Solutionnaire du chapitre 3

1. La force est

$$\begin{aligned} F_g &= \frac{GM_{Terre}M_{Lune}}{r^2} \\ &= \frac{6,6743\times10^{-11}\,\frac{Nm^2}{kg^2}\cdot 5,9722\times10^{24}\,kg\cdot 7,346\times10^{22}\,kg}{\left(3,844\times10^{8}\,m\right)^2} \\ &= 1,981\times10^{20}\,N \end{aligned}$$

2. a) La période est

$$\begin{aligned} T &= 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM_{Terre}}} \\ &= 2\pi\cdot\sqrt{\frac{\left(3,844\times10^{8}\,m\right)^3}{6,6743\times10^{-11}\,\frac{Nm^2}{kg^2}\cdot 5,9722\times10^{24}\,kg}} \\ &= 2,3718\times10^{6}\,s \\ &= 27,45\,jours \end{aligned}$$

b) La vitesse est

$$\begin{aligned} v &= \sqrt{\frac{GM_{Terre}}{r}} \\ &= \sqrt{\frac{6,6743\times10^{-11}\,\frac{Nm^2}{kg^2}\cdot 5,9722\times10^{24}\,kg}{3,844\times10^{8}\,m}} \\ &= 1018\,\tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

3. On trouve la masse avec la formule de la période.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM_c}}$$

$$159,5\cdot 24\cdot 60\cdot 60s = 2\pi\cdot\sqrt{\frac{\left(2,2\times 10^{11}m\right)^3}{6,6743\times 10^{-11}\frac{Nm^2}{kg^2}\cdot M_c}}$$

$$M_c = 3,316\times 10^{31}kg$$

En masse solaire, on a

$$\begin{aligned} M &= \frac{3,316\times 10^{31}kg}{1,9885\times 10^{30}\frac{kg}{M_\odot}} \\ &= 16,68M_\odot \end{aligned}$$

4. L'énergie mécanique est

$$\begin{aligned} E_{mec} &= -\frac{GM_{Terre}M_{Soleil}}{2r} \\ &= -\frac{6,6743\times 10^{-11}\frac{Nm^2}{kg^2}\cdot 1,9885\times 10^{30}kg\cdot 5,9722\times 10^{24}kg}{2\cdot 1,496\times 10^{11}m} \\ &= -2,649\times 10^{33}J \end{aligned}$$

5. L'énergie mécanique initiale est

$$E_{mec} = -\frac{GM_{Terre}M_{Soleil}}{2r}$$

Si on amène la Terre à une autre distance (appelons la *r*'), l'énergie sera

$$E'_{mec} = -\frac{GM_{Terre}M_{Soleil}}{2r'}$$

La variation d'énergie est donc

$$\begin{aligned}\Delta E_{mec} &= E'_{mec} - E_{mec} \\ &= -\frac{GM_{Terre}M_{Soleil}}{2r'} - \frac{GM_{Terre}M_{Soleil}}{2r} \\ &= \frac{GM_{Terre}M_{Soleil}}{2}\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r'}\right) \\ &= \frac{6,6743\times10^{-11}\frac{Nm^2}{kg^2}\cdot 1,9885\times10^{30}kg\cdot 5,9722\times10^{24}kg}{2}\cdot\left(\frac{1}{1,496\times10^{11}m} - \frac{1}{1,596\times10^{11}m}\right) \\ &= 1,660\times10^{32}J\end{aligned}$$

6. a) L'excentricité est

$$\begin{aligned}e &= \frac{v_p^2 r_p}{GM_c} - 1 \\ &= \frac{\left(70\,000\frac{m}{s}\right)^2\cdot 5\times10^{10}m}{6,6743\times10^{-11}\frac{Nm^2}{kg^2}\cdot 1,9885\times10^{30}kg} - 1 \\ &= 0,8460\end{aligned}$$

b) La distance est

$$\begin{aligned}r &= r_p\frac{1+e}{1+e\cos\theta} \\ &= 5\times10^{10}m\cdot\frac{1+0,8460}{1+0,8460\cdot\cos 90°} \\ &= 9,230\times10^{10}m\end{aligned}$$

Ce qui est 92,30 millions de km.

c) La distance est

$$\begin{aligned}r &= r_p\frac{1+e}{1+e\cos\theta} \\ &= 5\times10^{10}m\cdot\frac{1+0,8460}{1+0,8460\cdot\cos 180°} \\ &= 5,99\times10^{11}m\end{aligned}$$

Ce qui est 599 millions de km.

