5 $R_\odot$
Étoile de Barnard (5^e étoile la plus près)	0,196 $R_\odot$

On a déjà vu que certaines étoiles, comme Bételgeuse, sont beaucoup plus grandes que le Soleil. D'autres étoiles sont par contre beaucoup plus petites que le Soleil. C'est le cas de l'étoile de Barnard, une des étoiles le plus près du Soleil.



www.daviddarling.info/encyclopedia/B/BarnardsStar.html

Le vidéo suivant vous fait la comparaison des étoiles selon leur taille.
https://www.youtube.com/watch?v=HEheh1BH34Q

9.7 LA DURÉE DE VIE DES ÉTOILES

Sachant que le Soleil peut vivre 10,91 milliards d'années, on peut déduire pendant combien de temps pourra vivre une étoile si les conditions de fusion nucléaire sont identiques pour cette étoile. La durée de vie d'une étoile est

$$t_{vie} = \frac{E}{L}$$

La quantité d'énergie disponible dépend de la masse de l'étoile. Plus la masse est grande, plus il y aura de l'hydrogène à fusionner. Une étoile ayant une masse deux fois plus grande que celle du Soleil pourra donc faire deux fois plus de fusion nucléaire. Cela signifie que les rapports d'énergie sont les mêmes que les rapports de masse (il y a deux fois plus d'énergie s'il y a deux fois plus de masse). On a donc

$$\frac{E}{E_\odot} = \frac{M}{M_\odot}$$

$$E = E_\odot \frac{M}{M_\odot}$$

La durée de vie est alors

$$\begin{aligned} t_{vie} &= E_\odot \frac{M}{1M_\odot} \cdot \frac{1}{L} \\ &= \frac{E_\odot}{L_\odot} \frac{M}{M_\odot} \cdot \frac{L_\odot}{L} \end{aligned}$$

Comme $E_\odot/L_\odot$ est la durée de vie du Soleil (qui vaut 10,9 Ga), on a

Durée de vie d'une étoile de masse *M* et de luminosité *L*

$$t_{vie} = 10,9Ga \cdot \frac{M}{M_\odot} \cdot \frac{L_\odot}{L}$$

Exemple 9.7.1

Sirius a une masse 2,06 $M_\odot$ et une luminosité de 25,4 $L_\odot$. Quelle est la durée de vie de cette étoile ?

Selon notre équation, on a

$$\begin{aligned} t &= 10,9Ga \cdot \frac{M}{M_\odot} \cdot \frac{L_\odot}{L} \\ &= 10,9Ga \cdot \frac{2,06M_\odot}{M_\odot} \cdot \frac{L_\odot}{25,4L_\odot} \\ &= 10,9Ga \cdot \frac{2,06}{25,4} \\ &= 0,884Ga \end{aligned}$$

Sirius vivra donc à peine 884 millions d'années.

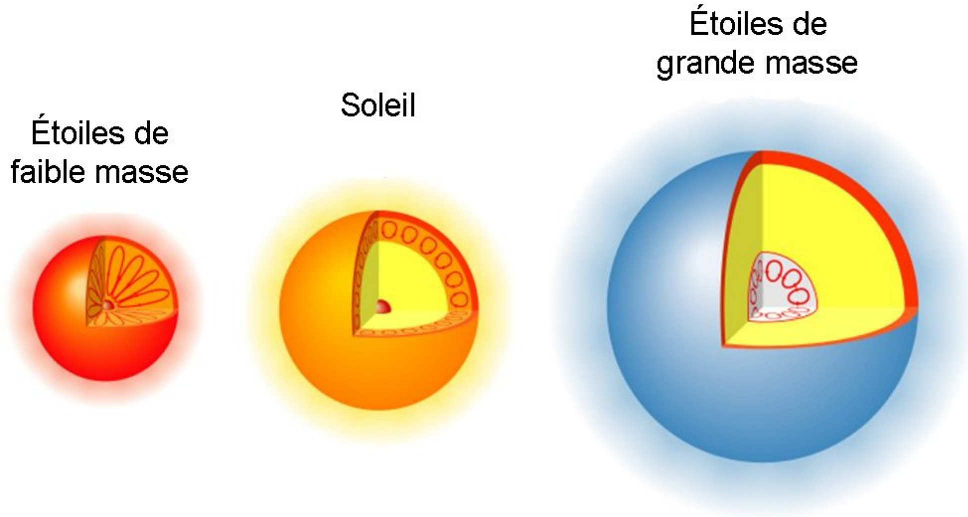
9.8 LA STRUCTURE DES ÉTOILES

On a vu que les astrophysiciens ont développé des modèles de l'intérieur du Soleil. Évidemment, ils ont aussi développé des modèles pour déterminer la structure des autres étoiles.

