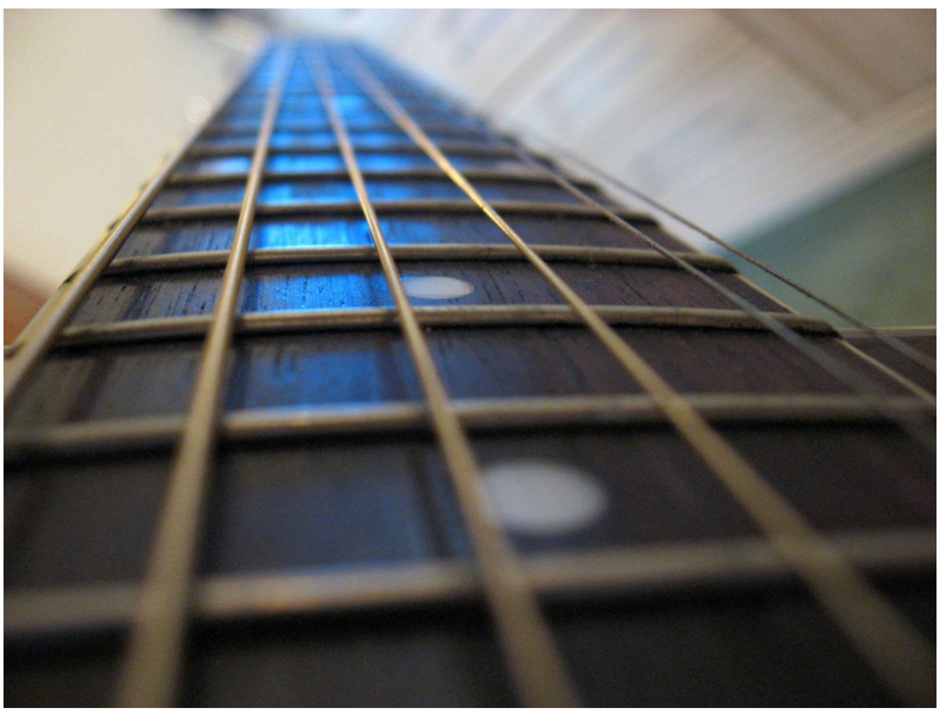
5 LA SUPERPOSITION D'ONDES EN 1 DIMENSION

La plus grosse corde d'une guitare a une longueur de 92,9 cm et une masse de 5,58 g. On l'installe sur la guitare et on fait des ondes stationnaires dans la corde. Une fois installée, il y a 65,5 cm entre les deux points d'attache de la corde. Quelle doit être la tension de la corde pour que la fréquence de la première harmonique soit de 82,4 Hz (qui est la fréquence que doit avoir la grosse corde d'une guitare) ?



mathforum.org/mathimages/index.php/Special:Thumb

Découvrez comment résoudre ce problème dans ce chapitre.

5.1 LE PRINCIPE DE SUPERPOSITION

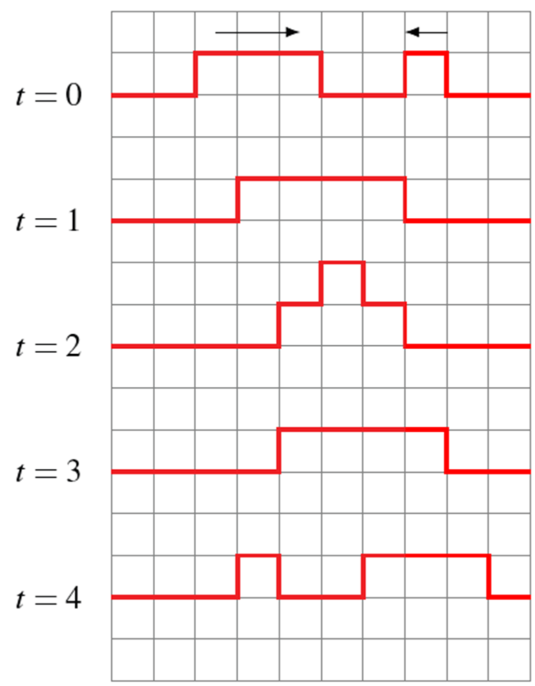
Il y a superposition quand plusieurs ondes se retrouvent au même endroit dans un milieu. Le résultat de la rencontre de ces ondes est particulièrement simple : les déplacements provoqués par chacune des ondes s'additionnent. C'est ce qu'on appelle le ***principe de superposition***.

Principe de superposition

$$y_{tot} = y_1 + y_2 + y_3 + \ldots$$

Illustrons le tout par un exemple. Deux ondes ayant une forme rectangulaire se dirigent l'une vers l'autre. Les distances sont indiquées en centimètres sur la figure par un quadrillage. Chaque onde a une vitesse de 1 cm/s et provoque un déplacement de 1 cm de la corde par rapport à la position d'équilibre.

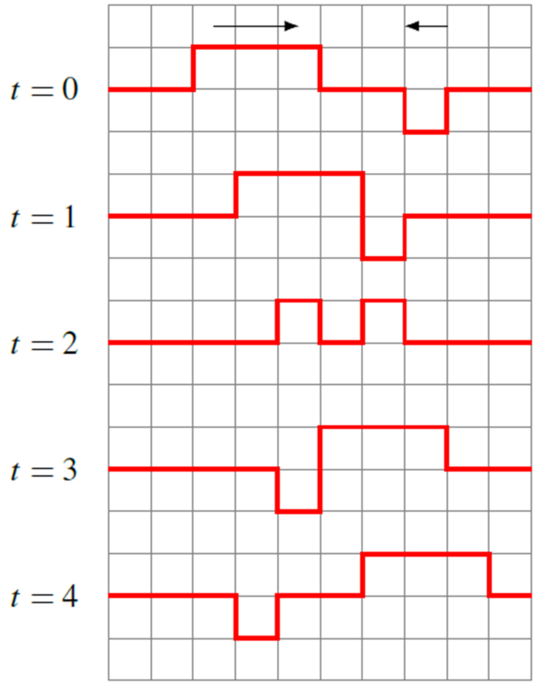
À t = 1 s, les devants de chaque onde arrivent en contact et l'interférence commence. À t = 2 s, l'onde de longueur 1 se retrouve au milieu de l'onde de longueur 3. On voit qu'à cet endroit, les déplacements provoqués par chaque onde (qui est de 1 cm) s'additionnent pour faire un déplacement de 2 cm. À t = 3 s, l'interférence se termine et à t = 4 s, on voit les deux ondes qui reprennent leur forme initiale et continue leur chemin. Le passage des deux ondes l'une à travers l'autre n'affecte pas du tout la forme des ondes. Elles reprennent la même forme après avoir interféré.



Dans ce cas, le déplacement de la corde est plus grand à l'endroit où les ondes se superposent que le déplacement provoqué par une seule onde. On parle alors d'***interférence constructive***.

Vous pouvez admirer un magnifique clip illustrant le résultat de la rencontre de deux ondes sur une corde. L'onde du haut est l'onde allant vers la droite. L'onde du milieu est l'onde allant vers la gauche et au bas on retrouve l'addition de ces deux ondes.
http://www.youtube.com/watch?v=8IRZYOC7DeU

Vous pouvez aussi regarder cette démonstration.
http://www.youtube.com/watch?v=YviTr5tH8jw



Dans cet autre exemple, une des ondes faisant un déplacement négatif sur la corde. À t = 2 s, la petite onde se retrouve au milieu de la grande onde. À l'endroit où les ondes se superposent, le déplacement fait par la grande onde (1 cm) s'additionne au déplacement fait par la petite onde (-1 cm). Le résultat est 0 cm et on voit que la corde est à sa position d'équilibre partout où la petite onde interfère avec la grande onde.

Dans ce cas, le déplacement de la corde est nul à l'endroit où les ondes se superposent. Quand le déplacement résultant de la superposition des ondes est inférieur au déplacement fait par une seule onde, on parle d'***interférence destructive***.

On voit encore une fois qu'après le passage des ondes l'une à travers l'autre, elles ont repris exactement la même forme qu'elles avaient avant de se superposer.

Encore une fois, vous pouvez admirer la rencontre de deux ondes, mais cette fois-ci une onde fait un déplacement positif (celle allant vers la droite) et une autre fait un déplacement négatif (celle allant vers la gauche).
http://www.youtube.com/watch?v=95macpu6xgM
Voici aussi une démonstration d'interférence destructive.
http://www.youtube.com/watch?v=URRe-hOKuMs

Le principe de superposition est vrai uniquement pour ondes dans des milieux linéaires. Dans un milieu non linéaire, l'onde résultante de la superposition des ondes n'est pas simplement la somme des ondes. Aussi, dans un milieu non linéaire, la forme des ondes après leur passage l'une à travers l'autre est différente de la forme qu'elles avaient avant qu'elles se rencontrent. On n'explorera pas les milieux non linéaires dans ces notes.

5.2 LA SUPERPOSITION DE DEUX ONDES SINUSOÏDALES

L'amplitude résultante avec deux ondes de même amplitude

Pour commencer, regardons ce qu'on obtient comme onde résultante si on superpose deux ondes sinusoïdales qui ont la même fréquence et qui se déplacent dans la même direction.

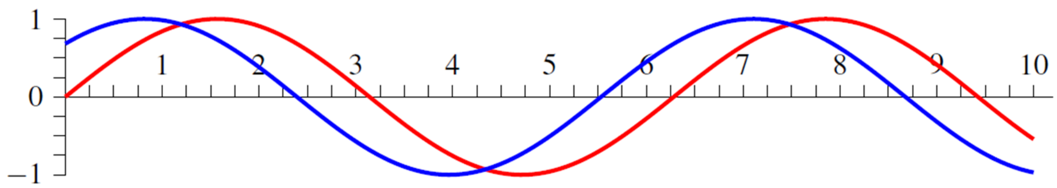
L'onde 1 est

$$y_1 = A\sin\left(kx - \omega t + \phi_1\right)$$

L'onde 2 est

$$y_2 = A\sin\left(kx - \omega t + \phi_2\right)$$

L'amplitude, la longueur d'onde et la fréquence sont les mêmes, mais les deux ondes peuvent être déphasées, comme ces 2 ondes. (C'est pour ça que les constantes de phases sont différentes.)



L'onde résultante est le résultat de la superposition de ces deux ondes, qui est

$$y_{tot} = A\sin\left(kx - \omega t + \phi_1\right) + A\sin\left(kx - \omega t + \phi_2\right)$$
$$y_{tot} = A\left(\sin\left(kx - \omega t + \phi_1\right) + \sin\left(kx - \omega t + \phi_2\right)\right)$$

On peut faire cette addition en utilisant l'identité

$$\sin X + \sin Y = 2\cos\left(\frac{X-Y}{2}\right)\sin\left(\frac{X+Y}{2}\right)$$

Le résultat de l'addition est donc

$$y_{tot} = \underbrace{2A\cos\left(\frac{\phi_1 - \phi_2}{2}\right)}_{\text{Amplitude}}\underbrace{\sin\left(kx - \omega t + \frac{\phi_1 + \phi_2}{2}\right)}_{\text{Oscillation en fonction du temps}}$$

Ce qui va nous intéresser ici, c'est l'amplitude de l'onde résultante. On va appeler cette amplitude A_{tot}. (On a noté l'amplitude de chaque onde avec A, alors que l'amplitude résultante des deux ondes superposées est notée A_{tot}.)

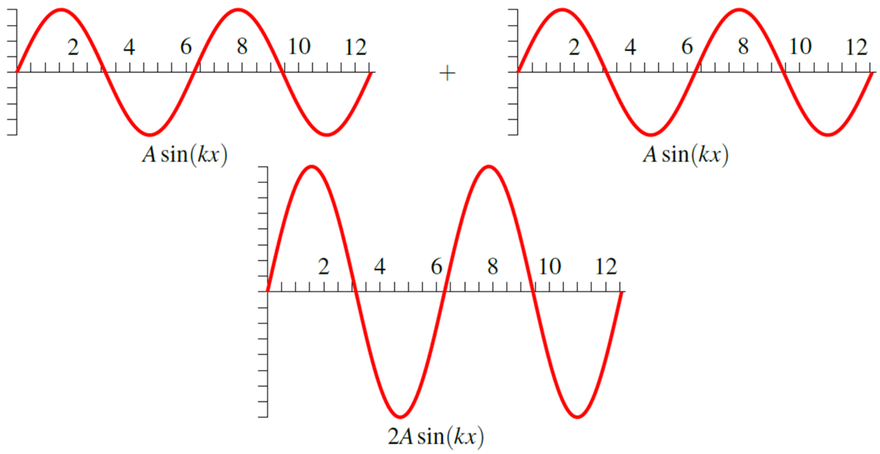
Amplitude résultante de deux ondes de même amplitude A qui se superposent

$$A_{tot} = \left|2A\cos\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right)\right|$$

Il y a des valeurs absolues puisqu'on avait vu qu'un signe négatif devant une amplitude est en réalité un déphasage de π radians déguisé et il ne change donc pas l'amplitude. Nous appellerons $\Delta\phi$ le *déphasage*.

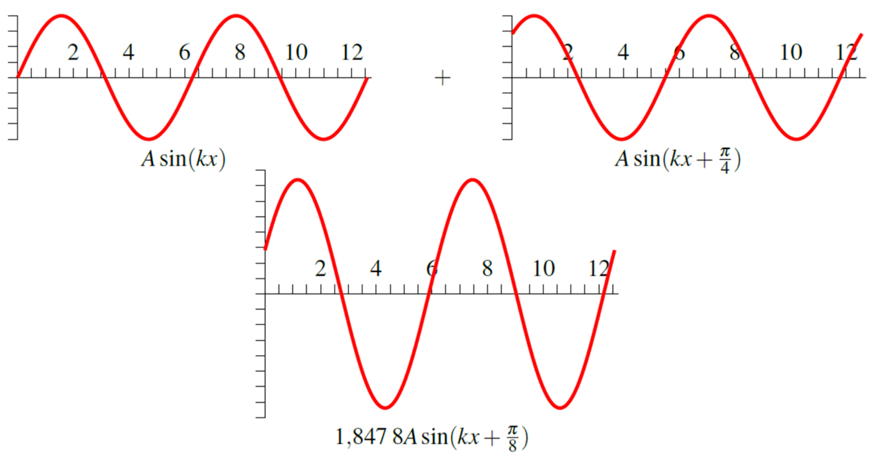
Examinons quelques cas. (Les figures montrent toujours les ondes à $t = 0$.)

Pour deux ondes en phase ($\Delta\phi = 0$), on a

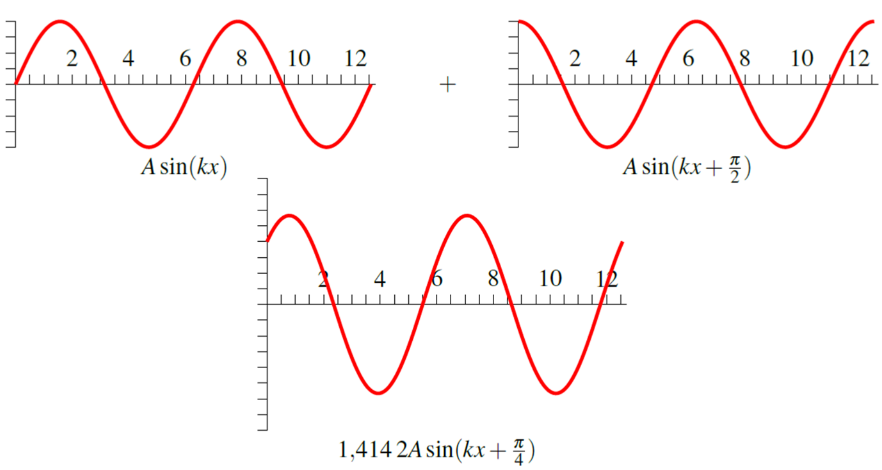


On obtient une onde avec une amplitude deux fois plus grande. On a alors de l'interférence constructive.

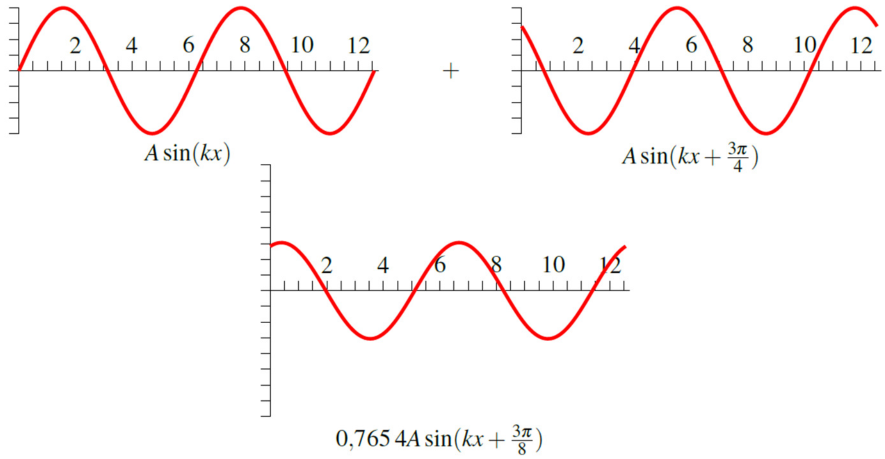
Avec deux ondes déphasées d'un huitième de cycle ($\Delta\phi = \pi/4$), on a



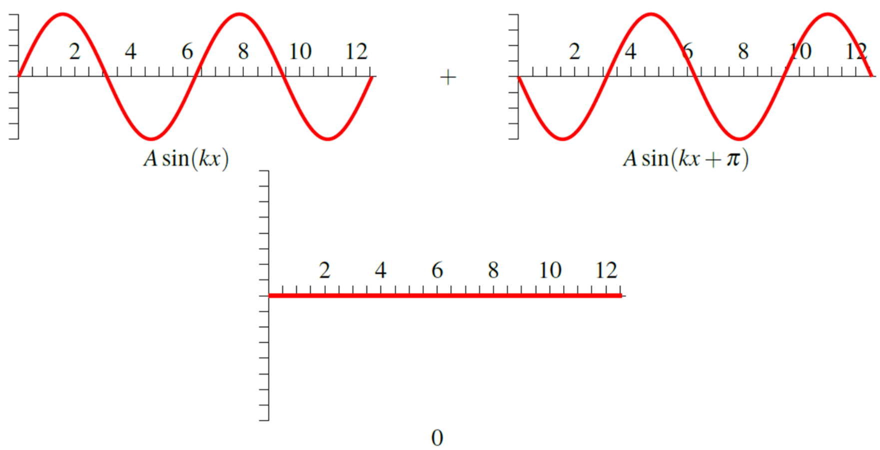
Pour deux ondes déphasées d'un quart de cycle ($\Delta\phi = \pi/2$), on a



Pour deux ondes déphasées de 3/8e de cycle ($\Delta\phi = 3\pi/4$), on a



Pour deux ondes déphasées d'un demi-cycle ($\Delta\phi = \pi$), on a



On voit que l'amplitude a diminué graduellement jusqu'à ce que l'amplitude soit nulle pour un déphasage de π. Dans ce cas, les deux ondes s'annulent mutuellement et le milieu n'oscille pas du tout. On a alors de l'interférence destructive.

Notez que le signe du déphasage n'a pas d'importance puisqu'il est à l'intérieur d'un cosinus. Notez aussi que si on ajoute ou en enlève 2π au déphasage autant de fois qu'on veut, on revient avec la même valeur de l'amplitude. Un déphasage de 3π donne donc la même amplitude résultante qu'un déphasage de π.