7. La distance est

$$\begin{aligned} r_p &= a(1-e) \\ &= 1{,}523\,679UA\cdot(1-0{,}093\,315) \\ &= 1{,}381\,497UA \end{aligned}$$

8. La distance est

$$\begin{aligned} r_a &= a(1+e) \\ &= 1{,}523\,679UA\cdot(1+0{,}093\,315) \\ &= 1{,}665\,861UA \end{aligned}$$

9. La vitesse est donnée par la formule suivante.

$$\begin{aligned} v_p^2 &= \frac{GM_c}{a}\frac{1+e}{1-e} \\ &= \frac{6{,}6743\times10^{-11}\,\frac{Nm^2}{kg^2}\cdot1{,}9885\times10^{30}kg}{1{,}523\,679\cdot1{,}496\times10^{11}m}\cdot\frac{1+0{,}093\,315}{1-0{,}093\,315} \\ &= 7{,}0209\times10^{8}\,\tfrac{m^2}{s^2} \\ v_p &= 26\,497\,\tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

10. La vitesse angulaire est

$$\begin{aligned} \omega_p &= \frac{v_p}{r_p} \\ &= \frac{26\,497\,\frac{m}{s}}{1{,}381\,497UA\cdot1{,}496\times10^{11}m} \\ &= 1{,}282\times10^{-7}\,\tfrac{rad}{s} \\ &= 1{,}282\times10^{-7}\,\tfrac{rad}{s}\cdot\frac{360°}{2\pi rad}\cdot\frac{24\cdot60\cdot60s}{1j} \\ &= 0{,}6347\,\tfrac{°}{j} \end{aligned}$$

11. La vitesse est donnée par la formule suivante.

$$\begin{aligned} v_a^2 &= \frac{GM_c}{a}\frac{1-e}{1+e} \\ &= \frac{6,6743\times10^{-11}\,\frac{Nm^2}{kg^2}\cdot 1,9885\times10^{30}\,kg}{1,523\,679\cdot 1,496\times10^{11}\,m}\cdot\frac{1-0,093\,315}{1+0,093\,315} \\ &= 4,8286\times10^{8}\,\tfrac{m^2}{s^2} \\ v_a &= 21\,974\,\tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

12. La vitesse angulaire est

$$\begin{aligned} \omega_a &= \frac{v_a}{r_p} \\ &= \frac{21\,974\,\frac{m}{s}}{1,665\,861\cdot 1,496\times10^{11}\,m} \\ &= 8,817\times10^{-8}\,\tfrac{rad}{s} \\ &= 8,817\times10^{-8}\,\tfrac{rad}{s}\cdot\frac{360°}{2\pi rad}\cdot\frac{24\cdot 60\cdot 60 s}{1 j} \\ &= 0,4365\,\tfrac{°}{j} \end{aligned}$$

13. La période est

$$\begin{aligned} T &= 2\pi\sqrt{\frac{a^3}{GM_c}} \\ &= 2\pi\cdot\sqrt{\frac{\left(1,523\,679\cdot 1,496\times10^{11}\,m\right)^3}{6,6743\times10^{-11}\,\frac{Nm^2}{kg^2}\cdot 1,9885\times10^{30}\,kg}} \\ &= 5,9354\times10^{7}\,s \\ &= 686,97\,j \end{aligned}$$

14. L'énergie mécanique est

$$
\begin{aligned}
E_{mec} &= -\frac{GM_c m}{2a} \\
&= -\frac{6,6743\times10^{-11}\,\frac{Nm^2}{kg^2}\cdot 1,9885\times10^{30}\,kg\cdot 6,4185\times10^{23}\,kg}{2\cdot 1,523\,679\cdot 1,496\times10^{11}\,m} \\
&= -1,869\times10^{32}\,J
\end{aligned}
$$

