Solutionnaire du chapitre 6

1. a) La grandeur de la force centripète est

$$\begin{aligned} F_c &= \frac{mv^2}{r} \\ &= \frac{200kg \cdot \left(34\frac{m}{s}\right)^2}{33m} \\ &= 7006N \end{aligned}$$

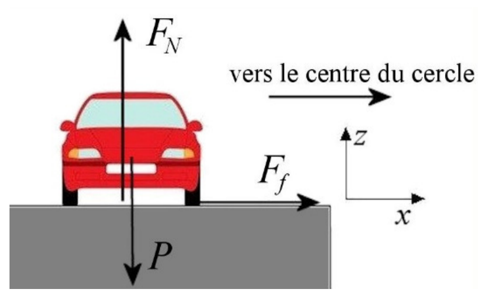
b) La grandeur de la force centripète est

$$\begin{aligned} F_c &= \frac{mv^2}{r} \\ &= \frac{200kg \cdot \left(34\frac{m}{s}\right)^2}{24m} \\ &= 9633N \end{aligned}$$

2. *Les forces agissant sur l'objet*

Dans le virage, il y a 3 forces sur la voiture.

1) La force de gravitation (mg) vers le bas.
2) Une normale (F_N) vers le haut.
3) Une friction (F_f) vers le centre du cercle.



Somme des forces

Les sommes des forces sont

$$\begin{aligned} \sum F_x &= F_f \\ \sum F_z &= -mg + F_N \end{aligned}$$

La 2^e^ loi de Newton

Puisque l'accélération centripète est dirigée vers les x positifs, on a

$$\sum F_x = ma_x \qquad \to \qquad F_f = m\frac{v^2}{r}$$
$$\sum F_z = ma_z \qquad \to \qquad -mg + F_N = 0$$

Solution des équations

L'équation des forces en x donne $F_f = m\frac{v^2}{r}$

et l'équation des forces en y donne $F_N = mg$.

En utilisant ces valeurs dans

$$F_f \leq \mu_s F_N$$

On obtient

$$m\frac{v^2}{r} \leq \mu_s mg$$
$$\frac{v^2}{r} \leq \mu_s g$$
$$\frac{v^2}{rg} \leq \mu_s$$

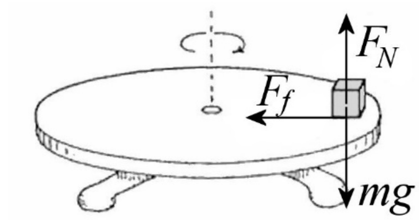
La valeur minimale du coefficient de friction est donc

$$\begin{aligned}\mu_{s\min} &= \frac{v^2}{rg} \\ &= \frac{\left(33,33\,\frac{m}{s}\right)^2}{100m \cdot 9,8\,\frac{N}{kg}} \\ &= 1,134\end{aligned}$$

3. *Forces agissant sur l'objet*

Il y a 3 forces sur le bloc.

1) Une force de gravitation de mg vers le bas.
2) Une normale F_N vers le haut.
3) Une force de friction F_f vers le centre de la trajectoire circulaire.



Somme des forces

Les sommes des forces sont (avec un axe des x vers le centre de la trajectoire circulaire)

$$\sum F_x = F_f$$
$$\sum F_y = -mg + F_N$$

2e loi de Newton

Puisque la force centripète est dirigée dans la direction de l'axe des x, on a

$$\sum F_x = ma_x \qquad \rightarrow \qquad F_f = m\frac{4\pi^2 r}{T^2}$$
$$\sum F_y = ma_y \qquad \rightarrow \qquad -mg + F_N = 0$$

Comme on ne cherche pas la vitesse, mais la période de rotation, on utilise la formule de la force centripète avec la période de rotation.

Solution des équations

L'équation des forces en x donne $F_f = m\frac{4\pi^2 r}{T^2}$

et l'équation des forces en y donne $F_N = mg$.

En utilisant ces valeurs dans

$$F_f \leq \mu_s F_N$$

On obtient

$$m\frac{4\pi^2 r}{T^2} \leq \mu_s mg$$

$$\frac{4\pi^2 r}{T^2} \leq \mu_s g$$

$$\sqrt{\frac{4\pi^2 r}{\mu_s g}} \leq T$$

La période minimale est donc

$$\begin{aligned} T_{\min} &= \sqrt{\frac{4\pi^2 r}{\mu_s g}} \\ &= \sqrt{\frac{4\pi^2 \cdot 0,1m}{0,6 \cdot 9,8\frac{N}{kg}}} \\ &= 0,8194s \end{aligned}$$

4. Point le plus bas de la trajectoire

Forces agissant sur l'objet

Au point le plus bas de la trajectoire, il y a 2 forces sur la voiture.

1) Une force de gravitation de 9800 N vers le bas.
2) Une normale (F_N) vers le haut.