La première chose qui ressort de cette étude est que la masse de l'étoile et la composition chimique de l'étoile sont les seuls éléments qui déterminent toutes les autres caractéristiques de l'étoile. C'est le **théorème de Vogt-Russell**. Ainsi, le rayon, la luminosité, la température de surface, la structure interne et l'évolution de l'étoile sont uniquement déterminés par la masse et la composition chimique de l'étoile. Voici ce que ces modèles indiquent pour la structure interne des étoiles.

Premièrement, il y a une différence pour la fusion de l'hydrogène. C'est la fusion proton-proton qui domine pour les étoiles de moins de 1,2 $M_\odot$, alors que c'est la fusion par cycle CNO qui domine pour les étoiles de plus de 1,2 $M_\odot$.

Il y a aussi une différence de structure. Pour des étoiles dont la masse est inférieure à 0,4 $M_\odot$, il n'y a pas de zone radiative. Il y a de la convection partout dans l'étoile. Pour des étoiles entre 0,4 $M_\odot$ et 1,3 $M_\odot$ la structure ressemble à celle du Soleil. Plus la masse augmente dans cet intervalle, plus la zone radiative devient importante par rapport à la zone convective. Pour des étoiles dont la masse est supérieure à $1,3M_\odot$, la zone convective près de la surface de l'étoile disparait. Il apparait cependant une zone convective dans le cœur de l'étoile parce que le cycle CNO varie trop rapidement avec la température.



cse.ssl.berkeley.edu/bmendez/ay10/2002/notes/lec14.html

Ces structures différentes modifient les résultats qu'on obtient en supposant une structure identique à celle du Soleil pour toutes les étoiles. Par exemple, la convection dans le cœur des étoiles plus massives amène de l'hydrogène des couches supérieures au centre de l'étoile, ce qui augmente la quantité de carburant disponible et augmente la durée de vie de l'étoile. Malgré cette différence de structure, on peut estimer la densité, la pression et la température au centre d'une étoile en utilisant les formules obtenues avec le modèle du Soleil.

Densité, pression et température au centre des étoiles

$$\rho_{centre} \approx 153\tfrac{tonnes}{m^3} \cdot \frac{M}{M_\odot} \cdot \left(\frac{R_\odot}{R}\right)^3$$

$$P_{centre} \approx 2,36\times 10^{16}\,Pa \cdot \left(\frac{M}{M_\odot}\right)^2 \cdot \left(\frac{R_\odot}{R}\right)^4$$

$$T_{centre} \approx 15,7MK \cdot \frac{M}{M_\odot} \cdot \frac{R_\odot}{R}$$

Exemple 9.8.1

Sirius a une masse 2,06 $M_\odot$ et un rayon de 1,71 $R_\odot$.

a) Quelle est la température au centre de cette étoile ?

La température est

$$\begin{aligned} T_{centre} &\approx 15{,}7MK \cdot \frac{M}{M_\odot} \cdot \frac{R_\odot}{R} \\ &\approx 15{,}7MK \cdot \frac{2{,}06M_\odot}{M_\odot} \cdot \frac{R_\odot}{1{,}71R_\odot} \\ &\approx 15{,}7MK \cdot 2{,}06 \cdot \frac{1}{1{,}71} \\ &\approx 18{,}9MK \end{aligned}$$

b) Quelle est la densité au centre de cette étoile ?

La densité est

$$\begin{aligned} \rho_{centre} &\approx 153 \tfrac{tonnes}{m^3} \cdot \frac{M}{M_\odot} \cdot \left(\frac{R_\odot}{R}\right)^3 \\ &\approx 153 \tfrac{tonnes}{m^3} \cdot \frac{2{,}06M_\odot}{M_\odot} \cdot \left(\frac{R_\odot}{1{,}71R_\odot}\right)^3 \\ &\approx 153 \tfrac{tonnes}{m^3} \cdot 2{,}06 \cdot \left(\frac{1}{1{,}71}\right)^3 \\ &\approx 63 \tfrac{tonnes}{m^3} \end{aligned}$$

9.9 LES ÉTOILES VARIABLES

Les étoiles variables sont des étoiles dont la luminosité varie de façon périodique en fonction du temps. Parmi les étoiles variables, il y a les céphéides et les étoiles RR de la lyre que nous avons déjà rencontrées dans ce chapitre.