15. Le moment cinétique est

$$
\begin{aligned}
L &= mv_p r_p \\
&= 6,4185\times10^{23}\,kg\cdot 26\,497\,\tfrac{m}{s}\cdot\left(1,381\,497\cdot 1,496\times10^{11}\,m\right) \\
&= 3,5149\times10^{39}\,\tfrac{kgm}{s}
\end{aligned}
$$

16. a) La distance est

$$
\begin{aligned}
r &= \frac{a\left(1-e^2\right)}{1+e\cos\theta} \\
&= \frac{1,523\,679UA\cdot\left(1-0,093\,315^2\right)}{1+0,093\,315\cdot\cos 90°} \\
&= 1,510\,411UA
\end{aligned}
$$

b) La vitesse est

$$
\begin{aligned}
v^2 &= GM_c\left(\frac{2}{r}-\frac{1}{a}\right) \\
&= 6,6743\times10^{-11}\,\tfrac{Nm^2}{kg^2}\cdot 1,9885\times10^{30}\,kg \\
&\qquad \cdot\left(\frac{2}{1,510\,411\cdot 1,496\times10^{11}\,m}-\frac{1}{1,523\,679\cdot 1,496\times10^{11}\,m}\right) \\
&= \frac{6,674\times10^{-11}\,\frac{Nm^2}{kg^2}\cdot 1,9885\times10^{30}\,kg}{1,496\times10^{11}\,m}\cdot\left(\frac{2}{1,510\,411}-\frac{1}{1,523\,679}\right) \\
&= 5,9247\times10^{8}\,\tfrac{m^2}{s^2} \\
v &= 24,34\,\tfrac{km}{s}
\end{aligned}
$$

c) Avec le moment cinétique (que l'on a calculé à l'exercice 15), on a

$$L = mvr\sin\psi$$
$$3,5149\times10^{39}\,\tfrac{kgm}{s} = 6,4185\times10^{23}\,kg\cdot 24\,340\,\tfrac{m}{s}\cdot\left(1,510411\cdot1,496\times10^{11}\,m\right)\cdot\sin\psi$$
$$\sin\psi = 0,995706$$
$$\psi = 84,7° \text{ ou } 95,3°$$

Selon la figure, il est clair que c'est l'angle supérieur à 90° qui est bon.

d) On trouve le temps avec la deuxième loi de Kepler.

$$A = \frac{v_p r_p}{2}t$$

Pour l'aire entre $\theta = 0°$ et $\theta = 90°$, on a

$$\begin{aligned}E &= 2\arctan\left(\sqrt{\frac{1-e}{1+e}}\tan\frac{\theta}{2}\right)\\ &= 2\arctan\left(\sqrt{\frac{1-0,093\,315}{1+0,093\,315}}\cdot\tan\frac{90°}{2}\right)\\ &= 1,4773rad\end{aligned}$$

L'aire est donc

$$\begin{aligned}A &= \frac{1}{2}a^2\sqrt{1-e^2}\left(E - e\sin E\right)\\ &= \frac{1}{2}\cdot\left(1,523679\cdot1,496\times10^{11}\,m\right)^2\cdot\sqrt{1-\left(0,093\,315\right)^2}\cdot\left(1,4773-0,093\,315\cdot\sin1,4773\right)\\ &= 3,58092\times10^{22}\,m^2\end{aligned}$$

Le temps est donc

$$A = \frac{r_p v_p}{2}t$$
$$3,58092\times10^{22}\,m^2 = \frac{26\,497\,\tfrac{m}{s}\cdot\left(1,381\,497\cdot1,496\times10^{11}\,m\right)}{2}\cdot t$$
$$3,58092\times10^{22}\,m^2 = 2,73810\times10^{15}\,\tfrac{m^2}{s}\cdot t$$
$$t = 1,30781\times10^{7}\,s$$
$$t = 151,4\,j$$

e) On trouve le temps avec la deuxième loi de Kepler.

$$A = \frac{v_p r_p}{2} t$$

Pour l'aire entre $\theta = 0°$ et $\theta = 120°$, on a

$$\begin{aligned} E &= 2\arctan\left(\sqrt{\frac{1-e}{1+e}}\tan\frac{\theta}{2}\right) \\ &= 2\arctan\left(\sqrt{\frac{1-0{,}093\,315}{1+0{,}093\,315}}\cdot\tan\frac{120°}{2}\right) \\ &= 2{,}0115 rad \end{aligned}$$