Somme des forces

La somme des forces en y est donc (on utilise un axe des y vers le haut)

$$\sum F_y = -9800N + F_N$$

2e loi de Newton

Puisque la force centripète est dirigée dans la direction de l'axe des y, on a

$$\sum F_y = ma_y \qquad \rightarrow \qquad -9800N + F_N = m\frac{v^2}{r}$$

Solution des équations

La normale est donc

$$-9800N + F_N = 1000kg \cdot \frac{\left(12\frac{m}{s}\right)^2}{5m}$$
$$-9800N + F_N = 28\,800N$$
$$F_N = 38\,600N$$

Point le plus haut de la trajectoire

Forces agissant sur l'objet

Au point le plus haut de la trajectoire, il y a 2 forces sur la voiture.

1) Une force de gravitation de 9800 N vers le bas.
2) Une normale (F_N) vers le bas.

Somme des forces

L'équation des forces en *y* est donc (on utilise un axe des *y* vers le haut)

$$\sum F_y = -9800N - F_N$$

2e loi de Newton

Puisque la force centripète est dirigée dans la direction opposée à l'axe des *y*, on a

$$\sum F_y = ma_y \qquad \rightarrow \qquad -9800N - F_N = -m\frac{v^2}{r}$$

Solution des équations

La normale est donc

$$-9800N - F_N = -1000kg \cdot \frac{\left(12\frac{m}{s}\right)^2}{5m}$$
$$-9800N - F_N = -28\,800N$$
$$F_N = 19\,000N$$

5. Si la voiture reste en contact avec la piste, c'est qu'il y a une normale. On va donc chercher la condition pour qu'il y ait une normale en examinant les forces qui agissent sur l'objet.

Forces agissant sur l'objet

Au point le plus haut de la trajectoire, il y a 2 forces sur la voiture.

1) Une force de gravitation (mg) vers le bas.
2) Une normale (F_N) vers le bas.

Somme des forces

L'équation des forces en y est donc (on utilise un axe des y vers le haut)

$$\sum F_y = -mg - F_N$$

2^e loi de Newton

Puisque la force centripète est dirigée dans la direction opposée à l'axe des y, on a

$$\sum F_y = ma_y \qquad \rightarrow \qquad -mg - F_N = -m\frac{v^2}{r}$$

Solution des équations

La normale est donc

$$-mg - F_N = -m\frac{v^2}{r}$$
$$F_N = m\frac{v^2}{r} - mg$$

Si on veut que la voiture soit en contact avec la piste, la normale doit être positive. On doit donc avoir

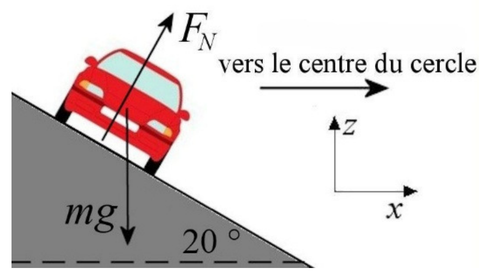
$$m\frac{v^2}{r} - mg \geq 0$$
$$m\frac{v^2}{r} \geq mg$$
$$\frac{v^2}{r} \geq g$$
$$v \geq \sqrt{rg}$$

La vitesse minimale est donc

$$\begin{aligned} v_{\min} &= \sqrt{rg} \\ &= \sqrt{5m \cdot 9{,}8 \tfrac{N}{kg}} \\ &= 7 \tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

6. *Forces agissant sur l'objet*

Il y a 2 forces sur la voiture.



1) Une force de gravitation de *mg* vers le bas.
2) La normale F_N perpendiculaire à la route.

Somme des forces

Les sommes des forces sont alors (on utilise un axe des *x* vers la droite)

$$\begin{aligned} \sum F_x &= F_N \cos 70° \\ \sum F_z &= -mg + F_N \sin 70° \end{aligned}$$

2e loi de Newton

Puisque la force centripète est dans la direction de l'axe des *x*, on a

$$\begin{aligned} \sum F_x &= ma_x \qquad \rightarrow \qquad F_N \cos 70° = m\frac{v^2}{r} \\ \sum F_z &= ma_z \qquad \rightarrow \qquad -mg + F_N \sin 70° = 0 \end{aligned}$$

Solution des équations

L'équation des forces en *y* nous permet de trouver la normale.

$$-mg + F_N \sin 70° = 0$$

$$F_N = \frac{mg}{\sin 70°}$$

Notre équation des forces en *x* devient alors

$$F_N \cos 70° = m\frac{v^2}{r}$$

$$\frac{mg}{\sin 70°}\cos 70° = m\frac{v^2}{r}$$

$$\frac{g\cos 70°}{\sin 70°} = \frac{v^2}{r}$$

$$v = \sqrt{\frac{rg\cos 70°}{\sin 70°}}$$

$$v = \sqrt{\frac{rg}{\tan 70°}}$$

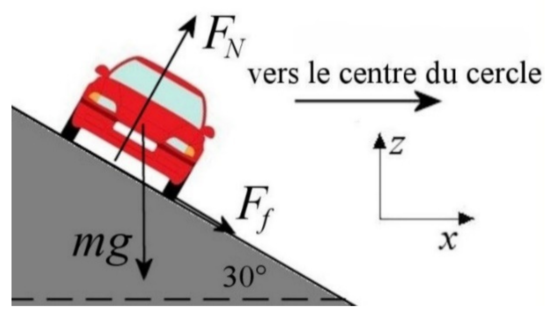
$$v = \sqrt{\frac{80m \cdot 9,8\frac{N}{kg}}{\tan 70°}}$$

$$v = 16,89\frac{m}{s}$$

7. *Forces agissant sur l'objet*

Il y a 3 forces sur la voiture.