Oscillations amorties

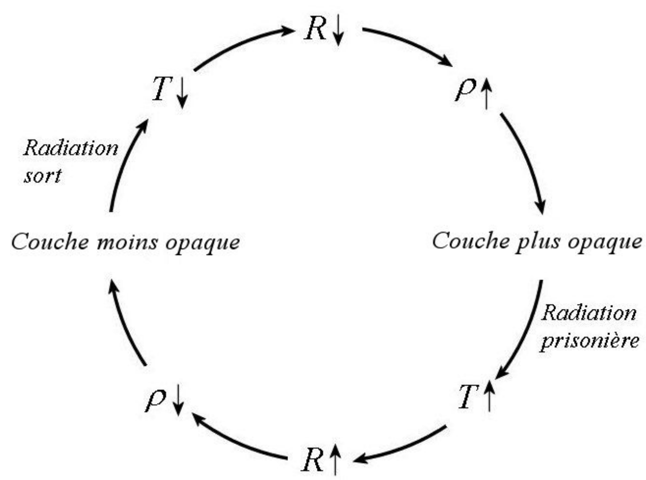
Il est possible qu'une perturbation quelconque provoque des oscillations radiales dans une étoile (c'est-à-dire une variation périodique du rayon de l'étoile). Supposons que le rayon d'équilibre de l'étoile soit R_0 et qu'une perturbation contracte un peu l'étoile. Dans ce cas, la pression de l'étoile va augmenter plus que la force de gravitation lors de la contraction, ce qui ramènera l'étoile vers sa taille de départ. Cependant, la surface de l'étoile aura trop de vitesse vers l'extérieur quand le rayon de l'étoile sera revenu à R_0 et l'étoile commencera à être plus grosse que sa taille de départ. Cette augmentation de taille fera que la force de pression deviendra plus petite que la force de gravitation. Cette force de gravitation arrêtera l'expansion de l'étoile pour ensuite provoquer un retour de la surface vers sa position d'équilibre. Quand le rayon de l'étoile reviendra à R_0, la surface de l'étoile aura maintenant une vitesse vers l'intérieur et l'étoile continuera à se contracter. À partir de là, le cycle se répètera.

Ces oscillations pourraient se répéter sans cesse, mais, la plupart du temps, elles ne dureront pas bien longtemps. La friction générée par les mouvements du gaz absorbe l'énergie des oscillations et elles disparaissent.

Les céphéides et les étoiles RR de la lyre

Dans les céphéides et les étoiles RR de la lyre, il y a une couche quelque part dans l'étoile où l'hélium s'ionise pour perdre son 2e électron (le 1er électron étant déjà arraché à ces températures). Puisque les photons sont absorbés pour ioniser l'hélium à cet endroit, cette couche est très opaque. Plus la densité de cette couche est grande, plus elle absorbe les photons et plus elle est opaque.

Voici donc pourquoi cette couche va permettre aux oscillations de garder une amplitude constante. Supposons pour commencer que, pour une raison quelconque, l'étoile se contracte un peu. Cela fait augmenter la densité de la couche d'hélium partiellement ionisé, ce qui la rend plus opaque. Cette augmentation de l'opacité de la couche empêche alors la lumière de sortir et l'étoile devient moins lumineuse. En empêchant le rayonnement de sortir de l'étoile, la chaleur s'accumule dans l'étoile, ce qui réchauffe l'intérieur de l'étoile et provoque sa dilatation. Cette dilatation fait diminuer la densité de la couche d'hélium, ce qui fait diminuer son opacité. En devenant moins opaque, cette couche permet alors à la lumière de passer, ce qui augmente la luminosité de l'étoile. La chaleur pouvant alors s'échapper, l'intérieur de l'étoile se refroidit et elle se contracte à nouveau. Cela augmente à nouveau la densité de la couche de sorte que la couche redevient opaque et emprisonne à nouveau la radiation. La luminosité diminue à nouveau, la température de l'étoile recommence à monter et le cycle recommence. On peut résumer ce mécanisme avec ce diagramme.



En réalité, toutes les étoiles ont une telle couche où l'hélium est partiellement ionisé, mais ce ne sont pas toutes les étoiles qui sont variables. La couche doit être positionnée à un endroit très précis dans l'étoile pour qu'on obtienne une étoile variable. Si la couche est trop près du centre de l'étoile, la densité est plus grande. Cela fait en sorte qu'il y a tellement d'hélium dans la couche que l'énergie qui arrive va ioniser une proportion trop petite d'hélium. L'effet de l'ionisation ne sera donc pas très important et l'opacité n'augmentera pas assez pour emprisonner la radiation. Si la couche est trop loin du centre de l'étoile, sa densité est trop faible et sa masse est trop petite pour entrainer les pulsations.