L'aire est donc

$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{2}a^2\sqrt{1-e^2}\left(E - e\sin E\right) \\ &= \frac{1}{2}\cdot\left(1{,}523679\cdot 1{,}496\times 10^{11} m\right)^2\cdot\sqrt{1-\left(0{,}093\,315\right)^2}\cdot\left(2{,}0115 - 0{,}093\,315\cdot\sin 2{,}0115\right) \\ &= 4{,}9846\times 10^{22} m^2 \end{aligned}$$

Le temps pour arriver à $\theta = 120°$ est donc

$$\begin{aligned} A &= \frac{v_p r_p}{2} t \\ 4{,}9846\times 10^{22} m^2 &= 2{,}73809\times 10^{15} \tfrac{m^2}{s}\cdot t \\ t &= 1{,}8205\times 10^7 s \\ t &= 210{,}7 j \end{aligned}$$

Puisqu'il faut 151,4 jours pour passer de 0° à 90° et 210,7 jours pour passer de 0° à 120°, le temps pour passer de 90° à 120° est

$$\Delta t = 210{,}7 j - 151{,}4 j = 59{,}3 j$$

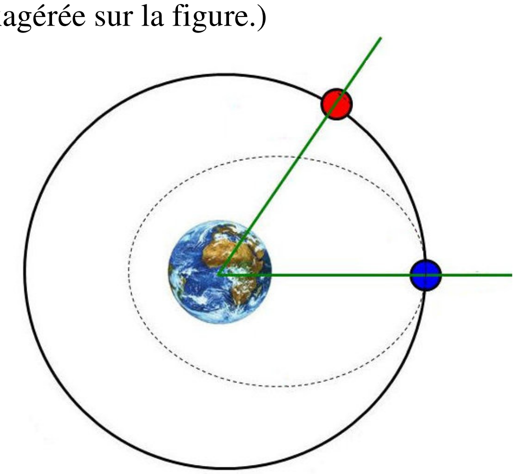
17. a) La période est

$$\begin{aligned}
T &= 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM_{Terre}}} \\
&= 2\pi\cdot\sqrt{\frac{\left(2\times10^7 m\right)^3}{6,6743\times10^{-11}\,\frac{Nm^2}{kg^2}\cdot 5,9722\times10^{24} kg}} \\
&= 28149 s \\
&= 469,1 \min
\end{aligned}$$

b) La nouvelle période doit donc être de 27 549 s = 459,1 minutes. Ainsi la valeur de *a* est

$$\begin{aligned}
T &= 2\pi\sqrt{\frac{a^3}{GM_{Terre}}} \\
27549 s &= 2\pi\cdot\sqrt{\frac{a^3}{6,6743\times10^{-11}\,\frac{Nm^2}{kg^2}\cdot 5,9722\times10^{24} kg}} \\
a &= 19715 km
\end{aligned}$$

c) Puisque *a* est plus petit que 20 000 km, cela signifie que l'orbite ressemble à ceci. (L'excentricité est exagérée sur la figure.)



La valeur de r_a est donc de 20 000 km. Cela signifie que r_p est

$$\begin{aligned}
a &= \frac{r_a + r_p}{2} \\
19\,715 km &= \frac{20\,000 km + r_p}{2} \\
r_p &= 19430 km
\end{aligned}$$

d) L'excentricité est

$$\begin{aligned} e &= \frac{r_a - r_p}{r_a + r_p} \\ &= \frac{20000km - 19430km}{20000km + 19430km} \\ &= 0,01446 \end{aligned}$$

e) Pour passer sur une orbite elliptique plus petite que l'orbite circulaire, il faut diminuer la vitesse. Ce résultat est donc contre-intuitif : pour rattraper le satellite qui a de l'avance, il faut diminuer la vitesse du satellite qui est derrière !