1) Une force de gravitation de *mg* vers le bas.
2) La normale (F_N) perpendiculaire à la route.
3) Une force de friction (F_f) parallèle à la surface.



En fait, on ne sait pas la direction de la force de friction. Elle peut être vers le haut de la pente ou vers le bas de la pente. On va supposer la direction montrée sur la figure. Si notre réponse est positive, cette direction est la bonne. Si notre réponse est négative, cette direction n'est pas la bonne et la friction serait plutôt vers le haut de la pente.

Somme des forces

Les sommes des forces sont alors (on utilise un axe des *x* vers la droite)

$$\sum F_x = F_N \cos 60° + F_f \cos(-30°)$$
$$\sum F_z = -mg + F_N \sin 60° + F_f \sin(-30°)$$

2^e loi de Newton

Puisque la force centripète est dans la direction de l'axe des x, on a

$$\sum F_x = ma_x \qquad \rightarrow \qquad F_N \cos 60° + F_f \cos(-30°) = m\frac{v^2}{r}$$
$$\sum F_z = ma_z \qquad \rightarrow \qquad -mg + F_N \sin 60° + F_f \sin\left(-30°\right) = 0$$

Solution des équations

L'équation des forces en y nous permet de trouver la normale

$$\begin{aligned} -mg + F_N \sin 60° + F_f \sin\left(-30°\right) &= 0 \\ F_N \sin 60° &= mg - F_f \sin\left(-30°\right) \\ F_N \sin 60° &= mg + F_f \sin 30° \\ F_N &= \frac{mg + F_f \sin 30°}{\sin 60°} \end{aligned}$$

Notre équation des forces en x devient alors

$$\begin{aligned} F_N \cos 60° + F_f \cos 30° &= m\frac{v^2}{r} \\ \frac{mg + F_f \sin 30°}{\sin 60°}\cos 60° + F_f \cos 30° &= m\frac{v^2}{r} \end{aligned}$$

Si on isole la force de friction, on a

$$\begin{aligned} \frac{mg + F_f \sin 30°}{\sin 60°}\cos 60° + F_f \cos 30° &= m\frac{v^2}{r} \\ \frac{mg}{\sin 60°}\cos 60° + \frac{F_f \sin 30°}{\sin 60°}\cos 60° + F_f \cos 30° &= m\frac{v^2}{r} \\ \frac{F_f \sin 30°}{\sin 60°}\cos 60° + F_f \cos 30° &= m\frac{v^2}{r} - \frac{mg}{\sin 60°}\cos 60° \\ F_f\left(\frac{\sin 30°}{\sin 60°}\cos 60° + \cos 30°\right) &= m\frac{v^2}{r} - \frac{mg}{\sin 60°}\cos 60° \\ F_f\left(1,1547\right) &= m\frac{v^2}{r} - \frac{mg}{\sin 60°}\cos 60° \end{aligned}$$

a) Si la vitesse est de 100 m/s, on a

$$F_f\left(1{,}1547\right)=m\frac{v^2}{r}-\frac{mg}{\sin 60°}\cos 60°$$
$$F_f\left(1{,}1547\right)=1200kg\cdot\frac{\left(100\frac{m}{s}\right)^2}{80m}-\frac{1200kg\cdot 9{,}8\frac{N}{kg}}{\sin 60°}\cos 60°$$
$$F_f\left(1{,}1547\right)=143\,210N$$
$$F_f=124\,023N$$

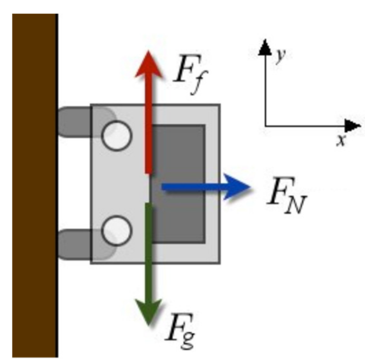
La force est donc vers le bas de la pente (puisqu'elle est positive).

b) Si la vitesse est de 10 m/s, on a

$$F_f\left(1{,}1547\right)=m\frac{v^2}{r}-\frac{mg}{\sin 60°}\cos 60°$$
$$F_f\left(1{,}1547\right)=1200kg\cdot\frac{\left(10\frac{m}{s}\right)^2}{80m}-\frac{1200kg\cdot 9{,}8\frac{N}{kg}}{\sin 60°}\cos 60°$$
$$F_f\left(1{,}1547\right)=-5290N$$
$$F_f=-4581N$$

La force est donc vers le haut de la pente (puisqu'elle est négative)

8. *Forces agissant sur l'objet*



Il y a 3 forces sur la voiture.