On peut se demander pourquoi la couche d'ionisation d'hélium est si spéciale. En effet, l'opacité de n'importe quel gaz augmente avec sa densité. La couche d'ionisation d'hélium est différente parce que sa température reste à peu près constante. Si on comprime le gaz, l'énergie qui arrive dans la couche sert à ioniser davantage d'hélium plutôt qu'à chauffer le gaz. C'est un peu comme une transition de phase en chimie : tant que la transition n'est pas terminée, la température reste la même. Cela fait en sorte que l'opacité de cette couche dépend uniquement de sa densité. La situation est différente à l'extérieur de la couche d'ionisation puisque l'opacité d'un gaz très chaud diminue quand la température augmente. Or, la diminution d'opacité générée par l'augmentation de température est plus importante que l'augmentation d'opacité générée par l'augmentation de densité quand l'étoile se contracte. Ainsi, le gaz de l'étoile devient donc moins opaque quand l'étoile se contracte (sauf dans la couche d'ionisation de l'hélium) et cette baisse d'opacité permet à la radiation de sortir plus facilement de l'étoile. La température et la pression vont donc bel et bien augmenter avec la contraction, mais pas autant que si l'opacité n'avait pas changé. L'augmentation de pression avec la contraction est alors assez grande pour garder l'équilibre de l'étoile, mais elle n'est pas assez grande pour entretenir les oscillations. Seule la couche d'ionisation d'hélium parvient à générer une augmentation de pression plus grande que ce qu'on aurait sans variation d'opacité.

Les autres types d'étoiles variables

Il y a bien d'autres mécanismes qui peuvent faire varier la luminosité d'une étoile. Ces autres mécanismes font varier la luminosité de façon plutôt irrégulière. En voici quelques-uns.

- Les T du taureau (T tauri)

  Ces étoiles sont des étoiles en train de naitre. Elles sont très actives et il semble que d'immenses éruptions sont générées à la surface de ces étoiles, ce qui fait varier leur luminosité.

- Des éruptions sur des étoiles de faible masse

  Les éruptions ne font pas beaucoup augmenter la luminosité du Soleil, mais la situation est bien différente pour des étoiles de faible masse. Dans ce cas, les éruptions ont à peu près la même force que sur le Soleil, mais comme l'étoile n'est pas lumineuse au départ, l'augmentation de la luminosité due à l'éruption est très importante si on la compare à la luminosité de départ de l'étoile. Dans le cas d'une étoile de faible masse, la luminosité peut même doubler lors d'une éruption.

- Des étoiles magnétiques

  Le champ magnétique de certaines étoiles est beaucoup plus important que celui du Soleil. Le cycle de variation du champ magnétique peut alors entrainer une variation de l'ordre de 10 % de la luminosité de l'étoile.

9.10 LES EXOPLANÈTES

Les étoiles possèdent aussi des planètes. On peut toutefois se demander s'il est possible de détecter ces planètes. Détecter une planète, c'est un peu comme essayer de voir une mouche qui tourne autour d'une ampoule quand on est à des centaines de kilomètres de distance.

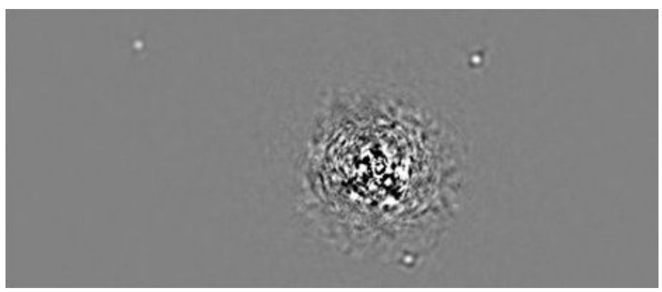
Cela semble difficile, mais on parvient quand même à le faire. La première publication de détection de planète à l'extérieur du Système solaire et confirmée par des observations subséquentes (en 2003) fut faite par les astronomes canadiens Campbell et Yang en 1988. On était alors à la limite de résolution des appareils, ce qui laissait beaucoup de doutes concernant cette découverte. Il fallut attendre 1995 avant qu'on soit certain d'avoir découvert une planète en orbite autour d'une étoile de la séquence principale, 51 Pegasi. Depuis, on a découvert 7373 planètes tournant autour de 5060 autres étoiles que le Soleil (au 12 décembre 2024).
https://exoplanet.eu/catalog/

Au départ, on détectait surtout des planètes très massives tournant autour de l'étoile sur des orbites très près de l'étoile. Avec l'amélioration des techniques, on détecte des planètes de moins en moins massives.