f) La vitesse sur l'orbite circulaire est de

$$\begin{aligned} v &= \sqrt{\frac{GM_{Terre}}{r}} \\ &= \sqrt{\frac{6,674 \times 10^{-11} \frac{Nm^2}{kg^2} \cdot 5,9724 \times 10^{24} kg}{2 \times 10^7 m}} \\ &= 4464,3 \tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

La vitesse à l'apogée de l'orbite elliptique est

$$\begin{aligned} v_a^2 &= \frac{GM_{Terre}}{a} \frac{1-e}{1+e} \\ &= \frac{6,674 \times 10^{-11} \frac{Nm^2}{kg^2} \cdot 5,9724 \times 10^{24} kg}{1,9715 \times 10^7 m} \cdot \frac{1-0,01446}{1+0,01446} \\ &= 1,9642 \times 10^7 \tfrac{m^2}{s^2} \\ v_a &= 4431,9 \tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

La différence de vitesse est donc de

$$\begin{aligned} \Delta v &= 4464,3 \tfrac{m}{s} - 4431,9 \tfrac{m}{s} \\ &= 32,4 \tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

g) La masse du satellite après l'expulsion est

$$v = v_0 + v_{exp} \ln\left(\frac{M}{M'}\right)$$
$$v - v_0 = v_{exp} \ln\left(\frac{M}{M'}\right)$$
$$\Delta v = v_{exp} \ln\left(\frac{M}{M'}\right)$$
$$32,4\tfrac{m}{s} = 500\tfrac{m}{s} \cdot \ln\left(\frac{4000kg}{M'}\right)$$
$$M' = 3749kg$$

On doit donc éjecter 251 kg de gaz.

18. a) On a

$$r = \frac{a\left(1-e^2\right)}{1+e\cos\theta}$$
$$1,5\times10^{11}m = \frac{1,496\times10^{11}m \cdot \left(1-0,01671^2\right)}{1+0,01671\cdot\cos\theta}$$
$$1,5\times10^{11}m = \frac{1,49558\times10^{11}m}{1+0,01671\cdot\cos\theta}$$
$$1,00295 = \frac{1}{1+0,01671\cdot\cos\theta}$$
$$1+0,01671\cdot\cos\theta = 0,997054$$
$$0,01671\cdot\cos\theta = -0,002945$$
$$\cos\theta = -0,1762$$
$$\theta = 100,1°$$

b) Pour l'aire entre $\theta = 0°$ et $\theta = 100,1°$, on a

$$\begin{aligned} E &= 2\arctan\left(\sqrt{\frac{1-e}{1+e}}\tan\frac{\theta}{2}\right) \\ &= 2\arctan\left(\sqrt{\frac{1-0,01671}{1+0,01671}}\cdot\tan\frac{100,1°}{2}\right) \\ &= 1,7306rad \end{aligned}$$

L'aire est donc

$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{2}a^2\sqrt{1-e^2}\,(E - e\sin E) \\ &= \frac{1}{2}\cdot\left(1,496\times10^{11}m\right)^2\cdot\sqrt{1-(0,01671)^2}\cdot(1,7306-0,01671\cdot\sin 1,7306) \\ &= 1,9178\times10^{22}m² \end{aligned}$$

Le temps est donc

$$\begin{aligned} A &= \frac{v_p r_p}{2}t \\ 1,918\times10^{22}m^2 &= \frac{30\,287\,\tfrac{m}{s}\cdot 1,471\times10^{11}m}{2}\cdot t \\ 1,9178\times10^{22}m^2 &= 2,2276\times10^{15}\,\tfrac{m²}{s}\cdot t \\ t &= 8,6093\times10^6 s \\ t &= 99,6\,j \end{aligned}$$

19. a)

Au périhélie, la distance est 147 100 000 km et la vitesse est de 32 km/s. L'excentricité est donc

$$\begin{aligned} e &= \frac{v_p^2 r_p}{GM_c} - 1 \\ &= \frac{\left(32\,000\,\tfrac{m}{s}\right)^2\cdot 1,471\times10^{11}m}{6,6743\times10^{-11}\,\tfrac{Nm²}{kg²}\cdot 1,9885\times10^{30}kg} - 1 \\ &= 0,13496 \end{aligned}$$

et le demi grand axe est

$$\begin{aligned} r_p &= a(1-e) \\ 1,471\times10^{11}m &= a\cdot(1-0,13496) \\ a &= 1,7005\times10^{11}m \end{aligned}$$

b) À l'aphélie, la distance est maintenant de

$$\begin{aligned} r_a &= a(1+e) \\ &= 1,7005\times10^{11}\,m\cdot(1+0,13496) \\ &= 1,930\times10^{11}\,m \end{aligned}$$