1) Une force de gravitation (mg) vers le bas.
2) Une force normale (F_N) vers la droite.
3) Une force de friction (F_f) vers le haut.

Somme des forces

Les sommes des forces sont

$$\sum F_x=F_N$$
$$\sum F_y=-mg+F_f$$

2e loi de Newton

Puisque la force centripète est dans la direction de l'axe des x, on a

$$\sum F_x = ma_x \qquad \rightarrow \qquad F_N = m\frac{v^2}{r}$$
$$\sum F_y = ma_y \qquad \rightarrow \qquad -mg + F_f = 0$$

(Il n'y a pas d'accélération en *y* si la voiture ne glisse pas.)

<u>*Solution des équations*</u>

L'équation des forces en *y* donne $F_f = mg$

et l'équation des forces en *x* donne $F_N = m\frac{v^2}{r}$.

En utilisant ces valeurs dans

$$F_f \leq \mu_s F_N$$

On obtient

$$mg \leq \mu_s m\frac{v^2}{r}$$
$$g \leq \mu_s \frac{v^2}{r}$$
$$\sqrt{\frac{rg}{\mu_s}} \leq v$$

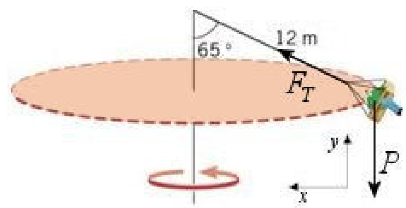
La vitesse minimale est donc de

$$v_{\min} = \sqrt{\frac{5m \cdot 9,8\frac{N}{kg}}{0,8}}$$
$$= 7,826\tfrac{m}{s} = 28,2\tfrac{km}{h}$$

La normale est alors

$$\begin{aligned} F_N &= m\frac{v^2}{r} \\ &= 1200kg \cdot \frac{\left(7,826\frac{m}{s}\right)^2}{5m} \\ &= 14700N \end{aligned}$$

9. *Forces agissant sur l'objet*



Il y a 2 forces sur la personne.

1) Une force de gravitation de *mg* vers le bas.
2) Une tension (F_T) à 25°.

Sommes des forces

Les sommes des forces sont (avec un axe des *x* vers le centre du mouvement circulaire)

$$\sum F_x = F_T \cos 25°$$
$$\sum F_y = -mg + F_T \sin 25°$$

2e loi de Newton

Puisque la force centripète est dans la direction de l'axe des *x*, on a

$$\sum F_x = ma_x \qquad \rightarrow \qquad F_T \cos 25° = m\frac{4\pi^2 r}{T^2}$$
$$\sum F_y = ma_y \qquad \rightarrow \qquad -mg + F_T \sin 25° = 0$$

Comme on ne cherche pas la vitesse, mais la période de rotation, on utilise la formule de la force centripète avec la période de rotation.

Solution des équations

L'équation des forces en *y* nous permet de trouver la tension.

$$-mg + F_T \sin 25° = 0$$
$$F_T = \frac{mg}{\sin 25°}$$
$$F_T = \frac{60kg \cdot 9,8 \frac{N}{kg}}{\sin 25°}$$
$$F_T = 1391,3N$$

L'équation des forces en *x* devient alors

$$F_T \cos 25° = m\frac{4\pi^2 r}{T^2}$$
$$1391,3N \cdot \cos 25° = m\frac{4\pi^2 r}{T^2}$$

Le rayon de la trajectoire est

$$\frac{r}{12m} = \sin 65°$$
$$r = 12m \cdot \sin 65°$$

On a donc

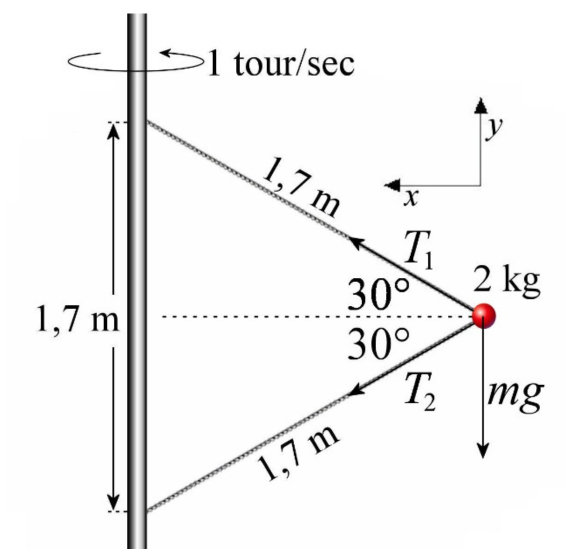
$$1391,3N \cdot \cos 25° = 60kg \cdot \frac{4\pi^2 \cdot 12m \cdot \sin 65°}{T^2}$$
$$T = 4,52s$$

10. *Forces agissant sur l'objet*

Il y a 3 forces sur l'objet de 2 kg.

1) Une force de gravitation de 19,6 N vers le bas.
2) La tension T_1 à 30°.
3) La tension T_2 à -30°.

(Nous avons des angles de 30° parce que les cordes et le poteau vertical forment un triangle équilatéral, dont les angles à chaque sommet sont de 60°.)