L'amplitude résultante avec deux ondes d'amplitude différente

Avec deux ondes ayant des amplitudes différentes

$$y_1 = A_1 \sin\left(kx - \omega t + \phi_1\right)$$
$$y_2 = A_2 \sin\left(kx - \omega t + \phi_2\right)$$

l'amplitude résultante quand on additionne ces deux ondes est

Amplitude résultante de deux ondes ayant des amplitudes A_1 et A_2 qui se superposent

$$A_{tot} = \sqrt{A_1^2 + 2A_1A_2\cos\left(\Delta\phi\right) + A_2^2}$$

Si vous le voulez, vous pouvez voir la preuve de cette formule dans ce document.
http://physique.merici.ca/ondes/preuveAdiff.pdf

Exemple 5.2.1

Quelle est l'amplitude résultante de l'addition de ces deux ondes ?

$$y_1 = 4cm \cdot \sin\left(5\tfrac{rad}{m} \cdot x - 4\tfrac{rad}{s} \cdot t + 1rad\right) \qquad \text{et} \qquad y_2 = 3cm \cdot \sin\left(5\tfrac{rad}{m} \cdot x - 4\tfrac{rad}{s} \cdot t + 3rad\right)$$

Le déphasage est

$$\begin{aligned}\Delta\phi &= 3rad - 1rad \\ &= 2rad\end{aligned}$$

L'amplitude est donc

$$\begin{aligned}A_{tot} &= \sqrt{A_1^2 + 2A_1A_2\cos\left(\Delta\phi\right) + A_2^2} \\ &= \sqrt{\left(4cm\right)^2 + 2 \cdot 4cm \cdot 3cm \cdot \cos\left(2rad\right) + \left(3cm\right)^2} \\ &= 3,8746cm\end{aligned}$$

Quand les ondes n'ont pas la même amplitude, on dit qu'il y a interférence constructive quand l'amplitude résultante est la plus grande possible et on dit qu'il y a de l'interférence destructive quand l'amplitude résultante est la plus petite possible.

Les conditions nécessaires pour obtenir de l'interférence constructive ou destructive

Interférence constructive

Quand il y a de l'interférence constructive, l'amplitude résultante est la plus grande possible. Dans ce cas, on doit avoir la plus grande valeur de

$$A_{tot} = \sqrt{A_1^2 + 2A_1A_2\cos\left(\Delta\phi\right) + A_2^2}$$

Cela se produit si le cosinus vaut 1.

$$\cos\Delta\phi = 1$$

Il y a plusieurs solutions à cette équation. Ces solutions sont

$$\Delta\phi = 0, \pm 2\pi, \pm 4\pi, \pm 6\pi, \pm 8\pi, \pm 10\pi, \ldots$$

Solutions qu'on peut écrire sous la forme suivante.

Condition pour obtenir de l'interférence constructive

$$\Delta\phi = 2m\pi$$

où m est un entier.

L'amplitude est alors

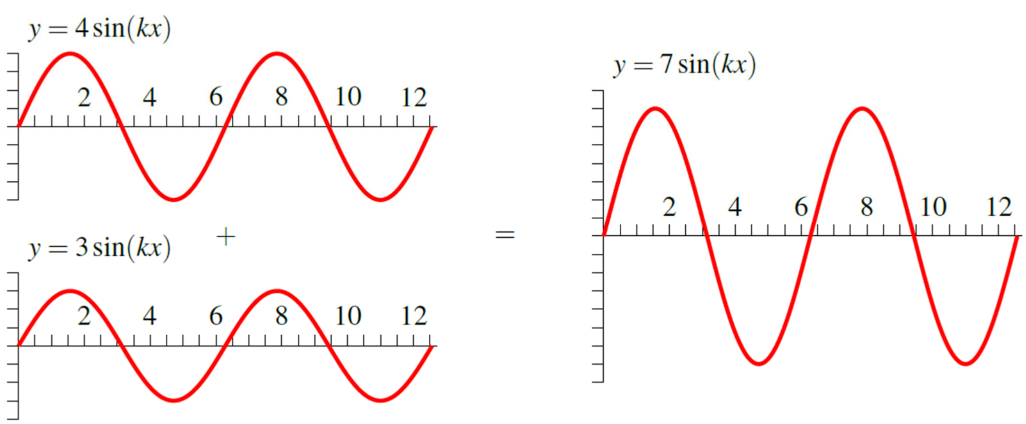
$$\begin{aligned} A_{tot} &= \sqrt{A_1^2 + 2A_1A_2 + A_2^2} \\ &= \sqrt{(A_1 + A_2)^2} \end{aligned}$$

Ce qui donne

Amplitude quand il y a de l'interférence constructive

$$A_{tot} = A_1 + A_2$$

Par exemple, l'amplitude résultante est 7 quand ces deux ondes font de l'interférence constructive.



<u>Interférence destructive</u>

Quand il y a de l'interférence destructive, l'amplitude résultante est la plus petite possible. Dans ce cas, on doit avoir la plus petite valeur de

$$A_{tot} = \sqrt{A_1^2 + 2A_1A_2\cos(\Delta\phi) + A_2^2}$$

Cela se produit si le cosinus vaut -1.

$$\cos\Delta\phi = -1$$

Il y a plusieurs solutions à cette équation. Ces solutions sont

$$\Delta\phi = \pm\pi, \pm3\pi, \pm5\pi, \pm7\pi, \pm9\pi, \ldots$$

Solutions qu'on peut écrire sous la forme suivante.

Condition pour obtenir de l'interférence destructive

$$\Delta\phi = (2m+1)\pi$$

où *m* est un entier

L'amplitude est alors

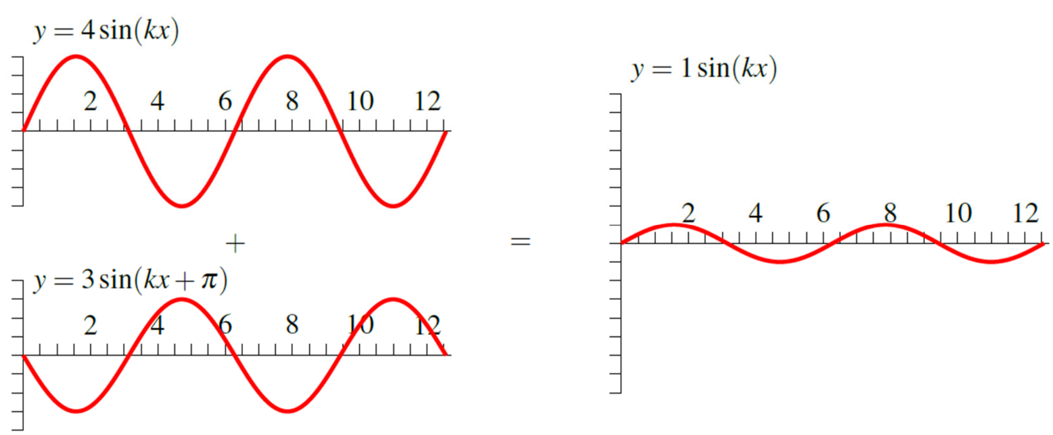
$$\begin{aligned} A_{tot} &= \sqrt{A_1^2 - 2A_1A_2 + A_2^2} \\ &= \sqrt{(A_1 - A_2)^2} \end{aligned}$$

Ce qui donne

Amplitude quand il y a de l'interférence destructive

$$A_{tot} = |A_1 - A_2|$$

Par exemple, dans la situation suivante, une onde ayant une amplitude de 4 fait de l'interférence destructive avec une onde ayant une amplitude de 3. L'onde résultante a une amplitude de 1. C'est la plus petite amplitude qu'on peut avoir en combinant ces deux ondes.



Dans ce cas, on voit que l'amplitude ne sera pas nulle quand il y a de l'interférence destructive puisque l'onde avec la plus petite amplitude ne peut pas annuler complètement l'onde avec la plus grande amplitude.

5.3 LE DÉPHASAGE ENTRE DEUX ONDES

On a vu que deux ondes vont former une onde dont l'amplitude va dépendre du déphasage entre les ondes. Mais comment connaitre le déphasage entre les ondes ?

Trois éléments peuvent provoquer un déphasage entre les ondes.

1) Les ondes ne prennent pas le même temps pour arriver à l'observateur ($\Delta\phi_T$).
2) Les deux sources émettent des ondes déphasées au départ ($\Delta\phi_S$).
3) Il y a des réflexions d'ondes ($\Delta\phi_R$).

Le déphasage total sera simplement la somme de ces différents déphasages.

Déphasage entre deux ondes

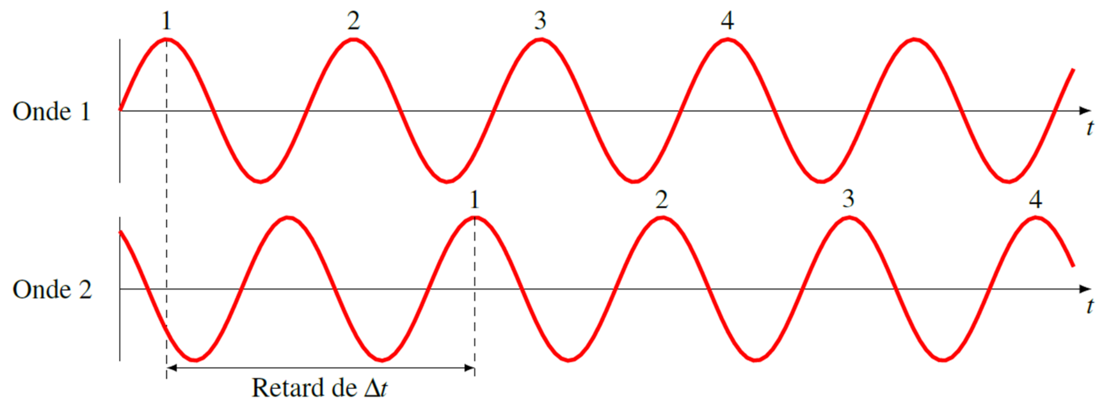
$$\Delta\phi = \Delta\phi_T + \Delta\phi_S + \Delta\phi_R$$

Calcul de $\Delta\phi_T$

Il peut arriver qu'une onde prenne plus de temps à arriver à un observateur qu'une autre onde (comme sur la figure, où l'onde 2 prend plus de temps à arriver à l'observateur). Cette différence de temps d'arrivée sera notée Δt.

On va supposer que les sources émettent les ondes en phase (c'est-à-dire qu'elles émettent les maximums des ondes en même temps) et que l'onde 2 prend plus de temps à arriver que l'onde 1.

La figure suivante montre les deux oscillations reçues par l'observateur.



Les sources émettent en même temps des maximums numérotés 1, puis des maximums numérotés 2 en même temps, puis des maximums numérotés 3 en même temps et ainsi de suite. Comme il faut plus de temps pour que l'onde 2 arrive à l'observateur, ce dernier observera que les maximums de l'onde 2 arrivent en retard de Δt par rapport à l'onde 1.

Sur cette figure, la constante de phase de l'onde 1 est 0. On a donc $\phi_1 = 0$. L'onde 2 est décalée vers la droite de Δt par rapport à l'onde 1 puisqu'elle arrive Δt plus tard. La constante de phase de cette onde est donc

$$\phi_2 = -\omega\Delta t$$

(On se rappelle que la constante de phase est négative si l'onde est décalée vers les valeurs positives.) Le déphasage est donc

$$\begin{aligned}\Delta\phi_T &= \phi_2 - \phi_1 \\ &= -\omega\Delta t - 0 \\ &= -\omega\Delta t\end{aligned}$$

Comme $\omega = 2\pi/T$, on peut écrire

Calcul de $\Delta\phi_T$

$$\Delta\phi_T = -\omega\Delta t = -\frac{\Delta t}{T}2\pi$$

Dans cette formule, Δt est le temps supplémentaire qu'il faut pour que l'onde 2 arrive à l'observateur. Si l'onde 2 arrive en premier, Δt est négatif.

Comme les deux ondes se propagent à la même vitesse, le temps qu'il faut pour que chacune des ondes arrive à l'observateur est

$$t_1 = \frac{r_1}{v} \qquad\qquad t_2 = \frac{r_2}{v}$$

où r_1 est la distance entre la source 1 et l'observateur et r_2 est la distance entre la source 2 et l'observateur. L'écart de temps est donc

$$\Delta t = \frac{r_2}{v} - \frac{r_1}{v}$$

$$\Delta t = \frac{r_2 - r_1}{v}$$

$$\Delta t = \frac{\Delta r}{v}$$

Le déphasage est donc

$$\Delta\phi_T = -\frac{\Delta t}{T} 2\pi$$

$$\Delta\phi_T = -\frac{\Delta r}{vT} 2\pi$$

Puisque $vT = \lambda$, on obtient

Calcul de $\Delta\phi_T$

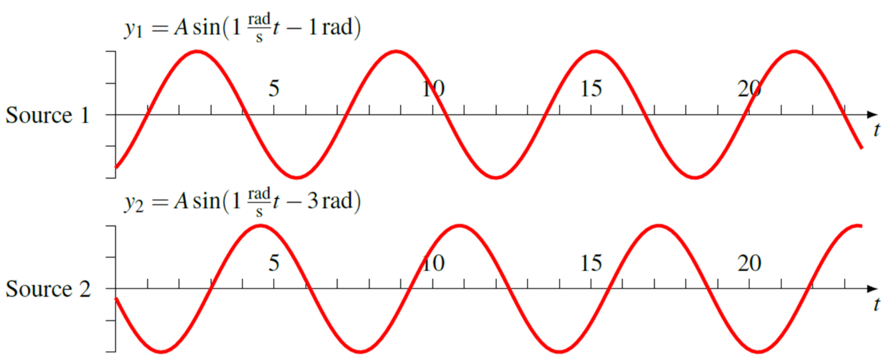
$$\Delta\phi_T = -\frac{\Delta r}{\lambda} 2\pi$$

Dans cette formule, Δr est la distance supplémentaire que l'onde 2 doit parcourir pour arriver à l'observateur ($\Delta r = r_2 - r_1$). Si la source 2 est plus proche que la source 1, Δr est négatif.

Notez aussi que Δr porte le nom de *différence de distance* ou de *différence de marche*.

Calcul de $\Delta\phi_S$

Parfois, une partie du déphasage vient du fait que les sources n'émettent pas leurs signaux en phase. Prenons un exemple pour illustrer le tout. Supposons que les deux graphiques suivants vous montrent l'onde émise par deux sources en fonction du temps.



On peut facilement identifier les deux constantes de phase pour calculer le déphasage.

$$\begin{aligned}\Delta\phi_S &= \phi_{\text{source 2}} - \phi_{\text{source 1}} \\ &= -3rad - -1rad \\ &= -2rad\end{aligned}$$

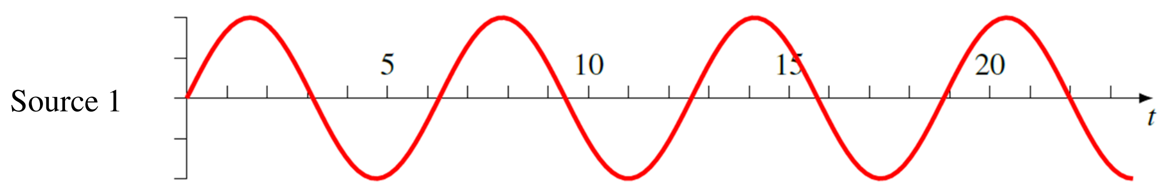
Ainsi, on a

Calcul de $\Delta\phi_S$

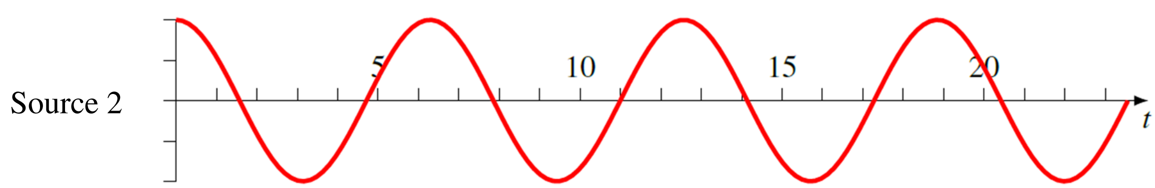
$$\Delta\phi_S = \phi_{\text{source 2}} - \phi_{\text{source 1}}$$

Si la source 2 est en avance sur la source 1, la valeur de $\Delta\phi_S$ est positive et si la source 2 est en retard sur la source 1, la valeur de $\Delta\phi_S$ est négative (comme c'est le cas dans notre exemple).

Parfois, on ne donne pas les constantes de phase et on dit simplement que l'onde 2 est en retard ou en avance d'une certaine proportion de cycle par rapport à la source 1. Prenons encore un exemple pour illustrer. Supposons qu'on dit que la source 2 est en retard de ¾ de cycle sur la source 1. Dans ce cas, on peut donner la valeur qu'on veut comme constante de phase à la source 1. Évidemment, on va donner une valeur nulle pour se simplifier la vie. On aura alors



Puisque la source 2 a un retard de ¾ de cycle, son graphique doit être



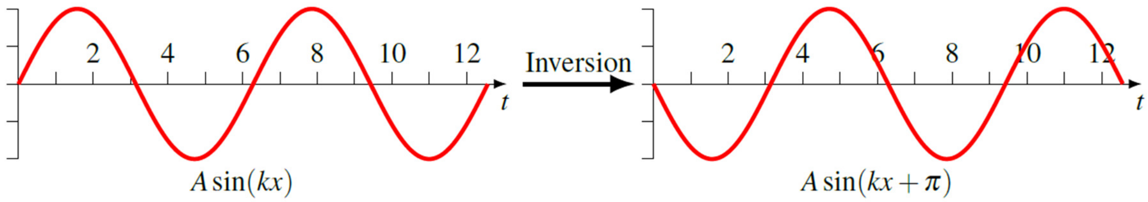
Un décalage de ¾ de cycle vers les *t* positifs signifie que la constante de phase est -3π/2.

Le déphasage est donc

$$\begin{aligned}\Delta\phi_S &= \phi_{\text{source 2}} - \phi_{\text{source 1}} \\ &= -\tfrac{3\pi}{2} rad - 0rad \\ &= -\tfrac{3\pi}{2} rad\end{aligned}$$

Calcul de $\Delta\phi_R$

Si une onde se reflète, elle peut être inversée lors de la réflexion, ce qui veut dire qu'il y aura alors un déphasage dû aux réflexions puisque l'inversion d'une onde est tout à fait équivalente à l'ajout de π à la constante de phase de l'onde comme on peut le voir sur cette figure.



Ainsi, si l'onde est inversée, il y aura un changement de π à la constante de phase. On notera ce changement ϕ_R, qui ne peut prendre que la valeur 0 (pas inversée) ou π (inversée). Finalement, il faut faire la différence entre les changements de phase de chaque onde. Si les deux ondes sont déphasées de π à cause des réflexions, ça ne change pas la différence de phase de l'une par rapport à l'autre.

On a donc

Calcul de $\Delta\phi_R$

$$\phi_R = 0 \text{ (pas inversée) ou } \pi \text{ (inversée)}$$

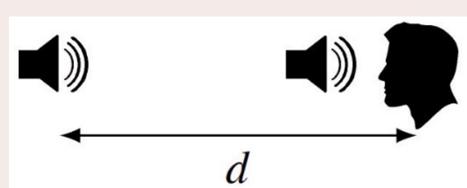
$$\Delta\phi_R = \phi_{R2} - \phi_{R1}$$

Signe de $\Delta\phi$

Notez qu'on peut toujours inverser le signe du déphasage total $\Delta\phi$. Le choix de quelle source est la source 1 et quelle source est la source 2 est tout à fait arbitraire. En inversant le choix, on inverse le signe de $\Delta\phi$, mais cela ne devrait logiquement avoir aucun impact sur les résultats qu'on obtiendra à partir du déphasage (comme l'amplitude résultante de l'onde).

C'est uniquement le signe du déphasage total $\Delta\phi$ qu'on peut inverser. Par exemple, on ne peut pas inverser uniquement le signe de $\Delta\phi_T$ sans inverser le signe de $\Delta\phi_S$ et de $\Delta\phi_R$.

Exemple 5.3.1



Ces deux hautparleurs émettent tous deux des sons ayant une fréquence de 500 Hz et une amplitude A à l'endroit où est l'observateur. Le signal émis par le hautparleur le plus éloigné est en avance de ¼ de cycle par rapport au signal de l'autre hautparleur. Quelle est l'amplitude de l'onde reçue par l'observateur si la distance entre les hautparleurs est de 3 m ? (La vitesse du son est de 340 m/s.)