La méthode de l'imagerie directe

Par cette méthode, on tente de voir directement la planète en orbite autour de l'étoile. Pour y parvenir, on doit trouver une façon de cacher la lumière de l'étoile pour faire apparaitre la faible lumière réfléchie par la planète. Autrement, la lumière de l'étoile est trop forte et masque les planètes. On parvient ainsi à détecter quelques grosses planètes situées assez loin de leur étoile.

Très peu de planètes ont été mises en évidence de cette façon. Par exemple, on peut apercevoir ici trois planètes en orbite autour de l'étoile HR 8799, située à 129 années-lumière de nous.

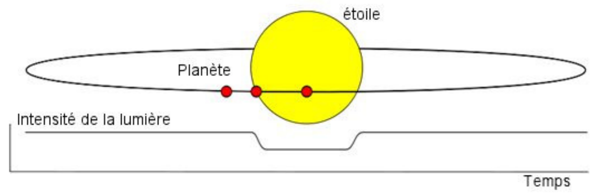


en.wikipedia.org/wiki/File:HR_8799_planetary_system_photo.jpg

Au 12 décembre, seulement 1057 planètes (14,3 % des exoplanètes) avaient été découvertes de cette façon.

La méthode du transit

On détecte parfois la planète parce qu'elle passe devant l'étoile. Cachant ainsi une partie de l'étoile, la luminosité de l'étoile diminue durant le transit de la planète devant l'étoile. Évidemment, on ne peut détecter que des planètes dont l'orbite les amène à passer devant l'étoile vue de la Terre. Le satellite Kepler mesure ainsi constamment la luminosité de nombreuses étoiles dans l'espoir de détecter une baisse de luminosité due au passage d'une planète devant l'étoile.



en.wikipedia.org/wiki/Methods_of_detecting_extrasolar_planets

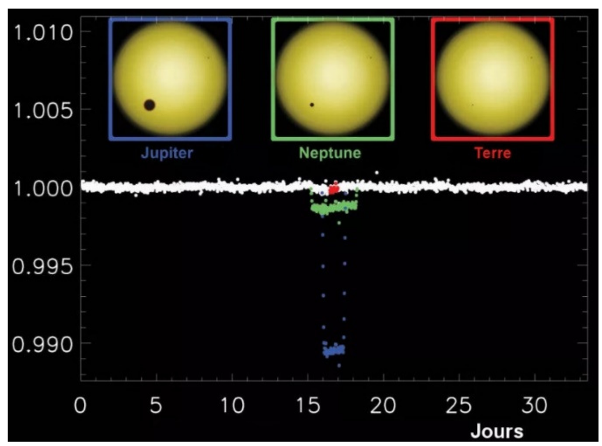
Cette méthode amène souvent de faux résultats positifs et il faut bien étudier les données pour être sûr que la planète existe vraiment.

Pour l'instant (12 décembre 2024), 4488 planètes ont été découvertes de cette façon (60,9 %), ce qui en fait la méthode la plus efficace pour détecter les planètes.

Toutefois, le satellite Kepler a détecté environ 3000 autres planètes candidates par cette méthode. L'existence de ces planètes n'a pas encore été confirmée.

La grosseur de la planète

On peut estimer la grosseur de la planète avec la diminution de l'intensité lumineuse de l'étoile pendant le transit. Par exemple, un extraterrestre qui étudie le système solaire et qui a la chance d'être dans la bonne direction pourrait voir Jupiter passer devant le Soleil. Comme Jupiter cacherait alors environ 1 % de la surface du Soleil, l'extraterrestre verrait que l'intensité du Soleil baisse de 1 % pendant le passage (qui durerait environ 30 heures).



blog.planethunters.org/2010/12/20/transiting-planets/

La proportion de la surface de l'étoile qui est cachée est égale à l'aire du cercle noir (fait par la planète) divisée par l'aire de la partie éclairée (qui est un disque ayant le même rayon que l'étoile). La baisse d'intensité relative est donc de

$$\frac{\Delta I}{I} = \frac{\pi R_{planète}^2}{\pi R_{étoile}^2}$$

Ce qui donne

Baisse relative d'intensité lors d'un transit

$$\frac{\Delta I}{I} = \frac{R_{planète}^2}{R_{étoile}^2}$$

Pour trouver le rayon de la planète, il nous faut le rayon de l'étoile. On a déjà vu comment on peut le trouver. On verra aussi au chapitre suivant qu'on peut aussi trouver le rayon de l'étoile par d'autres méthodes et que c'est souvent un paramètre qu'on peut facilement connaitre.