Sommes des forces

Les sommes des forces sont donc

$$\sum F_x = T_1 \cos 30° + T_2 \cos(-30°)$$
$$\sum F_y = -19,6N + T_1 \sin 30° + T_2 \sin(-30°)$$

2ᵉ loi de Newton

Puisque la force centripète est dans la direction de l'axe des x, on a

$$\sum F_x = ma_x \qquad \rightarrow \qquad T_1 \cos 30° + T_2 \cos(-30°) = m\frac{4\pi^2 r}{T^2}$$
$$\sum F_y = ma_y \qquad \rightarrow \qquad -19,6N + T_1 \sin 30° + T_2 \sin(-30°) = 0$$

Comme on ne sait pas la vitesse, mais qu'on sait la période de rotation (1 s), on utilise la formule de la force centripète avec la période de rotation.

Solution des équations

Isolons T_1 dans l'équation des forces en y

$$-19,6N + T_1 \sin 30° + T_2 \sin(-30°) = 0$$
$$T_1 = \frac{19,6N - T_2 \sin(-30°)}{\sin 30°}$$
$$T_1 = \frac{19,6N + T_2 \sin 30°}{\sin 30°}$$
$$T_1 = \frac{19,6N}{\sin 30°} + T_2$$
$$T_1 = 39,2N + T_2$$

Puis remplaçons dans l'équation des forces en x.

$$T_1 \cos 30° + T_2 \cos 30° = m\frac{4\pi^2 r}{T^2}$$
$$T_1 + T_2 = m\frac{4\pi^2 r}{T^2 \cos 30°}$$
$$(39,2N + T_2) + T_2 = m\frac{4\pi^2 r}{T^2 \cos 30°}$$
$$39,2N + 2T_2 = m\frac{4\pi^2 r}{T^2 \cos 30°}$$

$$2T_2 = m\frac{4\pi^2 r}{T^2 \cos 30°} - 39,2N$$
$$T_2 = m\frac{2\pi^2 r}{T^2 \cos 30°} - 19,6N$$

Le rayon de la trajectoire (ligne pointillée sur la figure) est

$$\frac{r}{1,7m} = \cos 30°$$
$$r = 1,7m \cdot \cos 30°$$

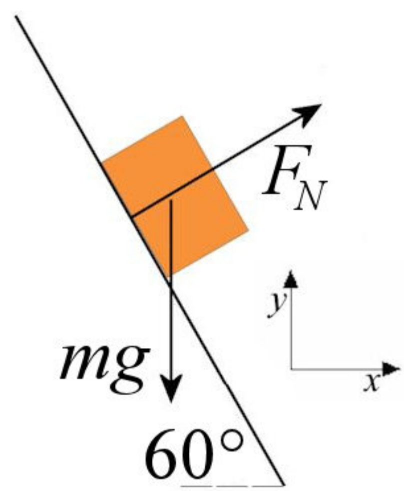
On a donc

$$T_2 = m\frac{2\pi^2 r}{T^2 \cos 30°} - 19,6N$$
$$T_2 = m\frac{2\pi^2 \cdot 1,7m \cdot \cos 30°}{T^2 \cos 30°} - 19,6N$$
$$T_2 = m\frac{2\pi^2 \cdot 1,7m}{T^2} - 19,6N$$
$$T_2 = 2kg \cdot \frac{2\pi^2 \cdot 1,7m}{(1s)^2} - 19,6N$$
$$T_2 = 47,51N$$

Ainsi, la tension T_1 est

$$T_1 = 39,2N + T_2$$
$$T_1 = 86,71N$$

11. *Forces agissant sur l'objet*



Il y a 2 forces sur le petit bloc.

1) La gravitation (mg) vers le bas.
2) La normale (F_N) à 30°.

Sommes des forces

Les sommes des forces sont donc

$$\sum F_x = F_N \cos 30°$$
$$\sum F_y = -mg + F_N \sin 30°$$

2e loi de Newton

Puisque la force centripète est dans la direction de l'axe des x, on a

$$\sum F_x = ma_x \qquad \to \qquad F_N \cos 30° = m\frac{4\pi^2 r}{T^2}$$
$$\sum F_y = ma_y \qquad \to \qquad -mg + F_N \sin 30° = 0$$

Solution des équations

De l'équation des forces en y, on trouve,

$$F_N = \frac{mg}{\sin 30°}$$

En utilisant cette valeur dans l'équation des forces en x, on obtient

$$\frac{mg}{\sin 30°}\cos 30° = m\frac{4\pi^2 r}{T^2}$$

Il ne reste qu'à isoler r.

$$\frac{g}{\sin 30°}\cos 30° = \frac{4\pi^2 r}{T^2}$$
$$r = \frac{gT^2}{4\pi^2 \tan 30°}$$

Avec les valeurs, on obtient

$$r = \frac{9,8\frac{N}{kg}\cdot(0,5s)^2}{4\pi^2 \tan 30°}$$
$$= 0,1075m$$

La valeur de x, qui est le rayon de la trajectoire circulaire est donc 10,75 cm

12. a) Trouvons premièrement l'accélération tangentielle. On la trouve avec

$$\begin{aligned} F_t &= ma_t \\ 1,5N &= 3kg \cdot a_t \\ a_t &= 0,5\tfrac{m}{s^2} \end{aligned}$$