L'amplitude résultante est donnée par

$$A_{tot} = \left| 2A\cos\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right) \right|$$

Pour trouver cette amplitude, il faut le déphasage entre les deux ondes. Le déphasage est

$$\Delta\phi = \Delta\phi_T + \Delta\phi_S + \cancel{\Delta\phi_R}$$

Le terme avec le déphasage dû aux réflexions est nul puisqu'il n'y a pas de réflexion ici. Le déphasage dû à la différence de temps est

$$\Delta\phi_T = -\frac{\Delta r}{\lambda} 2\pi$$

Comme la longueur d'onde est

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{340 \frac{m}{s}}{500 Hz} \\ &= 0,68m \end{aligned}$$

le déphasage dû à la différence de temps est

$$\begin{aligned} \Delta\phi_T &= -\frac{\Delta r}{\lambda} 2\pi \\ &= -\frac{-3m}{0,68m} \cdot 2\pi \\ &= 27,720 rad \end{aligned}$$

En mettant -3 m pour la différence de distance, on vient de décider que la source 2 est le hautparleur le plus près et que la source 1 est le hautparleur le plus éloigné. (Rappelez-vous Δr est négatif si la source 2 est plus près.)

Trouvons maintenant le déphasage dû aux sources. Disons que la constante de phase de la source 1 est nulle. La source 2 est alors en retard de ¼ de cycle par rapport à la source 1. Cela signifie qu'il faut décaler le sinus de cette onde de ¼ de cycle vers la droite. Cela signifie que la constante de phase de cette source est de -π/2. Le déphasage des sources est donc

$$\begin{aligned} \Delta\phi_S &= \phi_{\text{source 2}} - \phi_{\text{source 1}} \\ &= -\frac{\pi}{2} - 0 \end{aligned}$$

$$= -\frac{\pi}{2}$$

Le déphasage total est donc

$$\begin{aligned}\Delta\phi &= \Delta\phi_T + \Delta\phi_S \\ &= 27,720 rad + -\frac{\pi}{2} rad \\ &= 26,149 rad\end{aligned}$$

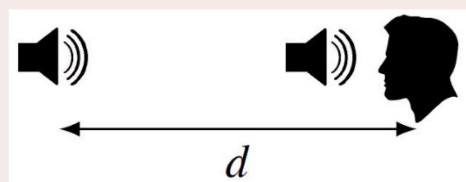
Ainsi, l'amplitude est

$$\begin{aligned}A_{tot} &= \left| 2A\cos\left(\frac{26,149 rad}{2}\right)\right| \\ &= 1,747A\end{aligned}$$

On voit qu'on a plus d'amplitude qu'avec un seul hautparleur, mais on n'a pas d'interférence totalement constructive (l'amplitude serait alors de 2*A*).

Exemple 5.3.2

Ces deux hautparleurs émettent, en phase, des sons ayant une fréquence de 500 Hz. Quelle est la distance minimale entre les hautparleurs qui permet d'obtenir de l'interférence destructive à l'endroit où est l'observateur ? (La vitesse du son est de 340 m/s.)



Pour obtenir de l'interférence destructive, le déphasage entre les deux ondes doit être de

$$\Delta\phi = (2m+1)\pi$$

Ce déphasage est

$$\Delta\phi = \Delta\phi_T + \cancel{\Delta\phi_S} + \cancel{\Delta\phi_R}$$

Puisqu'il n'y a pas de réflexion et de déphasage entre les sources (on dit qu'elles sont en phase), alors il ne reste que le déphasage dû à la différence de temps. Comme ce déphasage est

$$\Delta\phi_T = -\frac{\Delta r}{\lambda} 2\pi$$

la condition d'interférence destructive devient

$$-\frac{\Delta r}{\lambda}2\pi=(2m+1)\pi$$

On a alors

$$\Delta r=-(2m+1)\frac{\lambda}{2}$$

Comme la longueur d'onde est de 0,68 m (trouvée à l'exemple précédent), on a

$$\Delta r=-(2m+1)\cdot 0{,}34\,\text{m}$$

m est un entier (attention de ne pas confondre avec le m des mètres). Essayons quelques valeurs pour *m*.

si $m = 2$ Δr = -1,70 m
si $m = 1$ Δr = -1,02 m
si $m = 0$ Δr = -0,34 m
si $m = -1$ Δr = 0,34 m
si $m = -2$ Δr = 1,02 m

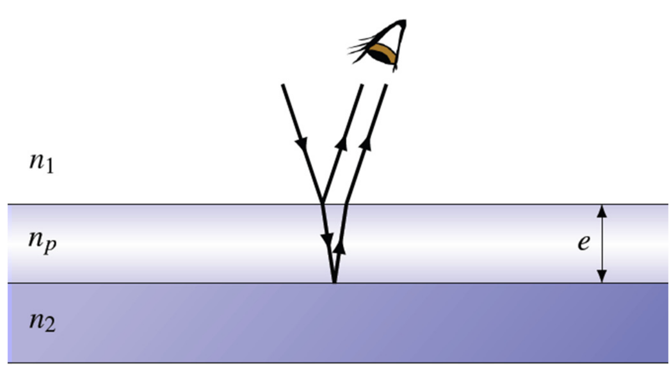
On voit que la plus petite valeur pour la distance entre les hautparleurs est de 0,34 m. (En fait, on cherche la plus petite distance en valeur absolue parce que le signe négatif dépend de notre choix de quelle source est la source 1. Ici, il y a deux réponses égales à 34 cm. Puisque les deux signes sont bons ici, on peut mettre la source 2 34 cm devant ou derrière la source 1.)

5.4 LES COUCHES MINCES

Interférence des deux réflexions

Voici un exemple d'addition d'onde de même fréquence allant dans la même direction.

De la lumière arrive sur une surface sur laquelle il y a une couche mince (aussi appelé pellicule) d'une autre substance. Une partie de la lumière va alors se refléter sur une surface de la couche et une autre partie sur l'autre surface de la couche. Ces deux réflexions vont alors se superposer et faire de l'interférence. (Même si, sur le dessin, la lumière arrive avec un certain angle sur la surface, on ne va faire que le cas où la lumière arrive perpendiculairement à la surface de la couche.)



Pour déterminer le résultat de l'interférence, il faut déterminer le déphasage entre les deux ondes. Ce déphasage est donné par

$$\Delta\phi = \Delta\phi_T + \Delta\phi_S + \Delta\phi_R$$

Ici, $\Delta\phi_S$ est nul, car les deux ondes proviennent de la même onde au départ. Il y aura peut-être un $\Delta\phi_R$ puisque les deux ondes vont se réfléchir. La valeur de ce déphasage dépendra des indices de réfraction. $\Delta\phi_T$ est assez facile à déterminer puisque l'écart de temps est le temps qu'il faut pour que l'onde qui se reflète sur la deuxième surface traverse la couche 2 fois. Ce temps est donc

$$\Delta t = \frac{\text{distance}}{\text{vitesse}} = \frac{2e}{v}$$

où e est l'épaisseur de la couche. Il ne faut pas oublier que dans une substance ayant un indice de réfraction n_p (où p signifie pellicule, un synonyme de couche), la vitesse de la lumière est

$$v = \frac{c}{n_p}$$

Ce qui donne

$$\Delta t = \frac{2e}{v}$$
$$\Delta t = \frac{2n_p e}{c}$$

En prenant l'onde 1 comme étant celle qui fait le trajet le plus long, Δt est négatif. Le déphasage est donc

$$\begin{aligned}\Delta\phi_T &= -\frac{\Delta t}{T}2\pi \\ &= -\frac{-2n_p e}{cT}2\pi\end{aligned}$$

Puisque cT est égal la longueur d'onde de la lumière dans le vide (ou dans l'air, elle n'est pas bien différente), qu'on va noter λ_0, on a

$$\Delta\phi_T = \frac{4\pi n_p e}{\lambda_0}$$

Le déphasage total sera donc de

$$\Delta\phi = \Delta\phi_T + \Delta\phi_R$$

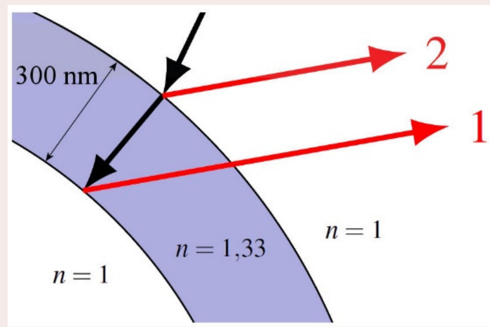
Ce qui donne

Déphasage entre les deux ondes réfléchies dans des couches minces

$$\Delta\phi = \frac{4\pi n_p e}{\lambda_0} + \Delta\phi_R$$

où $\Delta\phi_R$ peut seulement être 0, π ou $-\pi$, cela dépend des indices de réfraction.

Exemple 5.4.1



De la lumière arrive sur une bulle de savon dans l'air. L'indice de réfraction de la paroi de la bulle est de 1,33 et la paroi a une épaisseur de 300 nm.

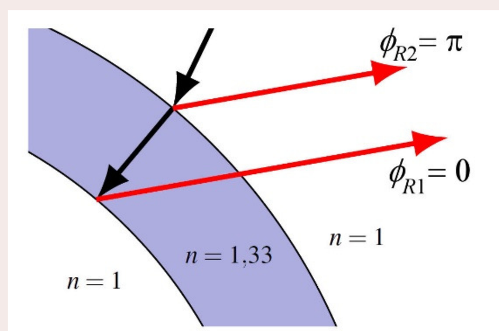
a) Quelles sont les longueurs d'onde du visible fortement réfléchies par la bulle ?

Les longueurs d'onde qui se réfléchissent fortement sont celles pour lesquelles il y a de l'interférence constructive. Le déphasage entre les deux ondes doit donc être de

$$\Delta\phi = 2m\pi$$

De plus, on sait que le déphasage total dans cette situation est

$$\Delta\phi = \frac{4\pi n_p e}{\lambda_0} + \Delta\phi_R$$



Il faut donc déterminer $\Delta\phi_R$. Comme l'onde 1 (celle qui fait le trajet le plus long) se propage dans l'eau et se reflète sur un milieu d'indice plus petit (l'air), l'onde n'est pas inversée et elle ne subit pas de déphasage ($\phi_{R1} = 0$). Comme l'onde 2 (celle qui fait le trajet le plus court) se propage dans l'air et se reflète sur un milieu d'indice plus grand (l'eau), elle est inversée et subit un déphasage de π ($\phi_{R2} = \pi$). $\Delta\phi_R$ est l'écart entre ces deux déphasages.

$$\begin{aligned}\Delta\phi_R &= \phi_{R2} - \phi_{R1}\\ &= \pi - 0\\ &= \pi\end{aligned}$$

Le déphasage total est donc de

$$\Delta\phi = \frac{4\pi n_p e}{\lambda_0} + \pi$$

Avec la condition d'interférence constructive, on obtient donc

$$2m\pi = \frac{4\pi n_p e}{\lambda_0} + \pi$$

On peut isoler la longueur d'onde pour obtenir

$$\begin{aligned}\lambda_0 &= \frac{4en_p}{2m-1} \\ &= \frac{4 \cdot 300nm \cdot 1,33}{2m-1} \\ &= \frac{1596nm}{2m-1}\end{aligned}$$

En donnant des valeurs entières à m, on obtient

λ_0 = 1596 nm pour m = 1
λ_0 = 532 nm pour m = 2
λ_0 = 319,2 nm pour m = 3

Les autres valeurs de m donnent des longueurs d'onde plus petites ou négatives. La seule longueur d'onde du visible qui fait de l'interférence constructive est donc 532 nm. Cette longueur d'onde sera donc très forte dans la lumière réfléchie.

b) Quelles sont les longueurs d'onde du visible faiblement réfléchies par la bulle ?

Les longueurs d'onde faiblement réfléchies sont celles pour lesquelles il y a de l'interférence destructive. La condition d'interférence destructive est

$$\Delta\phi = (2m+1)\pi$$

En égalant les deux formules du déphasage, on obtient

$$(2m+1)\pi = \frac{4\pi n_p e}{\lambda_0} + \pi$$

On peut isoler la longueur d'onde pour obtenir

$$\begin{aligned}\lambda_0 &= \frac{4en_p}{2m} \\ &= \frac{1596nm}{2m}\end{aligned}$$

En donnant des valeurs entières à m, on obtient

$$\lambda_0 = 798 \text{ nm pour } m = 1$$
$$\lambda_0 = 399 \text{ nm pour } m = 2$$
$$\lambda_0 = 266 \text{ nm pour } m = 3$$

Les autres valeurs de m donnent des longueurs d'onde plus petite ou négative. La seule longueur d'onde du visible qui fait de l'interférence destructive est donc 399 nm. (En fait, c'est en dehors du visible, mais de justesse.) Cette longueur d'onde aura donc une très faible intensité dans la lumière réfléchie.

Voici d'ailleurs une magnifique image de ce phénomène d'interférence dans des parois de bulles de savon.

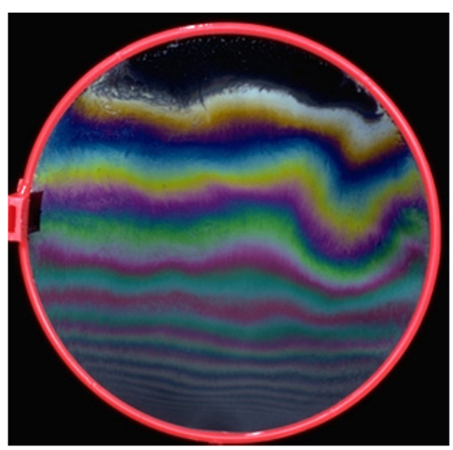
www.pinterest.com/pin/521080619356053532/

Il y a des couleurs différentes à différents endroits parce que la formule du déphasage dans une paroi de bulle

$$\Delta\phi = \frac{4\pi n_p e}{\lambda_0} + \pi$$

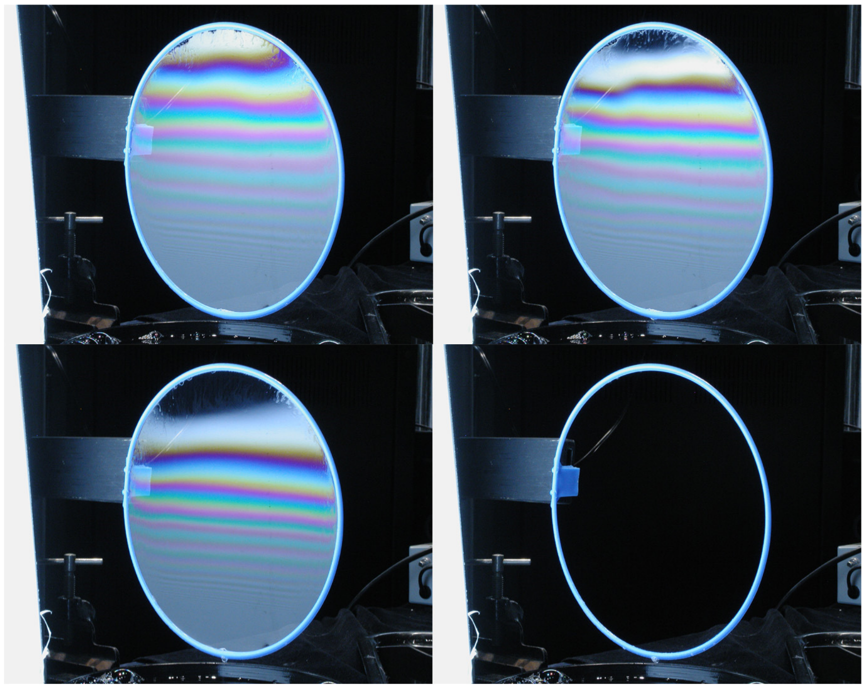
montre que la différence de phase dépend de l'épaisseur de la couche et de la longueur d'onde. Ainsi, selon l'épaisseur de la couche, certaines couleurs feront de l'interférence constructive et seront donc plus intenses que ce qu'on aurait eu sans la couche mince. D'autres couleurs feront de l'interférence destructive et seront donc absentes de la lumière réfléchie par la couche. (Le résultat dépend aussi de l'angle d'incidence de la lumière sur la couche. Ici, on a fait le calcul que pour la lumière incidente à 90°, mais si on avait le cas plus général, on aurait pu constater que le résultat de l'interférence dépend aussi de l'angle d'incidence de la lumière sur la couche.)

À droite, on retrouve l'image de l'interférence obtenue avec une couche mince. Il s'agit d'une mince couche de savon qui est plus épaisse en bas qu'en haut. On voit que le résultat de l'interférence n'est pas le même selon l'épaisseur de la couche. En variant l'épaisseur, on change les couleurs qui font de l'interférence constructive et donc la couleur de la lumière réfléchie.



www.compadre.org/informal/index.cfm?Issue=52

On peut voir aussi avec l'équation du déphasage que si la bulle devient très mince (ce qui veut dire que l'épaisseur est beaucoup plus petite que la longueur d'onde), le déphasage deviendra tout simplement π. Un tel déphasage signifie que toutes les couleurs font de l'interférence destructive et il n'y aura plus de lumière réfléchie. C'est ce qu'on peut voir sur cette image.



isites.harvard.edu/fs/docs/icb.topic186203.files/images/ThinFilmInterference02.jpg

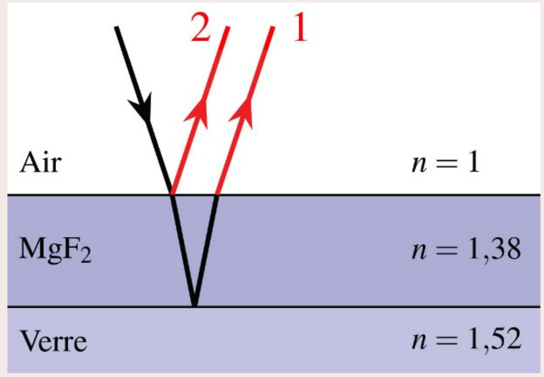
À mesure que le savon coule vers le bas, la pellicule de savon s'amincit et elle devient si mince qu'il y a l'interférence destructive pour toutes les couleurs et il n'y a plus de lumière réfléchie. On voit ce phénomène apparaitre en haut de la paroi sur la deuxième image et s'amplifier sur les images suivantes. Sur la dernière image, toute la paroi est rendue très mince et il n'y a plus de lumière réfléchie nulle part. On peut également voir ce phénomène dans ce vidéo.
http://www.youtube.com/watch?v=lRhUQTuEu3I

C'est aussi l'interférence dans la couche mince qui donne les différentes couleurs à de l'essence flottant sur l'eau. L'essence n'est pas de cette couleur. Elle semble avoir ces couleurs parce que certaines couleurs font de l'interférence constructive dans la mince couche formée par l'essence sur l'eau et sont donc très intenses dans la lumière réfléchie.

hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/phyopt/oilfilm.html

On peut aussi empêcher les réflexions de certaines couleurs avec une couche mince, comme vous le montre l'exemple suivant.

Exemple 5.4.2



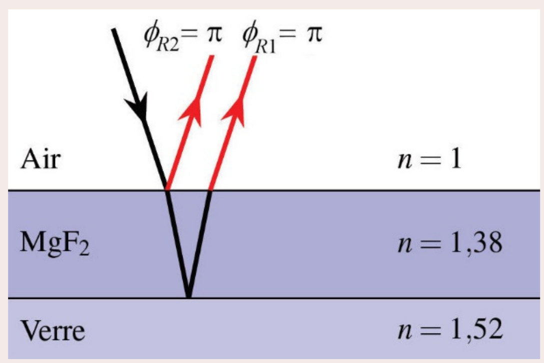
On veut faire une couche antireflet en fluorure de magnésium (n = 1,38) sur une surface de verre (n = 1,52). Quelle est l'épaisseur minimale que cette couche peut avoir ?