Le demi-grand axe de l'orbite

Si on remarque que le transit se répète à intervalle régulier, c'est parce que la planète repasse devant l'étoile chaque tour. La période entre les passages est donc égale à la période de l'orbite. Avec cette information, on peut déduire le rayon de l'orbite. En supposant que la masse de la planète est beaucoup plus petite que celle de l'étoile, on peut trouver le demi-grand axe de l'orbite avec la formule suivante.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{a^3}{GM_{étoile}}}$$

Pour trouver le demi-grand axe de l'orbite, il nous faut la masse de l'étoile. On a déjà vu comment on peut la trouver dans un système double. On verra au chapitre suivant qu'on peut aussi trouver la masse de l'étoile par d'autres méthodes et que c'est souvent un paramètre qu'on peut facilement connaitre.

Exemple 9.10.1

Lors d'un transit d'une planète devant une étoile ayant une masse de 2 masses solaires et un rayon de 1,5 rayon solaire, on remarque que la magnitude d'une étoile augmente de 0,01. Le transit se reproduit tous les 4,4 ans.

a) Quel est le rayon de la planète (en rayon terrestre) ?

Le rapport des intensités est

$$\begin{aligned}\frac{I_1}{I_2} &= 10^{0,4(m_2-m_1)}\\ &= 10^{0,4(-0,01)}\\ &= 0,99083\end{aligned}$$

La baisse relative d'intensité est donc 0,00917. On a donc

$$\begin{aligned}\frac{\Delta I}{I} &= \frac{R^2_{planète}}{R^2_{étoile}}\\ 0,00917 &= \frac{R^2_{planète}}{\left(1,5\cdot 6,957\times 10^8 m\right)^2}\end{aligned}$$

$$R_{planète} = 9,91 \times 10^7 m$$
$$R_{planète} = 99100 km$$

Comme un rayon terrestre est de 6371 km, le rayon est de 15,7 rayons terrestres.

b) Quel est le demi-grand axe de l'orbite (en unité astronomique) ?

On trouve le demi-grand axe avec

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{a^3}{GM_{étoile}}}$$

On a alors

$$(4,4 \cdot 365,25 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 s) = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{a^3}{6,6743 \times 10^{-11} \frac{Nm^2}{kg^2} \cdot (2 \cdot 1,9885 \times 10^{30} kg)}}$$
$$a = 5,061 \times 10^{11} m$$

Comme une unité astronomique est de 1,496 x 10^{11} m, cette distance est de 3,38 UA.

RÉSUMÉ DES ÉQUATIONS

Le parsec

$$1 pc = 3,26156 al = 3,086 \times 10^{16} m$$

Distance des étoiles (en al ou en pc) à partir de la parallaxe (en seconde)

$$D = \frac{3,26156 al}{\theta_{(sec)}} \qquad D = \frac{1 pc}{\theta_{(sec)}}$$

Unité de luminosité : la luminosité solaire

$$1 L_{\odot} = 3,828 \times 10^{26} W$$

Magnitude bolométrique absolue à partir de la luminosité de l'étoile

$$M_{bol} = 2,5 \log\left(\frac{78,7 L_{\odot}}{L}\right)$$
$$M_{bol} = 2,5 \log\left(\frac{3,0128 \times 10^{28} W}{L}\right)$$

Magnitude visuelle absolue à partir de la distance et de la magnitude

$$M = m + 5\log\left(\frac{32,62al}{D}\right)$$

Relation entre la magnitude visuelle absolue moyenne et la période des céphéides

$$\overline{M} = -2,43\log\left(\frac{P}{10j}\right) - 4,05$$

Unité de masse : la masse solaire

$$1M_{\odot} = 1,9885\times 10^{30}kg$$

Période d'un système d'étoile double avec des orbites circulaires (3e loi de Kepler)

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM_{tot}}}$$

Relation entre les masses et les rayons des orbites dans un système d'étoile double en orbite circulaire

$$M_A r_A = M_B r_B$$

Vitesse des étoiles dans un système d'étoile double en orbite circulaire

$$v_A = \frac{M_B}{M_{tot}}\sqrt{\frac{GM_{tot}}{r}} \qquad v_B = \frac{M_A}{M_{tot}}\sqrt{\frac{GM_{tot}}{r}}$$