Pour trouver l'accélération centripète, il nous faut la vitesse de l'objet. Cette vitesse est

$$\begin{aligned} v &= v_0 + a_t t \\ &= 0\tfrac{m}{s} + 0,5\tfrac{m}{s^2} \cdot 2s \\ &= 1\tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

L'accélération centripète est donc

$$\begin{aligned} a_c &= \frac{v^2}{r} \\ &= \frac{\left(1\tfrac{m}{s}\right)^2}{1,2m} \\ &= 0,8333\tfrac{m}{s^2} \end{aligned}$$

L'accélération totale est donc de

$$\begin{aligned} a &= \sqrt{a_c^2 + a_t^2} \\ &= \sqrt{\left(0,8333\tfrac{m}{s^2}\right)^2 + \left(0,5\tfrac{m}{s^2}\right)^2} \\ &= 0,9718\tfrac{m}{s^2} \end{aligned}$$

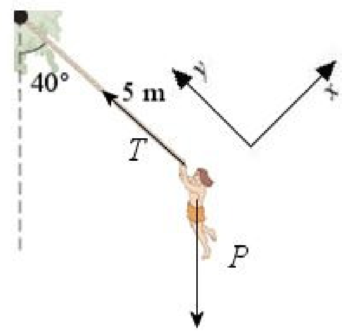
b) Le tube est la seule chose qui fait la force centripète. Sa tension doit donc être égale à la force centripète. Cette force est

$$\begin{aligned} T &= ma_c \\ &= 3kg \cdot 0,8333\tfrac{m}{s^2} \\ &= 2,5N \end{aligned}$$

13. a) L'accélération centripète est

$$a_c = \frac{v^2}{r} = \frac{\left(10\frac{m}{s}\right)^2}{5m} = 20\frac{m}{s^2}$$

b) _Les forces agissant sur l'objet_



Il y a 2 forces sur Gontran.

1) Une force de gravitation de 637 N vers le bas.
2) La tension de la corde (T)

Somme des forces

Les équations des forces sont donc

$$\sum F_x = mg\cos(-130°)$$
$$\sum F_y = T + mg\sin(-130°)$$

2^e loi de Newton

Puisque la force centripète est dans la direction de l'axe des y, on a

$$\sum F_x = ma_x \qquad \rightarrow \qquad mg\cos(-130°) = ma_t$$
$$\sum F_y = ma_y \qquad \rightarrow \qquad T + mg\sin(-130°) = m\frac{v^2}{r}$$

Solution des équations

Avec l'équation des forces en x, on a

$$mg\cos(-130°) = ma_t$$
$$a_t = g\cos(-130°)$$
$$a_t = -6,299\frac{m}{s^2}$$

c) L'accélération est donc

$$\begin{aligned} a &= \sqrt{a_c^2 + a_t^2} \\ &= \sqrt{\left(20 \tfrac{m}{s^2}\right)^2 + \left(6,299 \tfrac{m}{s^2}\right)^2} \\ &= 20,969 \tfrac{m}{s^2} \end{aligned}$$

d) On trouve la tension avec l'équation des forces en *y*

$$T + mg\sin\left(-130°\right) = m\frac{v^2}{r}$$

$$T = m\frac{v^2}{r} - mg\sin\left(-130°\right)$$

$$T = m\frac{v^2}{r} + mg\sin 130°$$

$$T = 65kg \cdot \frac{\left(10 \tfrac{m}{s}\right)^2}{5m} + 65kg \cdot 9,8 \tfrac{N}{kg} \cdot \sin 130°$$

$$T = 1300N + 488N$$

$$T = 1788N$$

14. Le champ est

$$\begin{aligned} g &= \frac{GM}{r^2} \\ &= \frac{6,6743\times 10^{-11} \tfrac{Nm^2}{kg^2} \cdot 5,9722\times 10^{24} kg}{\left(7371\times 10^3 m\right)^2} \\ &= 7,336 \tfrac{N}{kg} \end{aligned}$$

15. a) Le champ est

$$\begin{aligned} g &= \frac{GM}{r^2} \\ &= \frac{6,6743\times 10^{-11} \tfrac{Nm^2}{kg^2} \cdot 6,4185\times 10^{23} kg}{\left(3386\times 10^3 m\right)^2} \\ &= 3,737 \tfrac{N}{kg} \end{aligned}$$

b) Le poids de la personne est

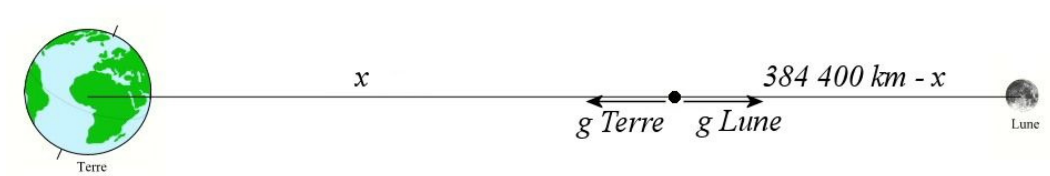
$$\begin{aligned} P &= mg \\ &= 70kg \cdot 3,737\tfrac{N}{kg} \\ &= 261,6N \end{aligned}$$

c) Comme le poids de cette personne sur Terre est de 70 kg · 9,8 N/kg = 686 N, le rapport entre le poids sur la Mars et le poids sur Terre est

$$\frac{261,6N}{686N} = 0,381$$

Le poids sur Mars est donc seulement 38,1 % du poids de la personne sur Terre.