Avec une couche antireflet, on veut que la lumière réfléchie ait une faible intensité. On veut donc que la lumière réfléchie fasse de l'interférence destructive. Le déphasage entre les deux ondes doit donc être de

$$\Delta\phi = (2m+1)\pi$$

De plus, on sait que le déphasage total dans cette situation est

$$\Delta\phi = \frac{4\pi n_p e}{\lambda_0} + \Delta\phi_R$$



Il faut donc déterminer $\Delta\phi_R$. Comme l'onde 1 (celle qui fait le trajet le plus long) se propage dans la couche de fluorure de magnésium et se reflète sur un milieu d'indice plus grand (le verre), l'onde est inversée et elle subit un déphasage ($\phi_{R1} = \pi$). Comme l'onde 2 (celle qui fait le trajet le plus court) se propage dans l'air et se reflète sur un milieu d'indice plus grand (le fluorure de magnésium), elle est inversée et subit un déphasage ($\phi_{R2} = \pi$). $\Delta\phi_R$ est l'écart entre ces deux déphasages.

$$\begin{aligned}\Delta\phi_R &= \phi_{R2} - \phi_{R1} \\ &= \pi - \pi \\ &= 0\end{aligned}$$

Le déphasage total est donc de

$$\Delta\phi = \frac{4\pi n_p e}{\lambda_0}$$

En utilisant la condition pour l'interférence destructive, on arrive à

$$(2m+1)\pi = \frac{4\pi n_p e}{\lambda_0}$$

Si on isole l'épaisseur dans cette équation, on a

$$e = \frac{(2m+1)\lambda_0}{4n_p}$$

Malheureusement, on voit que l'épaisseur dépend de la longueur d'onde et c'est donc impossible d'éliminer les réflexions pour toutes les couleurs du visible. On va donc choisir une longueur d'onde de 550 nm, qui est au milieu du spectre visible.

La valeur minimale de l'épaisseur (quand m = 0) est

$$\begin{aligned} e_{\min} &= \frac{\lambda_0}{4n_p} \\ &= \frac{550nm}{4 \cdot 1,38} \\ &= 99,6nm \end{aligned}$$

(Notez qu'avec cette épaisseur, les longueurs d'onde pour lesquelles il y a de l'interférence constructive sont données par

$$\begin{aligned} \lambda_0 &= \frac{2en_p}{m} \\ &= \frac{275nm}{m} \end{aligned}$$

Aucune de ces longueurs d'onde n'est dans le visible, ce qui est bon signe pour notre couche antireflet. L'interférence destructive n'est pas parfaite pour les autres couleurs qui ne sont pas à 550 nm. Plus on s'éloigne de cette longueur d'onde, plus l'intensité de la réflexion augmente. À chaque extrémité du spectre, le rouge (700 nm) a une intensité de 0,43 I et le violet (400 nm) a une intensité de 1,23 I (si on suppose que les amplitudes des ondes réfléchies sont identiques, ce qui est peu probable). Cette réflexion mauve plus intense que l'intensité qu'on aura sans couche (I) donne une teinte violette à la lumière réfléchie par les objets ayant une couche antireflet.)

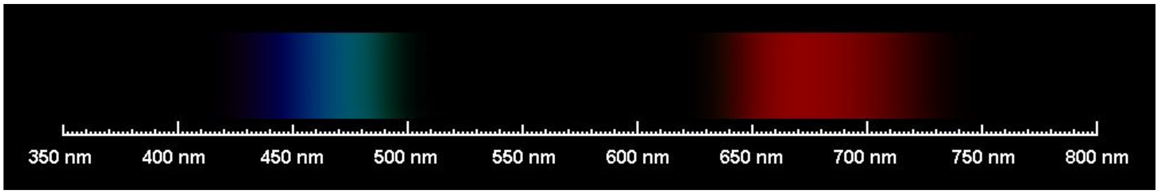
Pourquoi la couche doit-elle être mince ?

Reprenons le résultat de l'exemple précédent et calculons les longueurs d'onde pour lesquelles il y a de l'interférence constructive pour deux épaisseurs de couche différentes. Avec une épaisseur de 500 nm, les longueurs d'onde pour lesquelles il y a l'interférence constructive sont données par

$$\lambda_0 = \frac{2en_p}{m} = \frac{1380nm}{m}$$

On obtient alors les longueurs d'onde suivantes : 1380 nm (m = 1), 690 nm (m = 2), 460 nm (m = 3), 345 nm (m = 4),...

Il n'y en a que 2 dans le visible, et elles sont bien séparées. Si on fait le spectre de la lumière réfléchie, on aurait un spectre ressemblant à



www.euhou.net/index.php/exercises-mainmenu-13/classroom-experiments-and-activities-mainmenu-186/179-observations-of-various-spectra-with-a-home-made-spectroscope

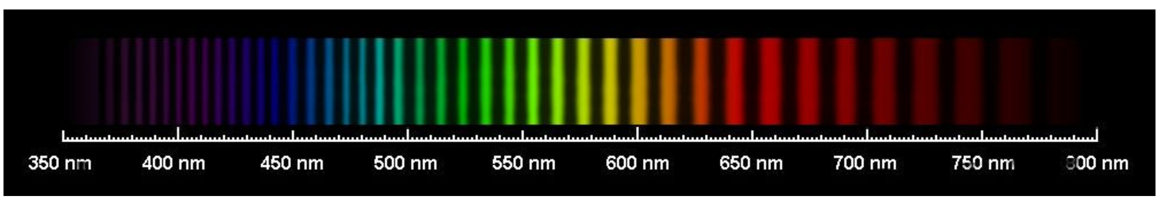
On voit bien la différence avec la lumière blanche, qui est un spectre continu.

Avec une épaisseur de 10 000 nm (qui n'est pas si épais au fond, c'est 0,01 mm), les longueurs d'onde pour lesquelles il y a de l'interférence constructive sont

$$\lambda_0 = \frac{2en_p}{m} = \frac{27600nm}{m}$$

On obtient alors les longueurs d'onde suivantes : 27 600 nm (m = 1), 13 800 nm (m =2),..., 552 nm (m = 50), 541 nm (m = 51), 530 nm (m = 52),...

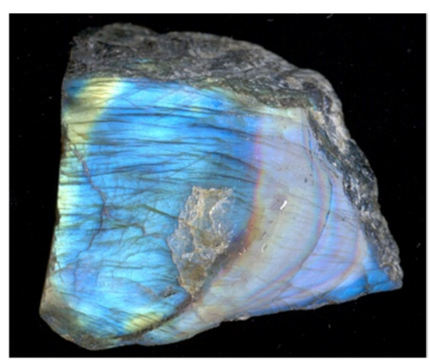
On en a donné seulement quelques-unes, mais il y a 30 longueurs d'onde dans le visible pour lesquelles il y a de l'interférence constructive, séparées de seulement 10 nm en moyenne. Le spectre de la lumière réfléchie ressemble alors à ceci.



Ce sera alors très difficile de voir qu'il y a de l'interférence parce que les maximums sont trop près les uns des autres et qu'il y a tellement de couleurs dans le visible qui font de l'interférence constructive, qu'on verra presque la même chose qu'un spectre continu (ce qu'on aurait obtenu s'il n'y avait pas d'interférence).

Les couches minces dans la nature

On retrouve des couches minces, ou quelque chose de similaire, à plusieurs endroits dans la nature. La labradorite est un minéral dans lequel il se produit de l'interférence dans des couches minces présentes dans la roche. Cette interférence amplifie la réflexion de la lumière bleue et donne un aspect particulier à la roche.



geology.about.com/od/gems/ig/gemeffects/labradorescence.htm

Il se produit aussi un phénomène d'interférence similaire aux couches minces dans les ailes de ce papillon bleu et des plumes de paon.

imagesbackgrounds.in/Peacock-001-peacock.html et bleuocean.centerblog.net/2220-papillon-bleu

Les réflexions de la lumière bleue et verte sont ainsi amplifiées par l'interférence à certains endroits ce qui donne des couleurs plus vives.

Le film suivant vous montre comment il y a de l'interférence dans les ailes de papillons.
http://www.youtube.com/watch?v=3lbrjJpO9b4

Le film suivant vous montre comment on peut changer les propriétés de la couche mince d'une aile de papillon.
http://www.youtube.com/watch?v=jeUd_ittNns

5.5 LA SUPERPOSITION DE DEUX ONDES DE FRÉQUENCES DIFFÉRENTES

On va maintenant additionner deux ondes allant dans la même direction, mais ayant des fréquences différentes. On va en fait examiner l'oscillation obtenue à un endroit spécifique du milieu dans lequel il y a les deux ondes.

Résultat de l'addition

Les deux ondes, ayant de fréquences f_1 et f_2, créent des oscillations à l'endroit où est situé l'observateur. Pour simplifier, on va supposer que les deux ondes sont en phase à $t = 0$ de sorte que les oscillations sont données par

$$\begin{aligned} y_1 &= A\sin(\omega_1 t) \\ y_2 &= A\sin(\omega_2 t) \end{aligned}$$

L'onde résultante s'obtient en additionnant l'effet des deux ondes. On a donc

$$\begin{aligned} y_{tot} &= y_1 + y_2 \\ &= A\sin(\omega_1 t) + A\sin(\omega_2 t) \\ &= A\left(\sin(\omega_1 t) + \sin(\omega_2 t)\right) \end{aligned}$$

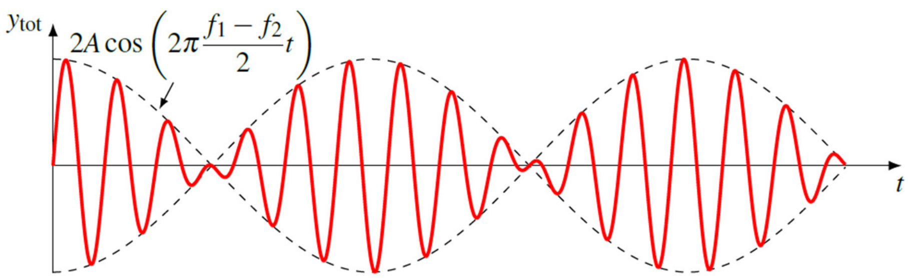
Pour obtenir le résultat de cette superposition, on utilise l'identité suivante.

$$\sin\theta_1 + \sin\theta_2 = 2\cos\frac{\theta_1 - \theta_2}{2}\sin\frac{\theta_1 + \theta_2}{2}$$

On a donc

$$\begin{aligned} y_{tot} &= 2A\cos\frac{\omega_1 t - \omega_2 t}{2}\sin\frac{\omega_1 t + \omega_2 t}{2} \\ &= 2A\cos\left(2\pi\frac{f_1 - f_2}{2}t\right)\sin\left(2\pi\frac{f_1 + f_2}{2}t\right) \end{aligned}$$

Voici le graphique de cette fonction.



On obtient alors une oscillation (ligne pleine) avec une amplitude qui change en fonction du temps (ligne pointillée). Voici d'où viennent ces différents éléments dans l'équation.

$$y_{tot} = \underbrace{2A\cos\left(2\pi\frac{f_1 - f_2}{2}t\right)}_{\text{amplitude variable}}\underbrace{\sin\left(2\pi\frac{f_1 + f_2}{2}t\right)}_{\text{oscillation}}$$

Ainsi, la fréquence de l'oscillation est la fréquence qu'on retrouve dans le sinus. On a alors

Fréquence de l'oscillation avec deux ondes de fréquences différentes

$$f_{osc} = \frac{f_1 + f_2}{2}$$

La fréquence des variations d'amplitude se trouve avec la fréquence du cosinus dans le terme d'amplitude. Toutefois, il faudra multiplier par deux cette fréquence, car il y a deux maximums d'intensité du son par cycle puisque le son est maximum quand le cosinus vaut 1, mais aussi quand le cosinus vaut -1. On se rappelle qu'un signe négatif dans l'amplitude est un déphasage déguisé et qu'ainsi, une amplitude de -2A est en réalité une amplitude de 2A. On a donc

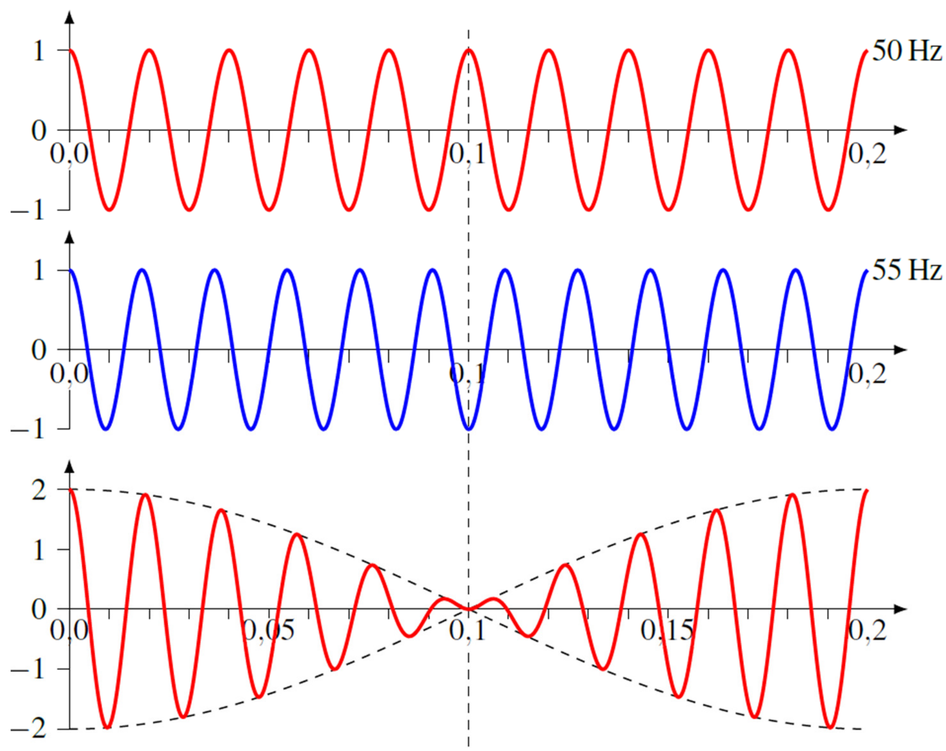
Fréquence du changement d'amplitude

$$f_{ampli} = |f_1 - f_2|$$

Il y a une valeur absolue, car une fréquence négative n'a pas de sens. Dans la formule, le cosinus faisait automatiquement cette valeur absolue, car cos θ = cos $-\theta$.

On peut comprendre comment on arrive avec cette situation avec l'exemple suivant : on va superposer une onde à 50 Hz et une autre à 55 Hz. Au départ, on reçoit les crêtes de chaque onde. Ces crêtes se superposent pour donner de l'interférence constructive (grande amplitude à la gauche du graphique du bas).

(Attention, ce graphique ne montre pas la forme de l'onde, elle montre l'oscillation d'une molécule du milieu en fonction du temps.)



Regardons maintenant ce qui se passe 0,1 seconde plus tard. Avec l'onde de 50 Hz, on reçoit exactement 5 cycles en 0,1 seconde. Ainsi, si on recevait une crête à t = 0 s, on reçoit aussi une crête de l'onde à t = 0,1 s puisqu'on est exactement 5 cycles plus tard. Par contre, avec l'onde de 55 Hz, on reçoit 5,5 cycles en 0,1 seconde. Si on recevait une crête à t = 0 s, on reçoit un creux à t = 0,1 s (5 cycles + un demi-cycle). La crête de l'onde à 50 Hz est maintenant annulée par le creux de l'onde à 55 Hz et on a de l'interférence destructive (amplitude nulle au milieu du graphique du bas).

Regardons maintenant ce qui se passe une autre 0,1 seconde plus tard. Avec l'onde de 50 Hz, si on recevait une crête à t = 0,1 s, on reçoit aussi une crête de l'onde à t = 0,2 s puisqu'on est exactement 5 cycles plus tard. Par contre, avec l'onde de 55 Hz, on reçoit 5,5 cycles en 0,1 seconde. Si on recevait un creux à t = 0,1 s, on reçoit une crête à t = 0,2 s (5 cycles + un demi-cycle). La crête de l'onde à 50 Hz s'additionne maintenant à la crête de l'onde à 55 Hz et on a à nouveau de l'interférence constructive. Ce processus se répète sans cesse an alternant entre l'interférence constructive et l'interférence destructive.

Battements

Quand on superpose deux ondes sonores ayant des fréquences rapprochées (moins de 20 Hz de différence), on entend alors un son avec une intensité oscillante. Le son disparait et réapparait sans cesse. Plus les fréquences sont près l'une de l'autre, plus la variation d'intensité du son se fait lentement. Cette variation d'intensité porte le nom de ***battements***.
http://www.youtube.com/watch?v=5hxQDAmdNWE

On peut également écouter cette démonstration. On y joue premièrement un son de 1000 Hz, puis un son de 1004 Hz et finalement les deux sons en même temps. On entend alors des battements.
http://physique.merici.ca/ondes/sons/beats.mp3

Ces changements d'intensité correspondent exactement à ce que prévoyaient nos équations. Le son qu'on entend a la fréquence des oscillations et la fréquence des battements correspond à la fréquence du changement d'amplitude.

Les battements

$$f_{son} = \frac{f_1 + f_2}{2} \qquad\qquad f_{battements} = \left| f_1 - f_2 \right|$$

La différence de fréquence doit être plus petite que 20 Hz parce que si l'amplitude varie plus vite que cela, on ne se rendra pas compte que l'amplitude change. On va plutôt entendre l'intensité moyenne si l'amplitude varie trop vite.

Exemple 5.5.1

On fait jouer un son à 440 Hz et un son à 444 Hz en même temps.

a) Quelle est la fréquence du son entendu ?

$$\begin{aligned} f_{son} &= \frac{440Hz + 444Hz}{2} \\ &= 442Hz \end{aligned}$$

b) Quelle est la fréquence des battements ?

$$\begin{aligned} f_{battements} &= 444Hz - 440Hz \\ &= 4Hz \end{aligned}$$

On va donc entendre un son de 442 Hz dont l'intensité atteindra un maximum 4 fois par seconde.

Le radar de contrôle routier

C'est en superposant deux ondes (des microondes) ayant des fréquences différentes que les policiers mesurent votre vitesse avec un radar.

Le radar émet des microondes qui se reflètent sur votre voiture et reviennent vers le radar. Puisque vous vous déplacez, la fréquence des ondes réfléchies par votre véhicule sera changée par l'effet Doppler.

www.laserveil.com/police/radar/

L'onde qui revient au radar n'a donc plus la même fréquence qu'elle avait quand elle fut émise par le radar. On mesure la différence de fréquence en superposant l'onde initiale avec l'onde reçue. La fréquence du changement d'amplitude de l'onde résultante donne la différence de fréquence.

Comme le changement de fréquence dépend de la vitesse de votre voiture, l'appareil peut calculer la vitesse de votre véhicule à partir du changement de fréquence.

Exemple 5.5.2

Un policier envoie des microondes ayant une fréquence de 20 GHz vers une automobile qui se dirige vers lui. La fréquence de la variation d'amplitude obtenue en superposant l'onde émise et l'onde réfléchie captée par le radar est de 5 000 Hz. Quelle est la vitesse du véhicule ?

Puisque l'amplitude varie avec une fréquence de 5000 Hz, cela signifie que la différence de fréquence est

$$\Delta f = 5000 Hz$$

Calculons maintenant cette différence de fréquence avec l'effet Doppler.

Trouvons premièrement la fréquence des ondes reçues par votre voiture. Selon la formule de l'effet Doppler, cette fréquence est

$$f' = f\frac{c + v_{auto}}{c}$$

(Puisque le véhicule se dirige vers le radar, la vitesse de l'auto est négative dans la formule de l'effet Doppler, ce qui nous donne le signe positif ici.)