Elle a donc augmenté de 40,9 millions de km.

c) La période est maintenant

$$\begin{aligned} T &= 2\pi\sqrt{\frac{a^3}{GM_c}} \\ &= 2\pi\cdot\sqrt{\frac{\left(1,7005\times10^{11}\,m\right)^3}{6,6743\times10^{-11}\,\frac{Nm^2}{kg^2}\cdot1,9885\times10^{30}\,kg}} \\ &= 3,8245\times10^7\,s \\ &= 442,7\,jours \end{aligned}$$

d) Initialement, l'énergie était de

$$\begin{aligned} E_{mec} &= -\frac{GM_c m}{2a} \\ &= -\frac{6,6743\times10^{-11}\,\frac{Nm^2}{kg^2}\cdot1,9885\times10^{30}\,kg\cdot5,9722\times10^{25}\,kg}{2\cdot1,496\times10^{11}\,m} \\ &= -2,6491\times10^{33}\,J \end{aligned}$$

Après la collision, l'énergie est

$$\begin{aligned} E'_{mec} &= -\frac{GM_c m}{2a} \\ &= -\frac{6,6743\times10^{-11}\,\frac{Nm^2}{kg^2}\cdot1,9885\times10^{30}\,kg\cdot5,9722\times10^{25}\,kg}{2\cdot1,701\times10^{11}\,m} \\ &= -2,3306\times10^{33}\,J \end{aligned}$$

La différence d'énergie est donc

$$\begin{aligned} \Delta E_{mec} &= E'_{mec} - E_{mec} \\ &= -2,3306\times10^{33}\,J - -2,6491\times10^{33}\,J \\ &= 3,185\times10^{32}\,J \end{aligned}$$

L'énergie a donc augmenté de 3,185 x 10^{32} J.

<u>*Autre version*</u> : On peut aussi simplement calculer la variation d'énergie cinétique de la Terre lors de la collision

$$\begin{aligned}\Delta E_{mec} &= \Delta E_k + \cancel{\Delta U_g} \\ &= E_k' - E_k \\ &= \frac{1}{2}Mv'^2 - \frac{1}{2}Mv^2 \\ &= \frac{1}{2}M\left(v'^2 - v^2\right) \\ &= \frac{1}{2}\cdot 5,9722\times 10^{24}kg\cdot\left(\left(32000\tfrac{m}{s}\right)^2 - \left(30287\tfrac{m}{s}\right)^2\right) \\ &= 3,186\times 10^{32}J\end{aligned}$$

20. Comme le périhélie décale de 0,30264° par siècle, le temps qu'il faut pour faire 30° (qui est 1/12 de 360°) est

$$\begin{aligned}t &= \frac{30°}{0,30264\frac{°}{siècle}} \\ &= 99,13 siècles \\ &= 9913 ans\end{aligned}$$

21. L'écart entre les deux années est

$$\Delta t = 365,259636\,j - 365,2565654\,j$$

Voyons l'angle de déplacement de la Terre pendant ce temps. La vitesse angulaire moyenne de la Terre en 1 jour est de

$$\overline{\omega} = \frac{360°}{365,2565654\,j}$$

Ainsi l'angle de déplacement en un an est

$$\begin{aligned}\theta &= \overline{\omega}\Delta t \\ &= \frac{360°}{365,2565654\,j}\cdot\left(365,259636\,j - 365,2565654\,j\right) \\ &= 360°\cdot\left(\frac{365,259636\,j}{365,2565654\,j} - 1\right) \\ &= 360°\cdot 8,4067\times10^{-6}° \\ &= 0,0030264°\end{aligned}$$

Le décalage est donc de 0,0030264° par an, donc de 0,30264° par siècle.