16. On a la configuration suivante.



En additionnant les champs, on a

$$g = -\frac{GM_{Terre}}{x^2} + \frac{GM_{Lune}}{\left(3,844\times10^8 m - x\right)^2}$$

Puisqu'on veut que le champ soit nul, on doit avoir

$$0 = -\frac{GM_{Terre}}{x^2} + \frac{GM_{Lune}}{\left(3,844\times10^8 m - x\right)^2}$$

$$\frac{GM_{Terre}}{x^2} = \frac{GM_{Lune}}{\left(3,844\times10^8 m - x\right)^2}$$

$$\frac{M_{Terre}}{x^2} = \frac{M_{Lune}}{\left(3,844\times10^8 m - x\right)^2}$$

$$\left(3,844\times10^8 m - x\right)^2 = \frac{M_{Lune}}{M_{Terre}} x^2$$

$$\left(3,844\times10^8 m - x\right)^2 = \frac{7,346\times10^{22} kg}{5,9722\times10^{24} kg} \cdot x^2$$

$$\left(3,844\times10^8 m - x\right)^2 = 0,0123 \cdot x^2$$

$$\left(3,844\times10^8 m\right)^2 - 7,688\times10^8 m \cdot x + x^2 = 0,0123 \cdot x^2$$

$$\left(3,844\times10^8 m\right)^2 - 7,688\times10^8 m \cdot x + 0,9877 \cdot x^2 = 0$$

La solution de cette équation quadratique est

$$x = 346\,024 \text{ km}$$

Le champ est donc nul à 346 024 km de la Terre.

(Il y a une autre solution à 432 350 km de la Terre. À cet endroit, les champs sont de mêmes grandeurs, mais le champ total n'est pas nul, car les champs sont dans la même direction.)

17. On va utiliser un axe des x vers la droite et un axe des y vers le haut. Le champ fait par la Lune est vers la gauche, donc vers les x négatifs. Le champ fait par la Lune est

$$\begin{aligned} g_{Lx} &= -\frac{GM}{r^2} \\ &= -\frac{6,6743\times10^{-11} \frac{Nm^2}{kg^2} \cdot 7,346\times10^{22} kg}{\left(150\,000\times10^3 m\right)^2} \\ &= -2,179\times10^{-4} \tfrac{N}{kg} \end{aligned}$$

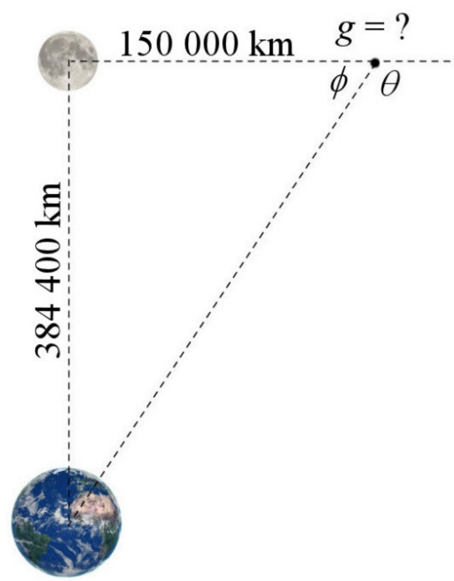
Pour trouver la grandeur du champ fait par la Terre, il faut savoir la distance entre la Terre et l'endroit où on veut connaitre le champ. Cette distance est

$$r = \sqrt{\left(384\,400\times10^{3}m\right)^{2} + \left(150\,000\times10^{3}m\right)^{2}}$$
$$= 4{,}126\times10^{8}m$$

La grandeur du champ fait par la Terre est donc

$$g_T = \frac{GM}{r^2}$$
$$= \frac{6{,}6743\times10^{-11}\,\frac{Nm^2}{kg^2}\cdot 5{,}9722\times10^{24}\,kg}{\left(4{,}126\times10^{8}m\right)}$$
$$= 2{,}341\times10^{-3}\,\frac{N}{kg}$$

Pour séparer ce champ en composante, on doit connaitre l'angle θ. On trouve premièrement l'angle ϕ.



$$\tan\phi = \frac{384\,400}{150\,000}$$
$$\phi = 68{,}68°$$

L'angle θ est donc

$$\theta = 180° - \phi$$
$$= 180 - 68{,}68°$$
$$= 111{,}32°$$

Les composantes du champ de la Terre sont donc

$$g_{Tx} = 2{,}341\times10^{-3}\,\frac{N}{kg}\cdot\cos\left(-111{,}32°\right)$$
$$= -8{,}510\times10^{-4}\,\frac{N}{kg}$$

$$g_{Ty} = 2{,}341\times10^{-3}\,\frac{N}{kg}\cdot\sin\left(-111{,}32°\right)$$
$$= -2{,}181\times10^{-3}\,\frac{N}{kg}$$