Avec la réflexion, votre véhicule devient une source en mouvement émettant la fréquence f' et le radar devient l'observateur (au repos). La fréquence captée par le radar sera encore une fois modifiée par ce deuxième effet Doppler. Elle devient

$$f'' = f' \frac{c}{c - v_{auto}}$$

La nouvelle fréquence est donc

$$\begin{aligned} f'' &= f \frac{c + v_{auto}}{c} \frac{c}{c - v_{auto}} \\ &= f \frac{c + v_{auto}}{c - v_{auto}} \end{aligned}$$

On a donc que

$$\begin{aligned} \Delta f &= f \frac{c + v_{auto}}{c - v_{auto}} - f \\ &= f \frac{c - v_{auto} + 2v_{auto}}{c - v_{auto}} - f \\ &= f \left(1 + \frac{2v_{auto}}{c - v_{auto}} \right) - f \\ &= \frac{2 f v_{auto}}{c - v_{auto}} \end{aligned}$$

Comme la vitesse de l'auto est négligeable par rapport de la vitesse de la lumière, on peut écrire

$$\Delta f = \frac{2 f v_{auto}}{c}$$

Comme on sait que la différence de fréquence est de 5000 Hz, on a

$$\begin{aligned} 5000 Hz &= \frac{2 \cdot 20 \times 10^9 \, Hz \cdot v_{auto}}{3 \times 10^8 \, \frac{m}{s}} \\ v_{auto} &= 37{,}5 \tfrac{m}{s} = 135 \tfrac{km}{h} \end{aligned}$$

5.6 LES ONDES STATIONNAIRES

On va maintenant additionner deux ondes de même fréquence et de même amplitude, mais se déplaçant dans des directions opposées. Bien souvent, on a une telle situation quand une onde se réfléchit. On a alors la superposition d'une onde allant dans une direction avant la réflexion et d'une onde allant dans la direction opposée après la réflexion.

Superposition de deux ondes identiques allant dans des directions opposées

L'onde allant vers les x positifs est décrite par la fonction

$$y_1 = A\sin\left(kx - \omega t\right)$$

et l'onde allant vers les x négatifs (même amplitude et longueur d'onde) est décrite par

$$y_2 = A\sin\left(kx + \omega t\right)$$

Nous avons mis des constantes de phase nulles pour simplifier. Nous aurions obtenu les mêmes résultats si on les avait laissées là. La somme des deux ondes est

$$y_{tot} = A\left[\sin\left(kx - \omega t\right) + \sin\left(kx + \omega t\right)\right]$$

Pour écrire cette équation sous une autre forme, utilisons l'identité trigonométrique suivante.

$$\sin\theta_1 + \sin\theta_2 = 2\sin\tfrac{1}{2}\left(\theta_1 + \theta_2\right)\cos\tfrac{1}{2}\left(\theta_1 - \theta_2\right)$$

On obtient alors

$$y_{tot} = 2A\sin\tfrac{1}{2}\left(\left(kx - \omega t\right) + \left(kx + \omega t\right)\right)\cos\tfrac{1}{2}\left(\left(kx - \omega t\right) - \left(kx + \omega t\right)\right)$$

En simplifiant, on obtient

Équation d'une onde stationnaire

$$y_{tot} = 2A\sin kx\cos\omega t$$

Voici l'interprétation de cette équation.

$$y_{tot} = \underbrace{2A\sin kx}_{\text{Amplitude qui dépend de la position}} \times \underbrace{\cos\omega t}_{\text{oscillation en fonction du temps}}$$

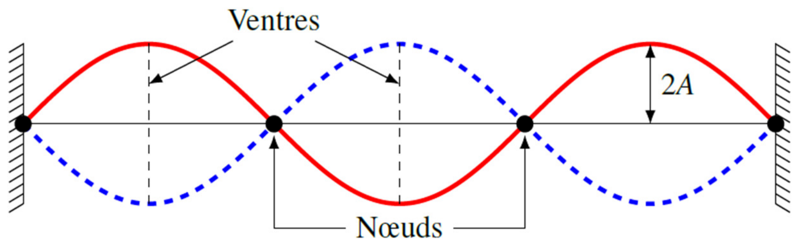
Chaque morceau du milieu fait une oscillation, avec une amplitude qui dépend de la position.

Amplitude d'oscillation d'une onde stationnaire

$$A_{tot} = \left|2A\sin kx\right|$$

On a pris la valeur absolue puisqu'on sait qu'une valeur négative de l'amplitude est simplement un déphasage de π déguisé.

Si ce sont des ondes sur une corde, ces équations représentent une corde qui oscille entre la position la plus loin de sa position d'équilibre (ligne rouge) et dans l'autre position la plus éloignée de sa position d'équilibre (ligne bleue pointillée).



On a alors des nœuds (où il n'y a jamais d'oscillation) et des ventres (où il y a de l'oscillation).

On parle alors d'***ondes stationnaires***. Dans ce type d'onde, le milieu oscille (sauf aux nœuds), mais les crêtes et les nœuds de l'onde ne se déplacent pas le long de la corde.

L'amplitude d'oscillation atteint sa valeur maximale ($2A$) au centre des ventres d'oscillation. L'amplitude d'oscillation atteint sa valeur minimale (0) aux nœuds. Rappelez-vous que A est l'amplitude de chacune des ondes qui forment l'onde stationnaire et non pas l'amplitude de l'onde stationnaire, qui est A_{tot}.

Voici un vidéo montrant des ondes stationnaires. On envoie une onde dans un milieu et cette onde se réfléchit quand elle arrive à l'autre bout du milieu. On a alors deux ondes voyageant dans des directions opposées qui se superposent. On voit qu'à certains endroits, la matière oscille avec beaucoup d'amplitude et à d'autres endroits, il n'y a pas d'oscillation du tout (l'amplitude est nulle).
http://www.youtube.com/watch?v=jovIXzvFOXo
L'animation suivante montre également une onde stationnaire.
https://youtu.be/kmL7v1Cbl50

Onde stationnaire sur une corde

Une corde tendue est attachée à quelque chose à chaque bout. Dans ce cas, il ne peut pas y avoir de mouvement à chaque bout de la corde. Cela veut dire qu'on doit retrouver un nœud de l'onde à chaque bout ($x = 0$ et $x = L$).

À $x = 0$, l'amplitude de l'onde est déjà nulle puisque

$$A_{tot} = \left|2A\sin\left(k\cdot 0\right)\right| = 0$$

(C'est beau, mais on arrive à ce résultat parce qu'on a mis des constantes de phase nulles dans nos équations. Si on avait mis des constantes de phase non nulles, elles auraient dû répondre à une condition pour qu'il y ait un nœud à $x = 0$.)

À $x = L$, on doit avoir

$$\left|2A\sin kL\right| = 0$$
$$\sin kL = 0$$
$$kL = 0, \pm\pi, \pm 2\pi, \pm 3\pi, \pm 4\pi, \ldots$$

La dernière s'obtient en trouvant toutes les solutions possibles de l'arcsinus. Les solutions négatives doivent être rejetées puisque la longueur de la corde ne peut pas être négative. En oubliant ces solutions négatives, on peut écrire ce résultat de la façon suivante.

$$kL = n\pi \quad (n \text{ est un entier positif})$$

Ce qui nous donne

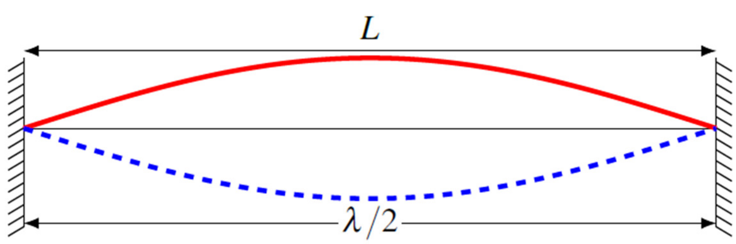
$$kL = n\pi$$
$$\frac{2\pi}{\lambda}L = n\pi$$
$$\lambda = \frac{2L}{n}$$

On ne peut donc pas avoir n'importe quelle longueur d'onde pour obtenir une onde stationnaire, seules certaines valeurs sont possibles. Il y a quand même plusieurs solutions. Pour identifier ces solutions, nous allons ajouter un indice à la longueur d'onde. Ainsi, λ_3 sera la valeur de la longueur d'onde pour $n = 3$. On a donc

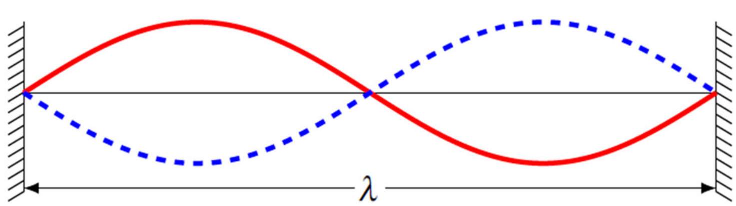
Longueurs d'onde possibles pour obtenir une onde stationnaire sur une corde

$$\lambda_n = \frac{2L}{n} \quad (n \text{ est un entier positif})$$

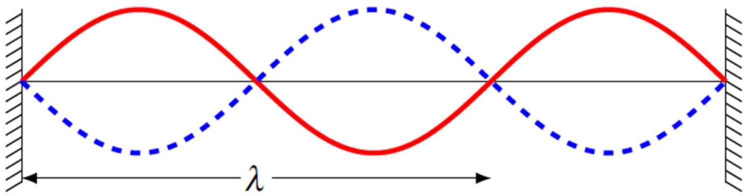
Regardons ce que représentent certaines de ces possibilités. Vous pouvez admirer ce qu'on obtient avec n = 1, 2, 3 et 4.



$n = 1$
1er mode = 1re harmonique
$\lambda = 2L$

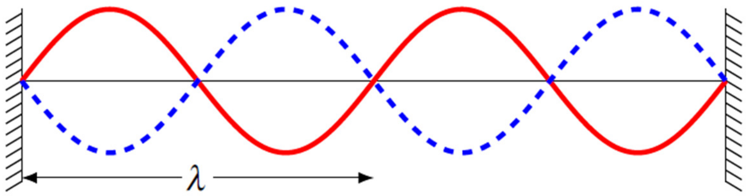


$n = 2$
2e mode = 2e harmonique
$\lambda = L$



$n = 3$
3^e^ mode = 3^e^ harmonique

$$\lambda = \frac{2L}{3}$$



$n = 4$
4^e^ mode = 4^e^ harmonique

$$\lambda = \frac{L}{2}$$

On appelle **mode** ou **harmonique** chacune de ces possibilités. Pour n = 5, par exemple, on parle de 5^e^ harmonique, de 5^e^ mode ou de mode d'ordre 5.

Remarquez que la distance entre les nœuds est toujours égale à la moitié de la longueur d'onde.

Distance entre les nœuds d'une onde stationnaire

$$\text{distance} = \frac{\lambda}{2}$$

Si on ne peut pas avoir n'importe quelle longueur d'onde, on ne peut pas avoir n'importe quelle fréquence. Les fréquences possibles se trouvent avec

$$f = \frac{v}{\lambda}$$

Ce qui nous permet d'obtenir

Fréquences possibles pour une onde stationnaire sur une corde

$$f_n = \frac{nv}{2L}$$

La fréquence du mode fondamental (f_1) est appelée la *fréquence fondamentale.* Puisque

$$f_1 = \frac{v}{2L}$$

On peut aussi écrire

Fréquences possibles pour une onde stationnaire sur une corde

$$f_n = nf_1$$

On remarque que la fréquence augmente à mesure qu'on va vers des harmoniques élevées. Vous pouvez retourner voir le vidéo vu précédemment pour voir différentes harmoniques pour les ondes stationnaires. Remarquez comment la fréquence d'oscillation de la main augmente pour créer des modes d'ordre supérieur.
http://www.youtube.com/watch?v=jovIXzvFOXo

Si la personne tentait de générer une onde ayant une fréquence qui ne correspond pas à la fréquence d'une onde stationnaire, il y aurait bel et bien un mouvement des particules du milieu, mais ce ne serait pas une onde stationnaire, ce serait quelque chose de plus désordonné.

On peut aussi utiliser le résultat obtenu pour la vitesse des ondes sur une corde pour obtenir la formule suivante.

Fréquences possibles pour une onde stationnaire dans une corde

$$f_n = \frac{n}{2L}\sqrt{\frac{F_T}{\mu}}$$

Instruments de musique

Les ondes stationnaires dans les cordes sont à la base du fonctionnement des instruments de musique à cordes. En pinçant ou en frappant la corde, on forme une onde stationnaire dans la corde puisqu'elle est fixée à chaque bout. Quel mode aura-t-on alors ? Tous les modes possibles peuvent être présents en même temps.
https://www.youtube.com/watch?v=PETuX_pXLNU

Le son qu'on entendra sera donc la superposition de plusieurs sons avec des fréquences correspondantes aux fréquences des harmoniques possibles. Toutefois, la note jouée par l'instrument est toujours la fréquence de la première harmonique. La note jouée par une corde sera donc

$$f_{note} = f_1 = \frac{1}{2L}\sqrt{\frac{F_T}{\mu}}$$

On peut voir que cette équation représente bien ce qui se passe avec les cordes d'une guitare.

Si on pince une corde, on obtient un son. Si on réduit la longueur de cette corde, en appuyant sur une frette, le son sera plus aigu. C'est ce que prévoie notre formule puisque f augmente si L diminue.

Si on pince la grosse corde, le son sera plus grave qu'avec la corde la plus petite. La grosse corde a une masse linéique plus grande que celle de la petite corde (elle est plus massive pour une même longueur). On voit que la formule prévoit aussi que la fréquence sera plus basse si la masse linéique est plus grande.

Si on étire la corde en jouant avec les vis d'ajustement, on augmentera sa tension, ce qui donnera un son plus aigu. Encore une fois, notre formule prévoit que la fréquence va augmenter si la tension augmente. On peut également étirer la corde en la tassant la corde de côté quand on appuie sur la frette. On peut alors faire des effets de vibrato de cette façon.

(Le paragraphe suivant s'adressant à ceux qui connaissent un peu plus la musique.)
Notre formule prévoit aussi que la distance entre les frettes sera de plus en plus petite à mesure qu'on diminue la longueur de la corde. Supposons que pour passer de 300 Hz à 600 Hz (une octave), il faut réduire la longueur de la corde de 0,6 m à 0,3 m. Il y aura donc 12 demi-tons sur une distance de 30 cm. Pour augmenter encore d'une octave, il faudra réduire la longueur de la corde de 0,3 m à 0,15 m pour passer de 600 Hz à 1200 Hz puisque la fréquence est proportionnelle à $1/L$. On aura donc 12 demi-tons sur une distance de 15 cm. Ils sont donc tous plus rapprochés puisqu'on a le même nombre de demi-tons sur une distance deux fois plus courte.

Mr Borowicz vous fait une belle démonstration de tous ces effets dans les 5 premières minutes de ce vidéo.
http://www.youtube.com/watch?v=tXwJnr56LFo

Exemple 5.6.1

La plus grosse corde d'une guitare a une longueur de 92,9 cm et une masse de 5,58 g. On l'installe sur la guitare et on fait des ondes stationnaires dans la corde. Une fois installée, il y a 65,5 cm entre les deux points d'attache de la corde.

a) Quelle doit être la tension de la corde pour que la fréquence de la première harmonique soit de 82,4 Hz (qui est la fréquence que doit avoir la grosse corde d'une guitare) ?

La tension peut être trouvée à partir de la formule de la fréquence de la première harmonique.

$$f_1 = \frac{1}{2L}\sqrt{\frac{F_T}{\mu}}$$

On doit connaitre la masse linéique pour résoudre. Cette masse linéique est

$$\begin{aligned}\mu &= \frac{masse}{longueur}\\ &= \frac{0,00558kg}{0,929m}\\ &= 0,00601\tfrac{kg}{m}\end{aligned}$$

La tension est alors

$$f_1 = \frac{1}{2L}\sqrt{\frac{F_T}{\mu}}$$

$$82,4Hz = \frac{1}{2 \cdot 0,655m} \cdot \sqrt{\frac{F_T}{0,00601\frac{kg}{m}}}$$
$$F_T = 70,03N$$

b) Quelles sont alors les fréquences des 2e, 3e et 4e harmoniques ?

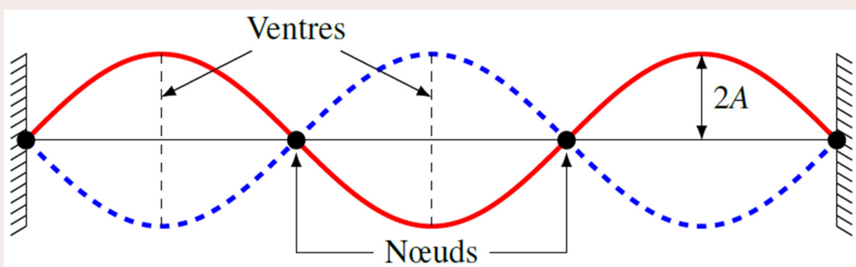
La fréquence des autres harmoniques est

$$\begin{aligned} f_n &= nf_1 \\ f_2 &= 2 \cdot 82,4Hz = 164,8Hz \\ f_3 &= 3 \cdot 82,4Hz = 247,2Hz \\ f_4 &= 4 \cdot 82,4Hz = 329,6Hz \end{aligned}$$

Si on pince cette corde de guitare, on va entendre en même temps des sons ayant ces fréquences.

c) Si l'amplitude d'oscillation de l'onde stationnaire est de 0,1 mm à 3 cm du bout de la corde à la troisième harmonique, quelle est l'amplitude d'oscillation au centre des ventres ?

L'amplitude au centre des ventres est 2*A*, tel que vu précédemment.



Pour trouver cette amplitude à partir de l'amplitude à une autre position, on va utiliser la formule suivante.

$$A_{tot} = |2A \sin kx|$$

Avec A_{tot} = 0,1 mm à x = 0,03 m, nous pourrons trouver 2*A* à condition de connaitre la valeur de *k*. Celle-ci se trouve avec la longueur d'onde. À la 3e harmonique, on a

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{2L}{3} \\ &= \frac{2 \cdot 0,655m}{3} \\ &= 0,4367m \end{aligned}$$

Ainsi, *k* est

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$
$$= 14,39 \tfrac{rad}{m}$$

Puisque l'amplitude est de 0,1 mm à x = 3 cm, on a

$$A_{tot} = \left|2A\sin kx\right|$$
$$0,0001m = \left|2A \cdot \sin\left(14,39 \tfrac{rad}{m} \cdot 0,03m\right)\right|$$
$$A = 0,0001195m$$

L'amplitude au centre des ventres est donc

$$2A = 0,000239m$$
$$= 0,239mm$$

Parfois, on pourra voir l'impression qu'il nous manque des informations pour résoudre, mais ce n'est pas le cas. Si on applique deux fois la même équation, beaucoup de choses se simplifient quand on divise une équation par une autre. Voici un exemple.

Exemple 5.6.2

Une onde stationnaire dans une corde tendue a une fréquence fondamentale de 100 Hz quand la tension est de 200 N. Quelle devrait être la tension pour avoir une fréquence fondamentale de 500 Hz ?

On sait que

$$f_1 = \frac{1}{2L}\sqrt{\frac{F_T}{\mu}}$$
$$100Hz = \frac{1}{2L}\sqrt{\frac{200N}{\mu}}$$

et on veut

$$f_1' = \frac{1}{2L}\sqrt{\frac{F_T'}{\mu}}$$
$$500Hz = \frac{1}{2L}\sqrt{\frac{F_T'}{\mu}}$$

En divisant cette deuxième équation par la première, on arrive à

$$\frac{500Hz}{100Hz} = \frac{\frac{1}{2L}\sqrt{\frac{F_T'}{\mu}}}{\frac{1}{2L}\sqrt{\frac{200N}{\mu}}}$$

$$5 = \sqrt{\frac{F_T'}{200N}}$$
$$F_T' = 5000N$$

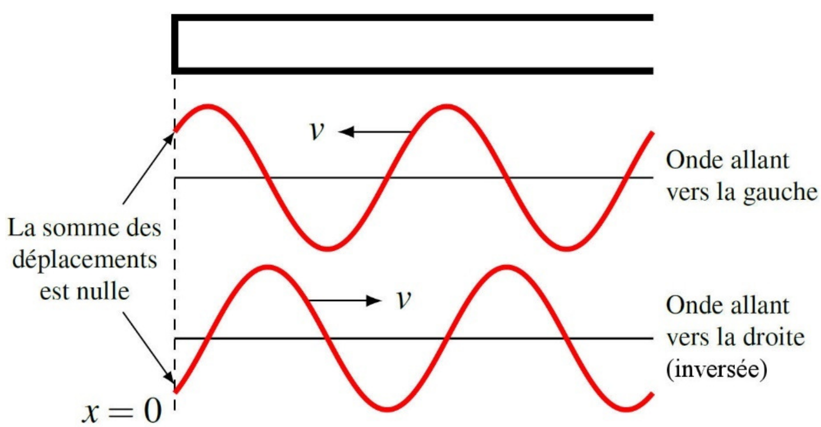
5.7 LES ONDES SONORES STATIONNAIRES

On peut aussi faire une onde sonore stationnaire dans un tube. Pour y arriver, on envoie une onde sonore dans un tube. Quand l'onde arrive au bout, elle se reflète et revient dans le tube dans le sens contraire. On a donc deux ondes allant dans des directions opposées, ce qui est nécessaire pour la formation d'une onde stationnaire.