22. Si l'énergie reste identique, alors *a* reste identique puisque l'énergie dépend uniquement de *a* (Les masses sont constantes).

$$E_{mec} = -\frac{GM_c m}{2a}$$

La distance au périhélie sera donc de

$$\begin{aligned}r_p &= 1UA\cdot\left(1-0,04\right) \\ &= 0,96UA \\ &= 1,43616\times10^{11}m\end{aligned}$$

C'est 143,6 millions de km.

La distance à l'aphélie sera donc de

$$\begin{aligned}r_a &= 1UA\cdot\left(1+0,04\right) \\ &= 1,04UA \\ &= 1,55584\times10^{11}m\end{aligned}$$

C'est 155,6 millions de km.

23. Le jour solaire est

$$\frac{1}{J_{sid}} = \frac{1}{J_{sol}} + \frac{1}{T_{planète}}$$
$$\frac{1}{24,6229h} = \frac{1}{J_{sol}} + \frac{1}{686,971 \cdot 24h}$$
$$J_{sol} = 24,6597h = 24h39\min 35s$$

24. Le jour solaire est

$$\frac{1}{J_{sid}} = \frac{1}{J_{sol}} - \frac{1}{T_{planète}}$$
$$\frac{1}{24,6229h} = \frac{1}{J_{sol}} - \frac{1}{686,971 \cdot 24h}$$
$$J_{sol} = 24,5862h = 24h35\min 10s$$

25. a) L'intensité est

$$\begin{aligned} I &= \frac{L}{4\pi D^2} \\ &= \frac{3,828\times 10^{26}W}{4\pi\left(1,523679 \cdot 1,496\times 10^{11}m\right)^2} \\ &= 586,3\tfrac{W}{m^2} \end{aligned}$$

b) La magnitude est

$$I = 2,518\times 10^{-8}\tfrac{W}{m^2} \cdot 10^{-0,4m_{bol}}$$
$$586,3\tfrac{W}{m^2} = 2,518\times 10^{-8}\tfrac{W}{m^2} \cdot 10^{-0,4m_{bol}}$$
$$m_{bol} = -25,92$$

26. Au plus près, la distance de la Terre est

$$\begin{aligned} r_p &= a\left(1-e\right) \\ &= 1UA \cdot \left(1-0,01671\right) \\ &= 0,98329UA \end{aligned}$$

La température est donc de

$$\begin{aligned}
T &= 278,3K \cdot \sqrt[4]{\left(\frac{L}{1L_\odot}\right)\left(\frac{1UA}{D}\right)^2 (1-A)} \\
&= 278,3K \cdot \sqrt[4]{\left(\frac{1L_\odot}{1L_\odot}\right)\cdot\left(\frac{1UA}{0,98329UA}\right)^2 \cdot (1-0,30)} \\
&= 278,3K \cdot \sqrt[4]{\left(\frac{1}{0,98329}\right)^2 \cdot 0,70} \\
&= 256,7K
\end{aligned}$$

Au plus loin, la distance est

$$\begin{aligned}
r_a &= a(1+e) \\
&= 1UA \cdot (1+0,01671) \\
&= 1,01671UA
\end{aligned}$$

La température est donc de

$$\begin{aligned}
T &= 278,3K \cdot \sqrt[4]{\left(\frac{L}{1L_\odot}\right)\left(\frac{1UA}{D}\right)^2 (1-A)} \\
&= 278,3K \cdot \sqrt[4]{\left(\frac{1L_\odot}{1L_\odot}\right)\cdot\left(\frac{1UA}{1,01671UA}\right)^2 \cdot (1-0,30)} \\
&= 278,3K \cdot \sqrt[4]{\left(\frac{1}{1,01671}\right)^2 \cdot 0,70} \\
&= 252,5K
\end{aligned}$$

La différence de température moyenne est donc de 4,2 °C.