Énergie mécanique d'un système d'étoile double en orbite circulaire

$$E_{mec} = -\frac{GM_A M_B}{2r}$$

Unité pour le rayon des étoiles : le rayon solaire

$$1R_{\odot} = 6,957\times 10^{8}m$$

Largeur angulaire d'une étoile

$$\theta = 1,33\frac{\lambda}{d}$$

Durée de vie d'une étoile de masse *M* et de luminosité *L*

$$t_{vie} = 10,9Ga\cdot\frac{M}{M_{\odot}}\cdot\frac{L_{\odot}}{L}$$

Densité, pression et température au centre des étoiles

$$\rho_{centre} \approx 153\tfrac{tonnes}{m^3} \cdot \frac{M}{M_\odot} \cdot \left(\frac{R_\odot}{R}\right)^3$$

$$P_{centre} \approx 2{,}36 \times 10^{16}\, Pa \cdot \left(\frac{M}{M_\odot}\right)^2 \cdot \left(\frac{R_\odot}{R}\right)^4$$

$$T_{centre} \approx 15{,}7 MK \cdot \frac{M}{M_\odot} \cdot \frac{R_\odot}{R}$$

Baisse relative d'intensité lors d'un transit

$$\frac{\Delta I}{I} = \frac{R^2_{planète}}{R^2_{étoile}}$$

EXERCICES

9.1 La distance des étoiles

1. Quelle est la distance (en al) de l'étoile Mizar (dans la Grande Ourse) si sa parallaxe est de 0,0394″ ?

2. L'étoile Bellatrix (dans Orion) est à une distance de 73,6 pc de la Terre. Quelle est sa parallaxe ?

3. Combien y aurait-il d'années-lumière par parsec si on vivait sur Mars, dont l'orbite autour du Soleil a un rayon de 228 millions de km ?

   Rappel : Le parsec est la distance d'une étoile qui a une parallaxe de 1″ et l'année-lumière est la distance faite par la lumière en 1 an. Comme on serait sur Mars, l'année aurait une durée de 686,971 jours terrestres, ce qui change la longueur de l'année-lumière.

4. Montrez que la vitesse tangentielle d'une étoile est donnée par

$$v_t = 4{,}74\tfrac{km\ an}{s} \cdot \frac{\omega}{\theta}$$

   où ω est la vitesse angulaire de l'étoile dans le ciel de la Terre (en secondes d'arc par an) et θ est la parallaxe de l'étoile (en secondes d'arc).

9.2 La luminosité des étoiles

5. L'étoile Altaïr est située à une distance de 16,7 al. Quelle est la luminosité de l'étoile (en luminosité solaire) si l'intensité bolométrique de la lumière reçue est de $1,29 \times 10^{-8}$ W/m² ?

6. L'étoile Rigel est située à une distance de 863 al. Quelle est la luminosité de l'étoile si cette étoile a une magnitude bolométrique de -0,90 ?

7. L'étoile Arcturus a une parallaxe de 0,089″. Quelle est la luminosité de l'étoile si cette étoile a une magnitude bolométrique de -0,58 ?

8. Une supernova est une explosion d'étoile libérant beaucoup d'énergie. La luminosité maximale de ces explosions peut atteindre 10^{11} $L_\odot$. Jusqu'à quelle distance peut-on voir ces explosions d'étoiles à l'œil nu ? (Rappelez-vous qu'à l'œil nu, on ne voit pas les étoiles dont la magnitude est supérieure à 6. Ici, on va supposer qu'on peut voir l'étoile si sa luminosité bolométrique est plus petite que 6.)

9.3 La magnitude absolue des étoiles

9. Quelle est la magnitude bolométrique absolue de l'étoile Procyon si elle a une luminosité de 6,93 $L_\odot$?

10. Quelle est la luminosité de l'étoile Aldébaran si elle a une magnitude bolométrique absolue de -2,04 ?

11. Quelle est la magnitude visuelle d'une étoile située à 100 pc de la Terre et ayant une magnitude visuelle absolue de 4,7 ?

12. L'étoile Achernar a une magnitude bolométrique de -0,851 et est située à une distance de 139 années-lumière.

    a) Quelle est la magnitude bolométrique absolue ?
    b) Quelle est sa luminosité ?

9.4 Les mesures de distances avec les étoiles variables

13. Une céphéide a une période de 48 jours. Quelle est sa magnitude visuelle absolue ?

14. Une céphéide a une période de 8 jours et une magnitude visuelle moyenne de 2,72. Quelle est sa distance ?

15. Dans un amas d'étoiles, on détecte une étoile RR de la Lyre qui a une magnitude bolométrique de 12,26. Quelle est la distance de l'amas d'étoiles ?

9.5 La masse des étoiles

16. Deux étoiles sont en orbite circulaire autour de leur centre de masse. L'étoile A a une masse de 1,8 $M_\odot$ alors que l'étoile B a une masse de 0,9$M_\odot$. La distance entre les étoiles est de 9 UA.

    a) Quelle est la période de ce système ?
    b) Quel est le rayon de l'orbite de chaque étoile ?
    c) Quelle est la vitesse de chaque étoile ?
    d) Quelle est l'énergie mécanique de ce système ?