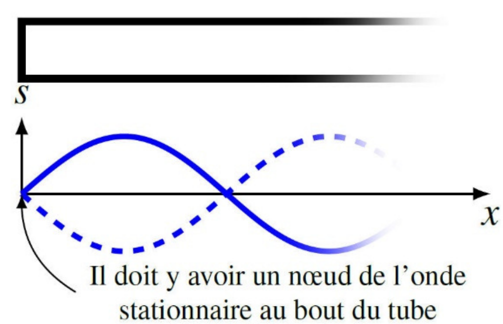
La réflexion au bout du tube

<u>*Tube fermé au bout*</u>

Quand une onde arrive au bout du tube et qu'il est fermé, l'onde va évidemment se réfléchir. Une onde dans l'air se réfléchit alors sur une paroi solide dont l'impédance est plus grande que celle de l'air. L'onde sera donc inversée. (Attention, les graphiques montrent le déplacement des molécules d'air, qui se fait horizontalement, pas verticalement.)

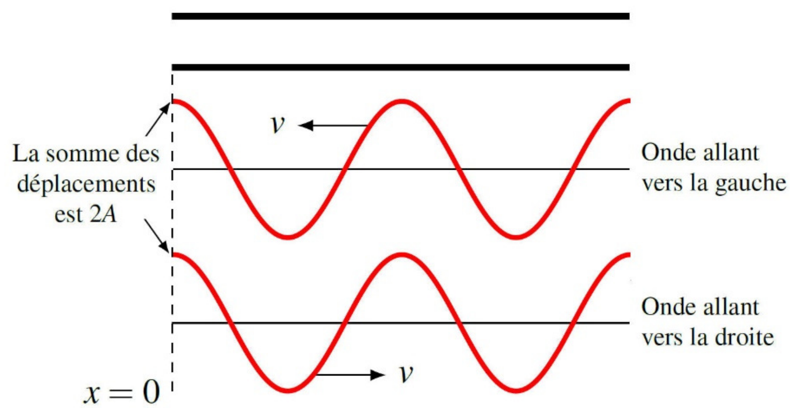


Quand on va additionner les deux ondes, le résultat sera nécessairement nul au bout du tube, car on va additionner, à cet endroit, une onde avec une autre onde identique, mais inversée. On aura donc obligatoirement un nœud de l'onde stationnaire au bout du tube.

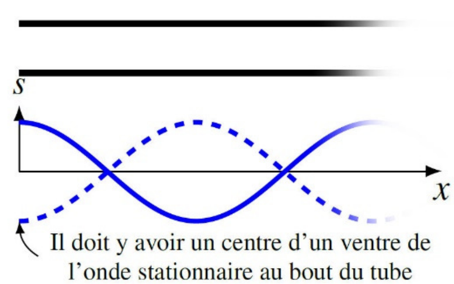


Tube ouvert au bout

Quand une onde arrive au bout du tube et qu'il est ouvert, on pourrait penser au premier coup d'œil qu'il n'y aura aucune réflexion. L'onde est dans l'air et elle reste toujours dans l'air quand elle sort. Comme il n'y a pas de changement de milieu, cela veut dire que l'impédance reste la même et qu'il n'y a aucune réflexion. En réalité, la situation est un peu plus complexe que cela, car l'impédance dépend aussi des contraintes imposées au milieu. L'impédance de l'air dans un tube est plus grande que l'impédance de l'air à l'extérieur du tube, car l'air dans le tube ne peut pas prendre de l'expansion dans toutes les directions. Quand le son arrive au bout du tube, il y a bel et bien une variation d'impédance et, par conséquent, une partie de l'onde qui est réfléchie. Comme l'onde se reflète sur un milieu d'impédance plus faible, l'onde réfléchie n'est pas inversée.



Quand on va additionner les deux ondes, le résultat sera nécessairement important au bout du tube, car on va additionner, à cet endroit, une onde avec une autre onde identique. Quand il y aura une crête au bout du tube (comme on peut voir sur la figure), l'addition va nous donner un déplacement de $2A$. Or, le seul endroit où l'amplitude de l'onde stationnaire est $2A$ est le centre de ventre des ondes stationnaires. Cela veut dire que le bout d'un tube ouvert doit absolument correspondre au centre d'un ventre de l'onde stationnaire.

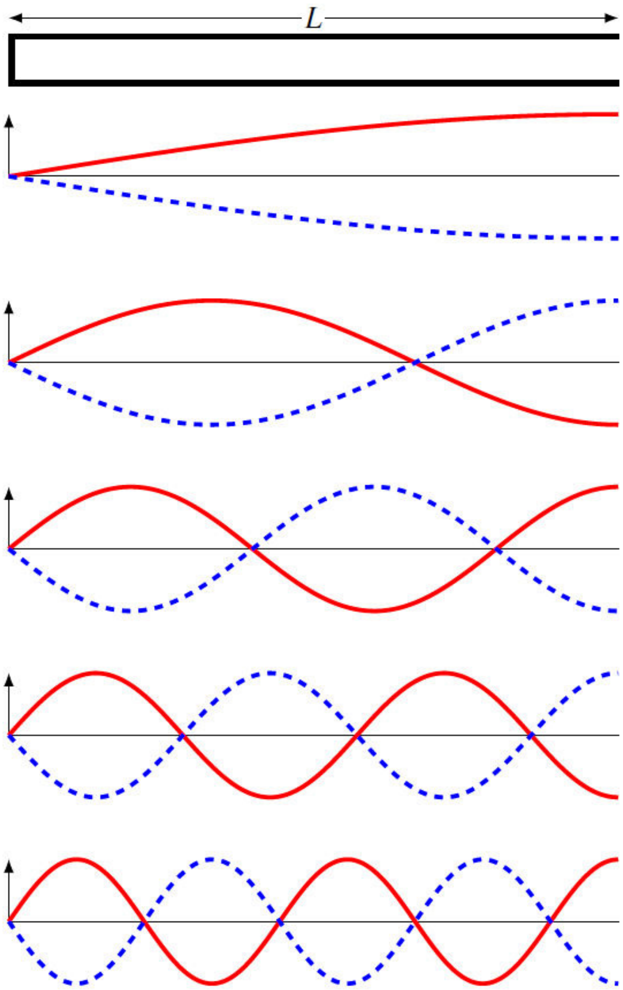


On aura donc obligatoirement un centre de ventre de l'onde stationnaire au bout du tube. (En réalité, le centre du ventre est un peu à l'extérieur du tube, à une distance de 0,61 fois le diamètre du tube.)

Longueurs d'onde et fréquences possibles

Tube ouvert - fermé

Si on a un tube ouvert à une extrémité, il doit y avoir le centre d'un ventre à ce bout du tube. Si le tube est fermé à l'autre extrémité, il doit y avoir un nœud à ce bout du tube. Malgré ces contraintes, il y a plusieurs possibilités, appelées modes ou harmoniques.



$n = 1$ 1er mode = 1re harmonique

$$L = \frac{\lambda}{4}$$

$n = 3$ 2e mode = 3e harmonique

$$L = \frac{3\lambda}{4}$$

$n = 5$ 3e mode = 5e harmonique

$$L = \frac{5\lambda}{4}$$

$n = 7$ 4e mode = 7e harmonique

$$L = \frac{7\lambda}{4}$$

$n = 9$ 5e mode = 9e harmonique

$$L = \frac{9\lambda}{4}$$

On remarque alors le lien suivant entre la longueur du tube L et la longueur d'onde.

$$L = \frac{n\lambda_n}{4} \quad \text{où } n \text{ est un entier impair}$$

Ce nombre impair est le numéro de l'harmonique. Ainsi, le 4e mode correspond au 7e harmonique. Le premier mode peut aussi s'appeler le mode fondamental.

On a donc

Les longueurs d'onde possibles pour une onde sonore stationnaire dans le tube fermé

$$\lambda_n = \frac{4L}{n} \quad \text{où } n \text{ est un entier impair}$$

Les fréquences possibles se trouvent avec $v = \lambda f$. On obtient alors

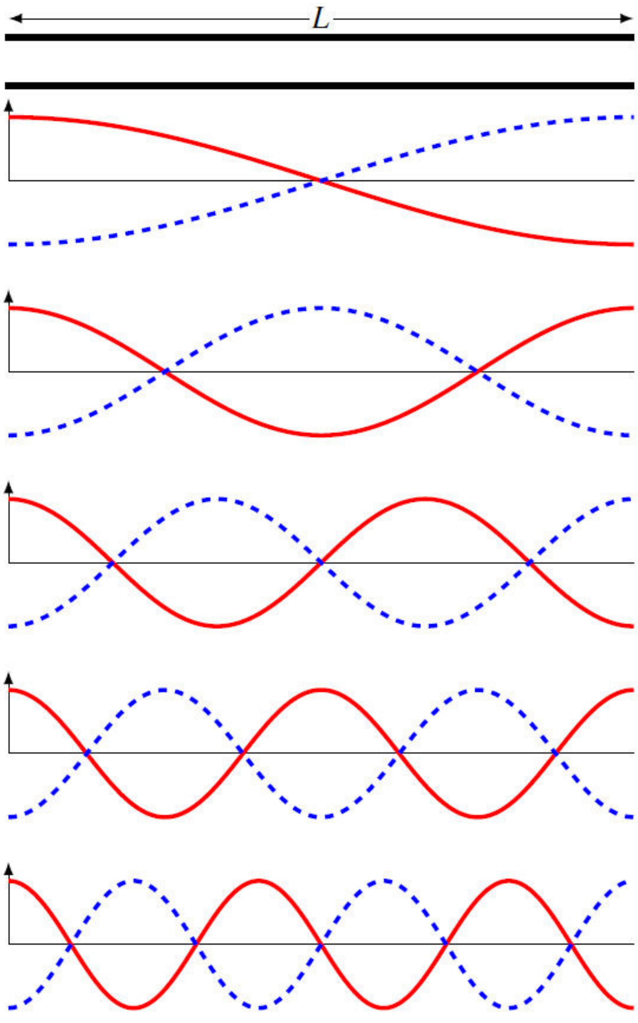
Les fréquences possibles pour une onde sonore stationnaire dans le tube fermé

$$f_n = \frac{nv}{4L} = nf_1 \quad \text{où } n \text{ est un entier impair}$$

L'animation suivante montre le mouvement des molécules d'air dans un tuyau fermé.
https://youtu.be/JfvTXmIFMKY

Tube ouvert - ouvert

Si on a un tube ouvert aux deux extrémités, il doit y avoir le centre d'un ventre à chaque bout du tube. Malgré ces contraintes, il y a plusieurs modes possibles.



$n = 1$ 1[er] mode = 1[re] harmonique
$$L = \frac{\lambda}{2}$$

$n = 2$ 2[e] mode = 2[e] harmonique
$$L = \lambda$$

$n = 3$ 3[e] mode = 3[e] harmonique
$$L = \frac{3\lambda}{2}$$

$n = 4$ 4[e] mode = 4[e] harmonique
$$L = 2\lambda$$

$n = 5$ 5[e] mode = 5[e] harmonique
$$L = \frac{5\lambda}{2}$$

On remarque alors le lien suivant entre la longueur du tube L et la longueur d'onde.

$$L = \frac{n\lambda_n}{2} \quad \text{où } n \text{ est un entier}$$

Encore une fois, n est le numéro de l'harmonique. Dans ce cas, il n'y a pas de différence entre le mode et l'harmonique. Le 4e mode correspond à la 4e harmonique. Ici aussi, le premier mode peut aussi s'appeler le mode fondamental. On a donc

Les longueurs d'onde possibles pour une onde sonore stationnaire dans le tube ouvert

$$\lambda_n = \frac{2L}{n} \quad \text{où } n \text{ est un entier}$$

Les fréquences possibles se trouvent avec $v = \lambda f$. On obtient alors

Les fréquences possibles pour une onde sonore stationnaire dans le tube ouvert

$$f_n = \frac{nv}{2L} = nf_1 \quad \text{où } n \text{ est un entier}$$

On ne fera pas le cas où le tuyau est fermé aux deux bouts, car le son ne peut pas entrer dans le tube et former d'ondes stationnaires (quoique ce serait possible si on mettait un petit hautparleur dans le tube). Si on le faisait, on verrait que les longueurs d'onde et les fréquences sont identiques au cas du tuyau ouvert aux deux bouts.

L'animation suivante montre le mouvement des molécules d'air dans un tuyau ouvert.
https://youtu.be/x0HyBi-VSwM

Instruments de musique

Les ondes stationnaires dans les tubes sont à la base du fonctionnement des instruments de musique à vent. Par exemple, une flute à bec est simplement un tuyau ouvert aux deux extrémités. D'un côté, il y a un sifflet qui sert de source sonore. Ce son entre ensuite dans un tube où il se forme une onde stationnaire. Quel mode aura-t-on alors ? Tous les modes possibles peuvent être présents en même temps. Le son qu'on entendra sera donc la superposition de plusieurs sons avec des fréquences correspondantes aux fréquences des harmoniques possibles. La note jouée par l'instrument est toujours la fréquence fondamentale (fréquence du mode fondamentale ou de la première harmonique).

Si on change la longueur du tube, on change les fréquences. On voit bien avec les formules des fréquences qui si on augmente la longueur du tube, on diminue la fréquence. Le son est donc plus grave. Dans le cas d'une flute, on change la longueur en bouchant des trous avec nos doigts alors pour un orgue, on change la note en envoyant le son dans un tube d'une longueur différente. C'est pour ça qu'un orgue a plusieurs tuyaux, comme cet orgue à St-Martin-in-the-Fields à Londres.

Exemple 5.7.1

Un tuyau d'orgue a une longueur de 26 cm et il fait 25 °C.

a) Quelles sont les fréquences des trois premiers modes si le tuyau est ouvert ?

La fréquence des harmoniques d'un tuyau ouvert est

$$f_n = \frac{nv}{2L}$$

Pour les calculer, il nous faudra la vitesse du son. Cette vitesse est

$$\begin{aligned} v &= 331,3\tfrac{m}{s} \cdot \sqrt{\frac{298,15K}{273,15K}} \\ &= 346,1\tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

La fréquence fondamentale est donc

$$\begin{aligned} f_1 &= \frac{v}{2L} \\ &= \frac{346,1\tfrac{m}{s}}{2 \cdot 0,26m} \\ &= 666Hz \end{aligned}$$

Les autres fréquences sont

$$\begin{aligned} f_2 &= 2f_1 = 1332Hz \\ f_3 &= 3f_1 = 1998Hz \end{aligned}$$

b) Quelles sont les fréquences des trois premiers modes si le tuyau est fermé ?

La fréquence des harmoniques d'un tuyau fermé est

$$f_n = \frac{nv}{4L}$$

La fréquence fondamentale est donc

$$\begin{aligned} f_1 &= \frac{v}{4L} \\ &= \frac{346,1\tfrac{m}{s}}{4 \cdot 0,26m} \\ &= 333Hz \end{aligned}$$

Les autres fréquences sont

$$f_3 = 3f_1 = 999Hz$$
$$f_5 = 5f_1 = 1665Hz$$

(Les valeurs de n doivent être impaires dans ce cas.)

On remarque aussi que plusieurs instruments à vent ont un bout évasé. La trompette est un excellent exemple.

/fr.vikidia.org/wiki/Trompette

Cette forme fait que le changement d'impédance à la sortie de la trompette se fait de façon graduelle, ce qui évite que l'onde se reflète dans la trompette quand le son sort de l'instrument. Pour éviter complètement les réflexions, il faut que la forme soit celle d'une fonction exponentielle.

S'il n'y avait pas cette forme évasée, il se formerait deux ondes stationnaires dans l'instrument. Par exemple, avec une clarinette, il se formerait une onde entre l'embouchure et le trou ouvert, et une autre entre le trou ouvert et le bout de l'instrument. Avec une forme évasée, il n'y a pas de réflexion au bout de l'instrument et la deuxième onde stationnaire ne peut pas se former.

5.8 LES ONDES COMPLEXES

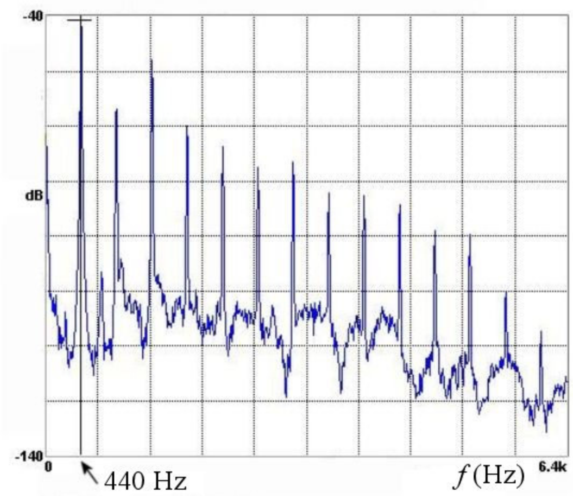
Pourquoi une guitare et un piano font-ils des sons différents s'ils jouent la même note ? S'ils jouent le *la* à 440 Hz, les ondes devraient être identiques. Il n'y a rien qui ressemble plus à une fonction sinusoïdale qu'une autre onde sinusoïdale de même fréquence.

L'intensité des harmoniques

Le son est différent parce que le son d'un instrument n'est pas une simple onde sinusoïdale. C'est le résultat de la superposition de plusieurs ondes sinusoïdales. Plus précisément, c'est le résultat de la superposition des différentes harmoniques créées par l'instrument.

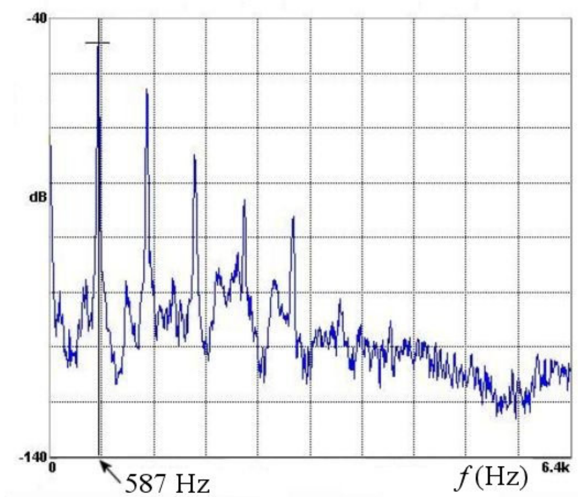
Quand on joue un instrument à une certaine note, la note correspond à la fréquence de la première harmonique. Toutefois, il n'y aura pas que ce son qui est présent. Toutes les autres harmoniques sont présentes en même temps. Toutefois, l'intensité relative de ces différentes harmoniques change selon l'instrument joué. Par exemple, voici un graphique montrant l'intensité du son en fonction de la fréquence pour une clarinette qui joue une note à 440 Hz.