27. La température est

$$\begin{aligned} T &= 278,3K \cdot \sqrt[4]{\left(\frac{L}{1L_\odot}\right)\left(\frac{1UA}{D}\right)^2 (1-A)} \\ &= 278,3K \cdot \sqrt[4]{\left(\frac{1L_\odot}{1L_\odot}\right)\cdot\left(\frac{1UA}{1,523659UA}\right)^2 \cdot (1-0,25)} \\ &= 278,3K \cdot \sqrt[4]{\left(\frac{1}{1,523659}\right)^2 \cdot 0,75} \\ &= 209,8K \\ &= -63,3°C \end{aligned}$$

28. a) Sans effet de serre, la température de Vénus serait

$$\begin{aligned} T &= 278,3K \cdot \sqrt[4]{\left(\frac{L}{1L_\odot}\right)\left(\frac{1UA}{D}\right)^2 (1-A)} \\ &= 278,3K \cdot \sqrt[4]{\left(\frac{1L_\odot}{1L_\odot}\right)\cdot\left(\frac{1UA}{0,723UA}\right)^2 \cdot (1-0,77)} \\ &= 278,3K \cdot \sqrt[4]{\left(\frac{1}{0,723}\right)^2 \cdot 0,23} \\ &= 226,6K \\ &= -46,5°C \end{aligned}$$

b) Puisque la température est de 462°C, cela veut dire que l’effet de serre augmente la température de 508,5 °C!

29. Puisque l’effet de serre ajoute 38°C, la température de la Terre sans l’effet de serre serait de 80 °C – 38 °C = 42 °C = 315,15 K. On peut alors trouver la distance avec la formule suivante.

$$T = 278,3K \cdot \sqrt[4]{\left(\frac{L}{1L_\odot}\right)\left(\frac{1UA}{D}\right)^2 (1-A)}$$

$$315,15K = 278,3K \cdot \sqrt[4]{\left(\frac{1L_\odot}{1L_\odot}\right)\cdot\left(\frac{1UA}{D}\right)^2 \cdot (1-0,30)}$$

$$315,15K = 278,3K \cdot \sqrt[4]{\left(\frac{1UA}{D}\right)^2 \cdot 0,70}$$

$$1,132 = \sqrt[4]{\left(\frac{1UA}{D}\right)^2 \cdot 0,70}$$

$$\left(\frac{1UA}{D}\right)^2 = 2,349$$

$$D = 0,652UA$$

30. a)

On va refaire le formule de la température, mais en changeant la formule de la puissance émise, par

$$P_{émise} = f\sigma 4\pi R_{planète}^2 T^4$$

où f est une fraction qui représente la fraction du rayonnement qui peut s'échapper. Par exemple, si f est de 0,6, cela signifie que 60% du rayonnement de corps chaud de la planète parvient à s'échapper dans l'espace.

Si l'énergie reçue est égale à l'énergie reçue, on a

$$P_{recue} = P_{émise}$$

$$\frac{LR_{planète}^2 (1-A)}{4D^2} = f\sigma 4\pi R_{planète}^2 T^4$$

Ce qui donne

$$\frac{L(1-A)}{4D^2} = f\sigma 4\pi T^4$$

Puisque la température de la Terre est de 15°C = 288,15 K, on a

$$\frac{3,828\times10^{26}W\cdot(1-0,30)}{4\left(1,496\times10^{11}m\right)^2}=f\cdot5,67\times10^{-8}\,\tfrac{W}{m^2K^4}\cdot4\pi\cdot\left(288,15K\right)^4$$
$$2993,3=f\cdot4912,1$$
$$f=0,609$$

Puisque 60,9% du rayonnement se rend dans l'espace, 39,1 % du rayonnement est bloqué.

b) Si le pourcentage augmente de 1%, alors le rayonnement bloqué passe de 39,1 % à 40,1 %. La proportion du rayonnement transmis passe alors de 60.9 % à 59,9 %. On a alors

$$\frac{L(1-A)}{4D^2}=f\sigma4\pi T^4$$
$$\frac{3,828\times10^{26}W\cdot(1-0,30)}{4\left(1,496\times10^{11}m\right)^2}=0,599\cdot5,67\times10^{-8}\,\tfrac{W}{m^2K^4}\cdot4\pi\cdot T^4$$
$$2993,3=4,267\times10^{-7}\,\tfrac{1}{K^4}T^4$$
$$T=289,39K$$
$$T=16,2°C$$

Puisque la temérature actuelle est de 15°C, cela ferait augmenter la température de 1,2 °C.