17. Deux étoiles distantes de 15 UA tournent autour du centre de masse du système en suivant des orbites circulaires avec une période de 32 ans. Quelle est la masse totale du système d'étoile ?

18. Alpha du Centaure est une étoile double dont la période de rotation est de 79,9 ans. La séparation angulaire entre les étoiles est de 17,6″. La séparation angulaire entre l'étoile A et le centre de masse est de 7,9″ et la séparation angulaire entre l'étoile B et le centre de masse est de 9,7″. Quelle est la masse de chaque étoile si ce système est à 4,36 al de la Terre et si on suppose que les orbites sont circulaires ?

9.6 La taille des étoiles

19. Cette image de l'étoile géante Antarès et la meilleure image d'une étoile autre que le Soleil faite à partir de la Terre obtenue à ce jour. Elle montre que la largeur angulaire d'Antarès est de 0,0373″. Calculez le diamètre d'Antarès (en rayons solaires) sachant que la parallaxe d'Antarès est 0,00589″. (Notez que la distance d'Antarès est encore un peu incertaine puisque l'incertitude de 0,001″ est assez élevée par rapport à la valeur.)

fr.wikipedia.org/wiki/Antar%C3%A8s

20. Deneb, dans la constellation du Cygne, est une étoile facilement visible dans l'hémisphère nord pendant l'été. Quand on observe cette étoile à l'aide de deux antennes captant des ondes ayant une longueur d'onde de 5 µm, on observe que les franges disparaissent quand la distance entre les antennes est de 317 m. Quel est le rayon de l'étoile (en rayon solaire) sachant que sa parallaxe est de 0,0023″ ?

9.7 La durée de vie des étoiles

21. Quelle est la durée de vie des étoiles suivante ?

    a) Fomalhaut ($M = 1{,}92\ M_\odot$, $L = 16{,}6\ L_\odot$)
    b) Étoile de Barnard ($M = 0{,}144\ M_\odot$, $L = 0{,}0035\ L_\odot$)
    c) Rigel ($M = 18\ M_\odot$, $L = 126\,000\ L_\odot$)

22. Une étoile a une masse de 18 masses solaires et de 60 000 luminosités solaires.

    a) À partir de la durée de vie de l'étoile, déterminez quel pourcentage de la masse de l'étoile fusionnera dans le cœur de l'étoile. (En se rappelant que la fusion de l'hydrogène donne $6{,}397 \times 10^{14}$ J/kg.)
    b) Montrez que ce pourcentage est le même pour toutes les étoiles.

9.10 Les exoplanètes

23. Stromgoll est un extraterrestre qui observe le système solaire. De combien baisserait l'intensité du Soleil (en %) si la Terre faisait un transit devant le Soleil pour Stromgoll ?

24. Lors d'un transit d'une planète devant une étoile ayant une masse de 1,2 masse solaire et un rayon de 1,1 rayon solaire, on remarque que la luminosité d'une étoile baisse de 0,5 %. Le transit se reproduit tous les 3,2 ans.

    a) Quel est le rayon de la planète (en rayon terrestre) ?
    b) Quel est le demi-grand axe de l'orbite (en unité astronomique) ?

RÉPONSES

9.1 La distance des étoiles

1. 82,8 al
2. 0,0136″

3. 2,641 al

9.2 La luminosité des étoiles

5. 10,6 $L_\odot$
6. 126 000 $L_\odot$
7. 170 $L_\odot$
8. 18,4 millions d'années-lumière

9.3 La magnitude absolue

9. 2,64
10. 515 $L_\odot$
11. 9,7
12. a) -4,0 b) 3129 $L_\odot$

9.4 Les mesures de distances avec les étoiles variables

13. -5,71
14. 661 al
15. 6974 al

9.5 La masse des étoiles

16. a) 16,43 ans b) 3 UA et 6 UA c) 10 876 m/s et 5438 m/s d) -1,588 x 10^{38} J
17. 3,296 $M_\odot$
18. 1,124 $M_\odot$ et 0,915 $M_\odot$

9.6 La taille des étoiles

19. 1362 $R_\odot$
20. 202 $R_\odot$

9.7 La durée de vie des étoiles

21. a) 1,26 milliard d'années b) 448 milliards d'années c) 1,56 million d'années
22. a) 10,4 %

9.10 La durée de vie des étoiles

23. 0,00839 %
24. a) 8,49 $R_\oplus$ b) 2,31 UA