On remarque que l'intensité est grande à 440 Hz, ce qui est normal puisque c'est la note jouée par l'instrument. On remarque également qu'il y a des pics d'intensité à tous les multiples de cette fréquence : ce sont les harmoniques. Dans le cas de la clarinette à 440 Hz, on peut voir que la troisième harmonique (1320 Hz) est plus intense que la deuxième harmonique (880 Hz). L'intensité diminue ensuite graduellement pour les autres harmoniques. Ces différentes harmoniques dans ces proportions nous donnent un son qui est celui d'une clarinette. Si vous changez l'intensité relative des harmoniques, le son ne ressemble plus du tout au son d'une clarinette.



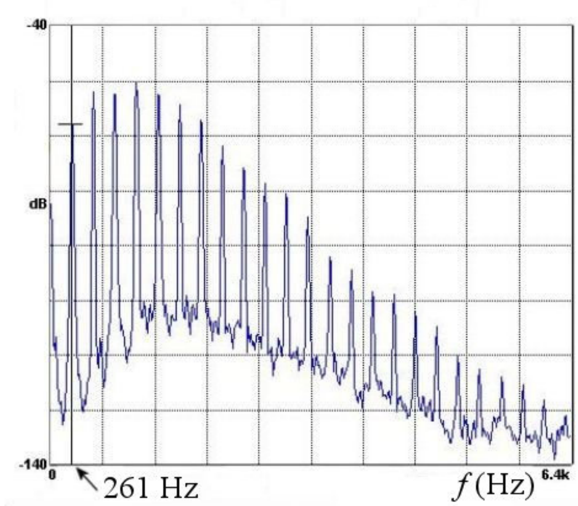
www.ugcs.caltech.edu/~tasha/

Voici maintenant le graphique de l'intensité du son en fonction de la fréquence pour une flute à 587 Hz.



On voit encore une fois que le son est composé des différentes harmoniques. Dans ce cas, l'intensité des harmoniques n'est pas la même que celle de la clarinette. Un son composé de ces harmoniques avec les intensités montrées sur la figure correspond au son d'une flute qui joue une note à 587 Hz.

Les intensités des harmoniques sont aussi différentes pour la trompette à 267 Hz.

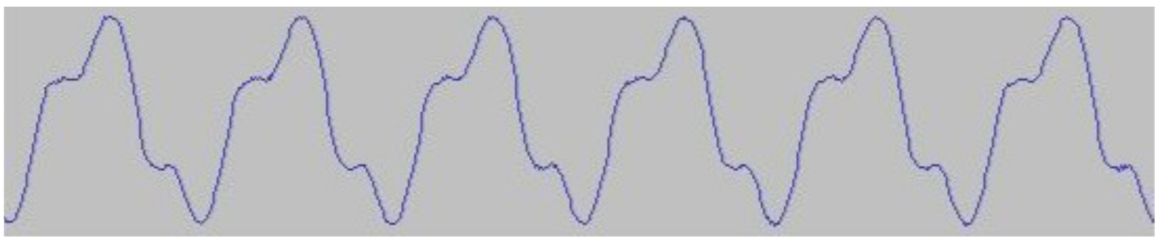


De toute évidence, l'intensité des harmoniques est différente encore ici puisque la 4^{e} harmonique est celle dont l'intensité est la plus forte après la fréquence fondamentale. Un son avec des harmoniques ayant ces intensités nous donne le son d'une trompette.

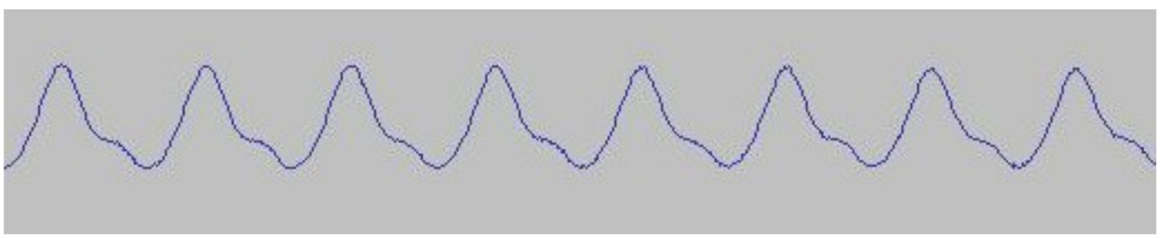
La forme de l'onde

En fait, en additionnant plusieurs harmoniques, on crée une onde ayant une forme différente de celle d'un sinus. Il a été démontré au 19e siècle que n'importe quelle onde périodique est en réalité une superposition d'harmoniques. Vous pouvez d'ailleurs vous amuser à ajouter des harmoniques d'intensité variable pour voir la forme de l'onde résultante et entendre le son qui correspond à cette onde.
https://www.compadre.org/osp/EJSS/4116/144.htm
Cela veut dire qu'il existe une autre façon de comprendre pourquoi une guitare et un piano ont un son différent. Si l'intensité relative des différentes harmoniques est différente pour chaque instrument, alors cela veut dire que la forme de l'onde est différente.

La forme de l'onde du son fait par une clarinette et bien différente de la forme de l'onde du son faite par une flute ou une trompette.



Clarinette à 440 Hz



Flute à 587 Hz

Trompette à 261 Hz

www.ugcs.caltech.edu/~tasha/

Dans ces trois cas, le déplacement des molécules d'air n'est pas donné par une fonction sinusoïdale, mais par une fonction bien plus compliquée.

Avec des formes d'onde différentes, le son est différent, même si la fréquence est la même.

Le timbre

La différence entre des sons de même fréquence s'appelle le ***timbre***. Si une flute et une clarinette ont des sons différents quand ils jouent la même note, c'est que leur timbre est différent.

Différence de timbre

Deux instruments qui jouent la même note ont un timbre différent parce que

1) La forme de l'onde sonore est différente.

ou (équivalent)

2) L'intensité relative des harmoniques est différente

Ces deux explications sont tout à fait équivalentes, car vous changez la forme de l'onde si vous changez l'intensité relative des harmoniques.

Quelques démonstrations

Dans la démonstration suivante, on va faire jouer le son d'une seule harmonique avant le son de l'instrument. On commence avec le son de la première harmonique, suivi par le son de l'instrument. On continue ensuite avec le son de la deuxième harmonique suivi du son de l'instrument et ainsi de suite avec toutes les harmoniques. Cela permet de mieux percevoir le son fait par une harmonique spécifique dans le son de l'instrument.
http://physique.merici.ca/ondes/sons/harmoniqueavantson.mp3

Dans cette autre démonstration, on va ajouter les harmoniques une à une pour former le son de l'instrument. On commence avec la première harmonique uniquement. Ensuite, le son est fait des deux premières harmoniques, puis fait des trois premières harmoniques et ainsi de suite. Vous allez voir que ça prend plusieurs harmoniques avant de pouvoir reconnaitre l'instrument.
http://physique.merici.ca/ondes/sons/ajoutharmonique.mp3

En réalité, l'intensité relative des harmoniques ne varie pas seulement pour chaque instrument, mais pour chaque note des instruments. Les intensités relatives des harmoniques d'un basson qui joue un *la*, ne sont pas les mêmes que les intensités relatives d'un basson qui joue un *ré*. Dans la démonstration suivante, on va entendre un basson. Initialement, le basson joue plusieurs notes. Ensuite, on va modifier le son de l'instrument de sorte que l'intensité relative des harmoniques est la même que celle de la note la plus élevée jouée par le basson. Évidemment, les notes aigües ont leur sonorité normale, car l'intensité relative des harmoniques n'a pas beaucoup changé pour ces notes. Par contre, les notes graves ne sonnent plus du tout comme elles le devraient, ce qui veut dire que les intensités relatives des harmoniques n'étaient pas les mêmes que les notes aigües.
http://physique.merici.ca/ondes/sons/memespectreauxnotes.mp3

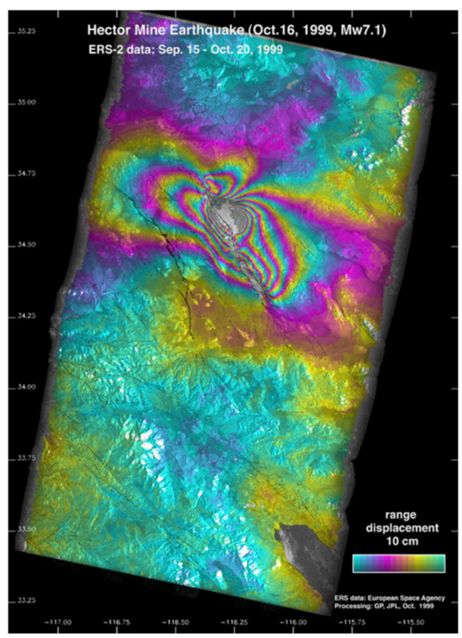
C'est même encore plus compliqué que cela puisque les variations d'intensité en fonction du temps font partie aussi du processus pour reconnaitre un instrument. Dans la démonstration suivante, on joue une pièce de Bach au piano. On la joue ensuite à l'envers et on prend l'enregistrement et on le fait jouer à l'envers. La pièce revient alors dans le bon sens, mais la variation d'intensité de son en fonction du temps est inversée. L'intensité relative des harmoniques est restée la même puisqu'on joue la même note avec le même instrument, mais on ne reconnait plus du tout le piano…
http://physique.merici.ca/ondes/sons/attack-decay.mp3

Les voix humaines ont des timbres différents pour la même raison : l'intensité relative des harmoniques est différente d'une personne à l'autre. Le son se forme dans la gorge qui joue le rôle de tube. Il se forme des ondes stationnaires dans ce tube et plusieurs harmoniques sont présentes en même temps. Selon l'intensité relative des harmoniques, notre voix a un timbre précis. En passant, on peut changer notre voix en changeant les fréquences émises. Si on respire de l'hélium, les fréquences produites par la voix changeront, non pas parce que les longueurs d'onde changent (elles dépendent de la forme de la gorge), mais parce que la vitesse du son dans l'hélium est différente de la vitesse dans l'air. Avec une vitesse plus grande, on obtient des sons de plus grande fréquence, ce qui nous donne une voix plus aigüe. Si on respire de l'hexafluorure de soufre (qui, semble-t-il, n'est pas toxique), le contraire se produira, car la vitesse du son dans ce gaz est plus petite que dans l'air. On a alors une voix plus grave qu'à la normale.
http://www.youtube.com/watch?v=FvvSIAqOkIw

5.9 QUELQUES APPLICATIONS DE L'INTERFÉRENCE

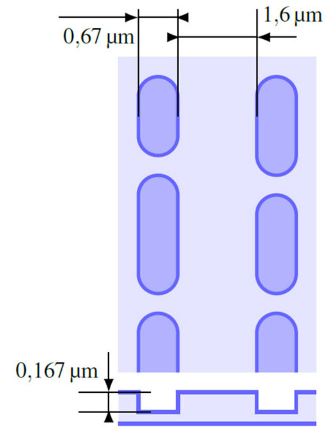
L'interférométrie

Voici une application de l'interférence très intéressante : certains satellites envoient des microondes à la surface de la Terre et mesurent la phase de l'onde réfléchie. Si le satellite repasse au-dessus de cet endroit après un tremblement de terre qui a provoqué un changement de hauteur dans le sol, le signal prendra un peu moins de temps pour arriver au satellite si le sol a monté ou un peu plus de temps pour arriver au satellite si le sol a descendu. La phase du signal reçu va donc changer. En comparant les signaux avant et après le mouvement du sol, on obtient de l'interférence, ce qui nous permet de mesurer les variations de hauteur du sol. La figure de droite montre ce qu'on a obtenu suite à un tremblement de terre survenu en Californie en 1999.

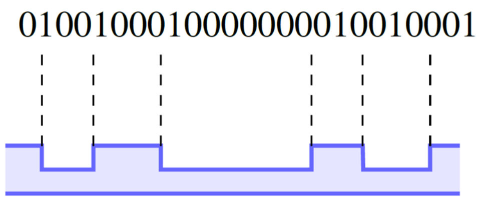


www-radar.jpl.nasa.gov/sect323/InSar4crust/HME/

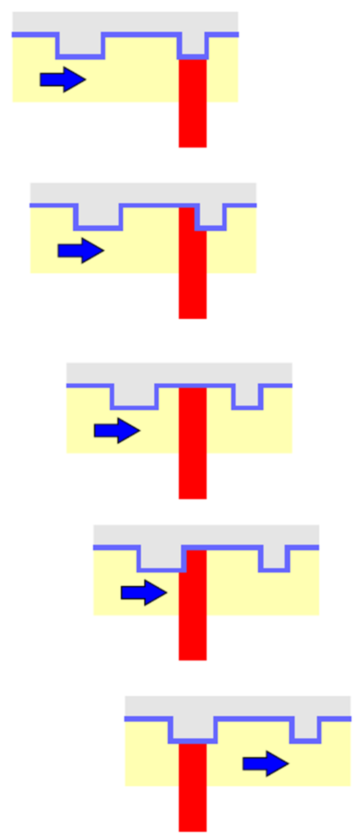
La lecture d'un CD



L'interférence sert aussi à la lecture des CD. À la surface des CD, l'information est codée à l'aide de trous gravés à la surface du disque. La profondeur des trous est égale au quart de la longueur d'onde du laser utilisé pour lire le disque. Les surfaces hautes sont appelées des *plateaux* et les surfaces basses sont appelées des *trous*.



Les seules informations qu'il y a sur le disque sont des 0 et des 1. Pour les 0, on ne change rien à la surface du disque alors que pour les 1, on passe d'un trou à un plateau ou d'un plateau à un trou, comme illustré sur la figure.



La lecture se fait avec un laser. (N'essayez pas de voir le laser dans votre lecteur, il a une longueur d'onde 780 nm dans l'air, ce qui est dans la partie infrarouge du spectre). Quand le laser frappe une surface uniforme (1re, 3e et 5e images), il est réfléchi normalement et le capteur capte la réflexion. Quand le laser arrive à un endroit où la hauteur change (2e et 4e images), il y a une partie du laser qui se reflète sur le plateau et une autre partie qui se reflète dans le trou. Or, comme la profondeur du trou est de $\lambda/4$, le trajet supplémentaire (l'aller-retour) que doit faire la partie du laser qui se réfléchie dans le trou a une longueur de $\lambda/2$, ce qui correspond à un déphasage de π entre les deux parties du laser. Il y a alors de l'interférence destructive entre les deux parties du laser et le capteur ne capte plus rien. Donc quand le capteur capte de la lumière, c'est un 0 et quand il ne capte plus de lumière, c'est un 1.

(Vous remarquez peut-être que la profondeur des trous (167 nm) ne correspond pas au quart de la longueur d'onde du laser (780 nm). C'est que le trajet supplémentaire du laser se fait dans le polycarbonate, ce qui diminue la longueur d'onde à cause de l'indice de réfraction du polycarbonate.)

Écouteur antibruit

On peut acheter des écouteurs qui éliminent les bruits ambiants. Sur ces écouteurs, il y a des microphones qui détectent les bruits ambiants. Les écouteurs émettent alors une onde identique, mais déphasée de π radians, appelée l'antibruit. Les deux ondes font alors de l'interférence destructive, ce qui élimine les bruits ambiants. C'est ce qu'on appelle le *contrôle actif du bruit*.

RÉSUMÉ DES ÉQUATIONS

Principe de superposition

$$y_{tot} = y_1 + y_2 + y_3 + \dots$$

Amplitude résultante de deux ondes de même amplitude A qui interfèrent

$$A_{tot} = \left| 2A\cos\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right) \right|$$

Amplitude résultante de deux ondes ayant des amplitudes A_1 et A_2 qui interfèrent

$$A_{tot} = \sqrt{A_1^2 + 2A_1A_2\cos(\Delta\phi) + A_2^2}$$

Condition pour obtenir de l'interférence constructive

$$\Delta\phi = 2m\pi \text{ où } m \text{ est un entier.}$$

Amplitude quand il y a de l'interférence constructive

$$A_{tot} = A_1 + A_2$$

Condition pour obtenir de l'interférence destructive

$$\Delta\phi = (2m+1)\pi \text{ où } m \text{ est un entier}$$

Amplitude quand il y a de l'interférence destructive

$$A_{tot} = |A_1 - A_2|$$

Déphasage entre deux ondes

$$\Delta\phi = \Delta\phi_T + \Delta\phi_S + \Delta\phi_R$$

Calcul de $\Delta\phi_T$

$$\Delta\phi_T = -\omega\Delta t = -\frac{\Delta t}{T}2\pi$$

$$\Delta\phi_T = -\frac{\Delta r}{\lambda}2\pi$$

Calcul de $\Delta\phi_S$

$$\Delta\phi_S = \phi_{\text{source 2}} - \phi_{\text{source 1}}$$

Calcul de $\Delta\phi_R$

$$\phi_R = 0 \text{ (pas inversée) ou } \pi \text{ (inversée)}$$
$$\Delta\phi_R = \phi_{R2} - \phi_{R1}$$

Déphasage entre les deux ondes réfléchies dans des couches minces

$$\Delta\phi = \frac{4\pi n_p e}{\lambda_0} + \Delta\phi_R$$

où $\Delta\phi_R$ peut seulement être 0, π ou $-\pi$, cela dépend des indices de réfraction.

Fréquence de l'oscillation avec deux ondes de fréquences différentes

$$f_{osc} = \frac{f_1 + f_2}{2}$$

Fréquence du changement d'amplitude

$$f_{ampli} = \left| f_1 - f_2 \right|$$

Les battements

$$f_{son} = \frac{f_1 + f_2}{2} \qquad f_{battements} = \left| f_1 - f_2 \right|$$

Équation d'une onde stationnaire

$$y_{tot} = 2A \sin kx \cos \omega t$$

Amplitude d'oscillation d'une onde stationnaire

$$A_{tot} = \left| 2A \sin kx \right|$$

Longueurs d'onde possibles pour obtenir une onde stationnaire sur une corde

$$\lambda_n = \frac{2L}{n} \text{ (n est un entier positif)}$$

Distance entre les nœuds d'une onde stationnaire

$$\text{distance} = \frac{\lambda}{2}$$

Fréquences possibles pour une onde stationnaire sur une corde

$$f_n = \frac{nv}{2L} = nf_1$$

Fréquences possibles pour une onde stationnaire dans une corde

$$f_n = \frac{n}{2L}\sqrt{\frac{F_T}{\mu}}$$

Les longueurs d'onde possibles pour une onde sonore stationnaire dans le tube fermé

$$\lambda_n = \frac{4L}{n} \text{ où } n \text{ est un entier impair}$$

Les fréquences possibles pour une onde sonore stationnaire dans le tube fermé

$$f_n = \frac{nv}{4L} = nf_1 \quad \text{où } n \text{ est un entier impair}$$

Les longueurs d'onde possibles pour une onde sonore stationnaire dans le tube ouvert

$$\lambda_n = \frac{2L}{n} \text{ où } n \text{ est un entier}$$

Les fréquences possibles pour une onde sonore stationnaire dans le tube ouvert

$$f_n = \frac{nv}{2L} = nf_1 \quad \text{où } n \text{ est un entier}$$

Différence de timbre

Deux instruments qui jouent la même note ont un timbre différent parce que

1) La forme de l'onde sonore est différente.

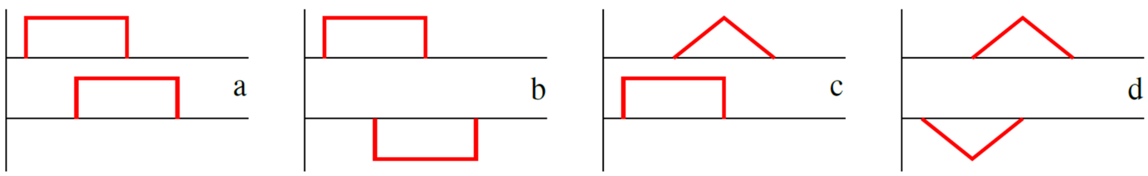
ou

2) L'intensité relative des harmoniques est différente

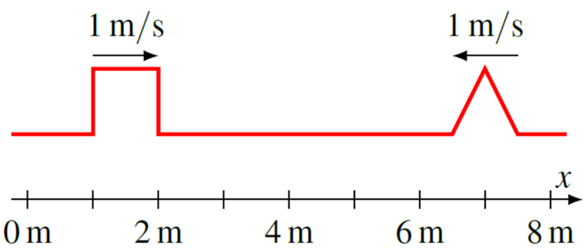
EXERCICES

5.1 Le principe de superposition

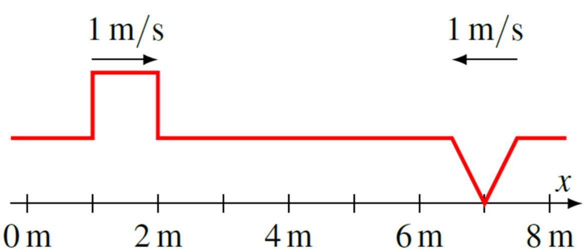
1. Dessinez le résultat de la superposition de ces ondes.



2. Dessinez l'onde résultante 2,5 secondes plus tard.



3. Dessinez l'onde résultante 2,5 secondes plus tard.



5.2 La superposition de deux ondes sinusoïdales

4. Quelle est l'amplitude de l'oscillation résultante quand on additionne les deux ondes suivantes ?

$$y_1 = 0,2m \cdot \sin\left(20\tfrac{rad}{m} \cdot x + 45\tfrac{rad}{s} \cdot t + 4rad\right)$$
$$y_2 = 0,2m \cdot \sin\left(20\tfrac{rad}{m} \cdot x + 45\tfrac{rad}{s} \cdot t - 1rad\right)$$

5. Quelle est l'amplitude de l'oscillation résultante quand on additionne les deux ondes suivantes ?

$$y_1 = 0,5m \cdot \sin\left(10\tfrac{rad}{m} \cdot x - 60\tfrac{rad}{s} \cdot t + 2rad\right)$$
$$y_2 = 0,4m \cdot \sin\left(10\tfrac{rad}{m} \cdot x - 60\tfrac{rad}{s} \cdot t - 1,5rad\right)$$

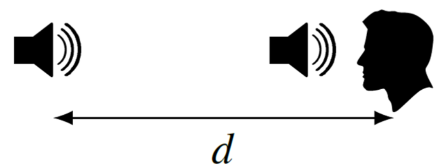
6. Quelle onde de même amplitude doit-on additionner à l'onde $y_1 = 0,1m \cdot \sin\left(30\frac{rad}{m} \cdot x + 100\frac{rad}{s} \cdot t + 1rad\right)$ pour qu'il y ait…

   a) de l'interférence constructive ?
   b) de l'interférence destructive ?

   (Donner des réponses dans lesquelles la constante de phase est entre 0 et 2π.)

5.3 Le déphasage entre deux ondes

Utilisez cette figure pour toutes les questions de cette section.



7. Deux sources émettent en phase des ondes sonores avec une longueur d'onde de 50 cm. On est à 5,2 m d'une source A et à 3,6 m d'une source B. Quel est le déphasage entre les ondes reçues de ces sources ?

8. Deux sources émettent des ondes sonores avec une longueur d'onde de 40 cm. On est à la même distance des deux sources. Quel est le déphasage entre les ondes reçues de ces sources sachant que la source B est en avance d'un tiers de cycle sur la source A ?

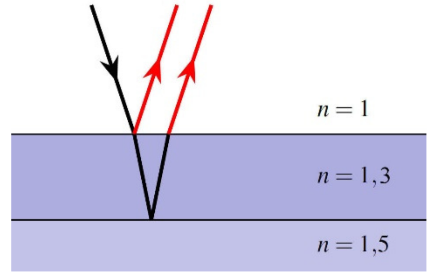
9. Deux sources émettent des ondes sonores avec une longueur d'onde de 20 cm. On est à 5 m d'une source A et à 3 m d'une source B. Quel est le déphasage entre les ondes reçues de ces sources sachant que la source B est en retard d'un quart de cycle sur la source A ?

10. Deux hautparleurs émettent, en phase, un son ayant une longueur d'onde de 25 cm. Quelle est la distance minimale *d* entre les hautparleurs qu'il doit y avoir pour qu'il y ait de l'interférence destructive pour l'observateur ?

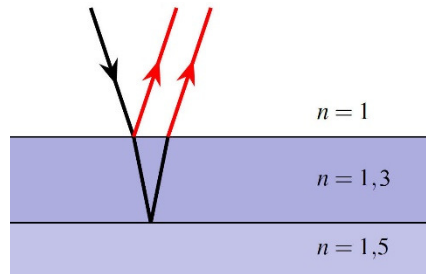
11. Il y a deux hautparleurs (A et B) qui émettent tous les deux un son ayant une longueur d'onde de 32 cm. Toutefois, le hautparleur B est en avance d'un huitième de cycle sur le hautparleur A. Hildegarde entend le son de ces deux hautparleurs. Quel doit être la différence de marche (Δr) minimale pour qu'il y ait de l'interférence destructive à l'endroit où est située Hildegarde ?

5.4 Les couches minces

12. Dans la situation montrée sur la figure, quelles sont les longueurs d'onde qui ont une petite intensité (donc qui font de l'interférence destructive) de la lumière visible réfléchie si la couche a une épaisseur de 450 nm ?



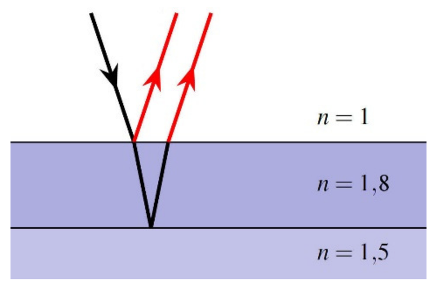
13. Dans la situation montrée sur la figure, quelles sont les longueurs d'onde qui ont une grande intensité (donc qui font de l'interférence constructive) de la lumière visible réfléchie si la couche a une épaisseur de 450 nm ?



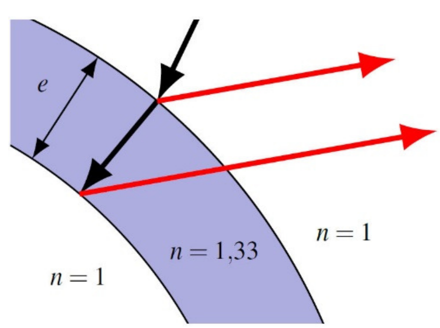
14. Une couche mince d'essence ayant une épaisseur de 250 nm et un indice de réfraction de 1,6 flotte à la surface d'un lac (n = 1,33). De la lumière bleue ayant une longueur d'onde de 450 nm se réfléchit sur les deux surfaces de la couche.

a) Quel est le déphasage entre les deux ondes réfléchies ?
b) Quelle est l'amplitude de la lumière réfléchie par rapport à celle qu'on aurait eue s'il n'y avait pas d'essence sur le lac si on suppose que les deux réflexions ont la même amplitude ?

15. Dans la situation montrée sur la figure, la lumière ayant une longueur d'onde de 550 nm se réfléchit en faisant de l'interférence constructive. Quelle est l'épaisseur minimale de la couche ?



16. De la lumière blanche se réfléchit sur une couche mince d'une bulle de savon. Dans la lumière visible réfléchie, la longueur d'onde de 478,8 nm fait de l'interférence destructive alors que la longueur d'onde de 638,4 nm fait de l'interférence constructive. Quelle est l'épaisseur minimale de la paroi de la bulle ?



5.5 La superposition de deux ondes de fréquences différentes

17. On fait jouer simultanément deux sons ayant des fréquences de 500 Hz et 508 Hz.

a) Quelle est la fréquence du son entendu ?
b) Quelle est la fréquence des battements ?

18. Une personne entend deux ondes sonores sinusoïdales simultanément. Elle entend alors un son ayant une fréquence de 350 Hz et ayant des battements d'une fréquence de 6 Hz. Quelles sont les fréquences des deux ondes sinusoïdales ?

19. Pour accorder une guitare, on peut utiliser un appareil (ou une application sur iPad) qui produit un son à la fréquence que doit avoir la corde de guitare. Pierre-Paul utilise donc un tel appareil pour accorder la plus petite corde de guitare. L'appareil produit donc un son à 329,6 Hz, qui est la fréquence que doit avoir cette corde quand elle est accordée. En faisant jouer l'appareil et la corde en même temps, Pierre-Paul entend des battements ayant une fréquence de 4,2 Hz. À ce moment, la tension de la corde est de 1300 N. Il remarque alors que s'il augmente la tension de la corde, la fréquence des battements diminue. Quelle doit être la tension de la corde pour qu'elle produise un son à 329,6 Hz ?

20. Avec un radar de police fonctionnant avec une fréquence de 25 GHz, la fréquence de la variation d'amplitude obtenue en combinant l'onde émise et l'onde réfléchie captée par le radar est de 6000 Hz. Quelle est la vitesse de la voiture ?

5.6 Les ondes stationnaires

21. L'équation d'une onde stationnaire est

$$y_{tot} = 6cm \cdot \sin\left(40\pi \tfrac{rad}{m} \cdot x\right) \cdot \cos\left(200\pi \tfrac{rad}{s} \cdot t\right)$$

a) Quelle est la fréquence de cette onde ?
b) Quelle est la longueur d'onde de cette onde ?
c) Quelle est la vitesse des ondes sur cette corde ?
d) Quelle est la vitesse de la corde à x = 0,02 m et t = 0,022 s ?
e) Quelle est l'amplitude des oscillations à x = 0,5 cm ?

22. Ces deux ondes se superposent pour former une onde stationnaire

$$y_1 = 2cm \cdot \sin\left(10\pi \tfrac{rad}{m} \cdot x - 50\pi \tfrac{rad}{s} \cdot t\right)$$
$$y_2 = 2cm \cdot \sin\left(10\pi \tfrac{rad}{m} \cdot x + 50\pi \tfrac{rad}{s} \cdot t\right)$$

Quelle est l'équation de l'onde stationnaire résultante $y_{tot} = 2A\sin(kx)\cos(\omega t)$?

23. Deux ondes sinusoïdales allant dans des directions opposées se rencontrent pour former une onde stationnaire sur une corde. Ces ondes ont toutes les deux une amplitude de 5 cm, une longueur d'onde de 20 cm et une période de 0,05 s.

a) Quelle est l'équation de l'onde stationnaire ?
$$y_{tot} = 2A\sin(kx)\cos(\omega t)$$
b) Quelle est la distance entre les nœuds de l'onde stationnaire ?
c) Quelle est l'amplitude des oscillations à 1 cm des nœuds ?

24. Une onde stationnaire a une amplitude de 5 mm au centre des ventres et la distance entre les nœuds de l'onde stationnaire est de 20 cm. La tension de la corde est de 12 N et la masse linéique de la corde est de 30 g/m. Quelle est l'équation de l'onde stationnaire ?

$$y_{tot} = 2A\sin(kx)\cos(\omega t)$$

25. Une corde a une longueur de 60 cm et une masse linéique de 20 g/m. Quelle doit être la tension de la corde pour que la fréquence de la quatrième harmonique soit de 400 Hz ?

26. La fréquence de la deuxième harmonique sur une corde est de 400 Hz. Quelle est la vitesse des ondes sur cette corde si elle a une longueur de 2 m ?

27. L'équation d'une onde stationnaire est

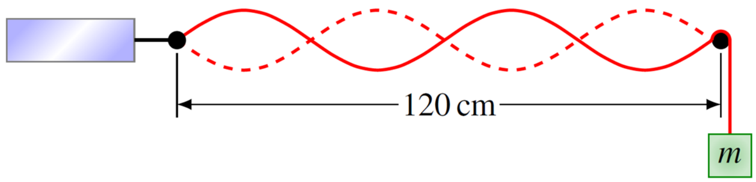
$$y_{tot} = 2cm \cdot \sin\left(20\pi \tfrac{rad}{m} \cdot x\right) \cdot \cos\left(300\pi \tfrac{rad}{s} \cdot t\right)$$

Quelle est la longueur de la corde si cette onde stationnaire correspond à la troisième harmonique ?

28. Une corde a une longueur de 50 cm et une tension de 350 N. Quelle est la masse linéique de la corde si la fréquence fondamentale des ondes stationnaires est de 50 Hz ?

29. Une corde tendue a une fréquence fondamentale de 200 Hz si la tension est de 100 N. Quelle devrait être la tension si on voulait que la fréquence de la cinquième harmonique soit de 500 Hz ?

30. Quelle doit être la masse de l'objet suspendu pour obtenir cette onde stationnaire sachant que la masse linéique de la corde est de 36 g/m et que la fréquence d'oscillation est de 160 Hz ?



31. Une corde tendue a une fréquence fondamentale de 50 Hz si la corde a une longueur de 100 cm. Quelle devrait être la longueur d'une corde ayant la même tension et la même masse linéique si on voulait que la fréquence de la deuxième harmonique soit de 400 Hz ?

32. La corde A a une longueur de 1 m et une tension de 100 N alors que la corde B a une longueur de 25 cm et une tension de 25 N. Quel est le rapport de la fréquence fondamentale de la corde A sur la fréquence fondamentale de la corde B (f_{1A} / f_{1B}) si les cordes ont la même masse linéique ?

33. La corde A est tendue et a une fréquence fondamentale de 360 Hz. Quelle sera la fréquence fondamentale de la corde B qui a la même tension et la même masse linéique que la corde A si sa longueur est de seulement 40 % de la longueur de la corde A ?

34. Dans une corde, la fréquence d'une harmonique est de 520 Hz. La fréquence de l'harmonique suivante est de 650 Hz. Quelle est la fréquence de la première harmonique ?

5.7 Les ondes sonores stationnaires

35. Un tuyau a une longueur de 25 cm. Le tuyau est ouvert aux deux extrémités. Quelle est la fréquence des trois premiers modes si la vitesse des ondes sonores est de 340 m/s ?

36. Un tuyau a une longueur de 40 cm. Le tuyau est ouvert à une extrémité et fermé à l'autre extrémité. Quelle est la fréquence des trois premiers modes si la vitesse des ondes sonores est de 340 m/s ?

37. Une source sonore envoie un son ayant une fréquence de 500 Hz dans un tuyau. L'autre extrémité du tuyau est fermée. Quelle doit être la longueur du tuyau pour qu'il y ait une onde stationnaire correspondante à la troisième harmonique si la température de l'air est de 30 °C ?

38. La fréquence du mode fondamental d'un tuyau est de 500 Hz quand la température de l'air est de 25 °C. Quelle sera la fréquence du mode fondamentale si la température de l'air baisse à 0 °C ?

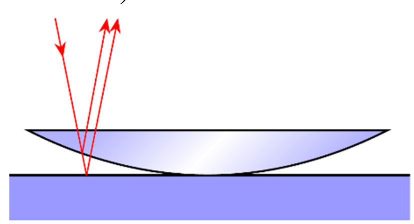
39. On envoie un son dans un tube par un bout ouvert. On remarque alors qu'il y a une onde stationnaire dans le tuyau à 630 Hz et que le mode suivant a une fréquence de 840 Hz.

a) Est-ce que l'autre extrémité du tube est ouverte ou fermée ?
b) Quelle est la longueur du tube si la vitesse du son dans l'air est de 336 m/s ?

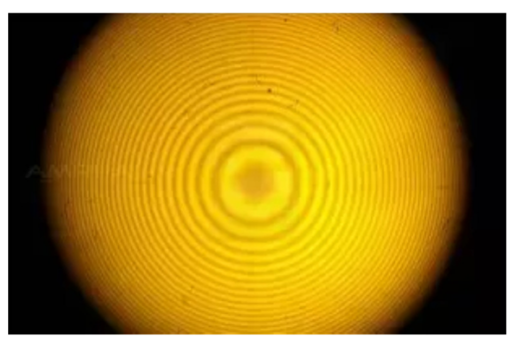
Défis

(Questions plus difficiles que les questions qu'il y aura à l'examen.)

40. Quand on place une lentille convergente faite de verre (ayant la forme montrée sur la figure) sur une surface de verre, on obtient des maximums et des minimums d'interférence de forme circulaire.



Ces cercles s'appellent des anneaux de Newton. Quel est le rayon de 3^e anneau sombre si le rayon de courbure de la face courbée de la lentille est de 60 cm et si la longueur d'onde de la lumière est 600 nm ? (Ne comptez pas la tache sombre centrale comme un anneau.)

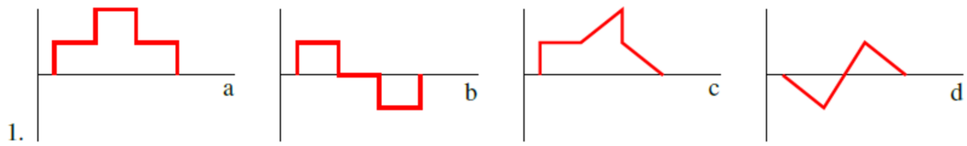


www.quora.com/What-is-a-Newton-ring

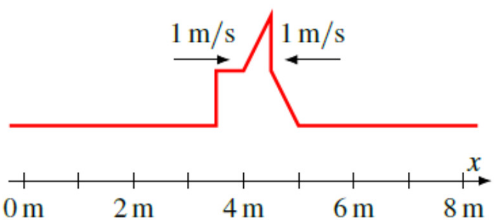
RÉPONSES

5.1 Le principe de superposition

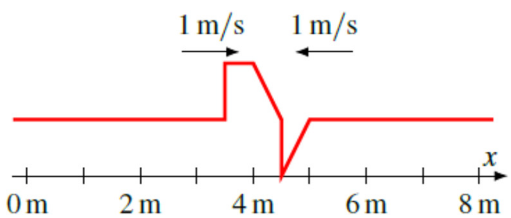
1.



2.



3.



5.2 La superposition de deux ondes sinusoïdales

4. 32,05 cm
5. 18,82 cm
6. a) $y_2 = 0{,}1m \cdot \sin\left(30\tfrac{rad}{m} \cdot x + 100\tfrac{rad}{s} \cdot t + 1\right)$

   b) $y_2 = 0{,}1m \cdot \sin\left(30\tfrac{rad}{m} \cdot x + 100\tfrac{rad}{s} \cdot t + 4{,}142\right)$

5.3 Le déphasage entre deux ondes

7. $32\pi/5$
8. $2\pi/3$
9. 61,26 rad
10. 12,5 cm
11. Il faut que le hautparleur B soit 12 cm plus près que le hautparleur A.

5.4 Les couches minces

12. Seule la longueur d'onde de 468 nm est absente
13. Seule la longueur d'onde de 585 nm est fortement réfléchie

14. a) 14,31 rad b) L'amplitude est 1,286 fois plus grande par rapport à celle qu'on aurait sans couche mince.
15. 76,39 nm
16. 360 nm

5.5 La superposition de deux ondes de fréquences différentes

17. a) 504 Hz b) 8 Hz
18. 347 Hz et 353 Hz
19. 1333,8 N
20. 129,6 km/h

5.6 Les ondes stationnaires

21. a) 100 Hz b) 5 cm c) 5 m/s d) -21,07 m/s e) 3,527 cm
22. $y_{tot} = 4cm \cdot \sin\left(10\pi \frac{rad}{m} \cdot x\right) \cdot \cos\left(50\pi \frac{rad}{s} \cdot t\right)$
23. a) $y_{tot} = 0,1m \cdot \sin\left(10\pi \frac{rad}{m} \cdot x\right) \cdot \cos\left(40\pi \frac{rad}{s} \cdot t\right)$ b) 10 cm c) 3,090 cm
24. $y_{tot} = 0,005m \cdot \sin\left(5\pi \frac{rad}{m} \cdot x\right) \cdot \cos\left(100\pi \frac{rad}{s} \cdot t\right)$
25. 288 N
26. 800 m/s
27. 15 cm
28. 0,14 kg/m
29. 25 N
30. 33,85 kg
31. 25 cm
32. 0,5
33. 900 Hz
34. 130 Hz

5.7 Les ondes sonores stationnaires

35. 680 Hz 1360 Hz et 2040 Hz
36. 212,5 Hz 637,5 Hz et 1062,5 Hz
37. 52,35 cm
38. 478,6 Hz
39. a) ouvert b) 0,8 m

Défis

40. 1,039 mm