Les composantes du champ total sont donc

$$\begin{aligned} g_x &= g_{Lx} + g_{Tx} \\ &= -2{,}179\times10^{-4} \tfrac{N}{kg} + -8{,}510\times10^{-4} \tfrac{N}{kg} \\ &= -1{,}069\times10^{-3} \tfrac{N}{kg} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} g_y &= g_{Ly} + g_{Ty} \\ &= 0 + -2{,}181\times10^{-3} \tfrac{N}{kg} \\ &= -2{,}181\times10^{-3} \tfrac{N}{kg} \end{aligned}$$

La grandeur du champ est donc

$$\begin{aligned} g &= \sqrt{g_x^2 + g_y^2} \\ &= \sqrt{\left(1{,}069\times10^{-3} \tfrac{N}{kg}\right)^2 + \left(2{,}181\times10^{-3} \tfrac{N}{kg}\right)^2} \\ &= 2{,}429\times10^{-3} \tfrac{N}{kg} \end{aligned}$$

18. On a

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM_c}}$$

$$27{,}32\cdot 24\cdot 60\cdot 60s = 2\pi\sqrt{\frac{\left(384\ 400\times10^3 m\right)^3}{6{,}6743\times10^{-11} \tfrac{Nm^2}{kg^2}\cdot M_{Terre}}}$$

$$M_{Terre} = 6{,}03\times10^{24} kg$$

19. a) Avec ce qu'on sait avec Io, on peut trouver la masse de Jupiter.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM_c}}$$

$$1{,}796\cdot 24\cdot 60\cdot 60s = 2\pi\sqrt{\frac{\left(421\ 700\times10^3 m\right)^3}{6{,}6743\times10^{-11} \tfrac{Nm^2}{kg^2}\cdot M_{Jupiter}}}$$

$$M_{Jupiter} = 1{,}8421\times10^{27} kg$$

On utilise alors cette information pour trouver la période de Ganymède.

$$\begin{aligned}T &= 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM_c}}\\ &= 2\pi\sqrt{\frac{\left(1\,070\,400\times10^3 m\right)^3}{6,6743\times10^{-11}\,\frac{Nm^2}{kg^2}\cdot 1,8421\times10^{27}kg}}\\ &= 627\,529s = 7,263j\end{aligned}$$

b) La vitesse de Ganymède est

$$\begin{aligned}v &= \sqrt{\frac{GM_c}{r}}\\ &= \sqrt{\frac{6,6743\times10^{-11}\,\frac{Nm^2}{kg^2}\cdot 1,8421\times10^{27}kg}{1,0704\times10^9 m}}\\ &= 10\,717\,\tfrac{m}{s} = 10,717\,\tfrac{km}{s}\end{aligned}$$

20. La période de rotation est

$$\begin{aligned}T &= 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM_c}}\\ &= 2\pi\sqrt{\frac{\left(1837\times10^3 m\right)^3}{6,6743\times10^{-11}\,\frac{Nm^2}{kg^2}\cdot 7,346\times10^{22}kg}}\\ &= 7065s = 1,963h\end{aligned}$$

21. On trouve la distance avec

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM_c}}$$

$$2\cdot 24\cdot 60\cdot 60s = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{6,6743\times10^{-11}\,\frac{Nm^2}{kg^2}\cdot 5,9722\times10^{24}kg}}$$

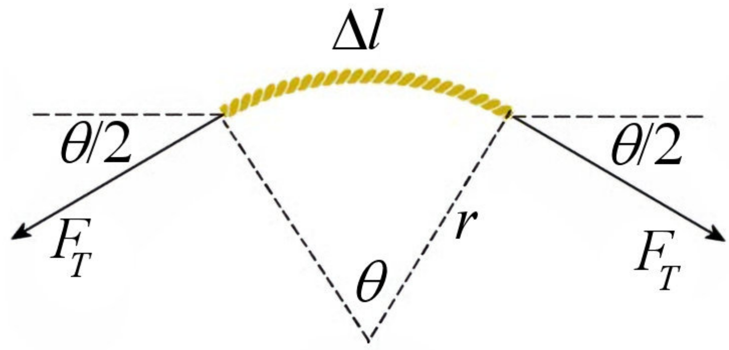
$$r = 6,7054\times10^7 m = 67\,054km$$

Ceci est la distance à partir du centre de la Terre. La distance à partir de la surface est donc

$$dist = 67\,054km - 6371km = 60\,683km$$

22. Prenons un petit morceau de la corde et examinons les forces sur ce morceau. (L'angle θ est petit sur la figure.)

Forces agissant sur l'objet



Somme des forces

La somme des forces en y est (avec un axe des y vers le haut)

$$\sum F_y = F_T \sin\left(-\frac{\theta}{2}\right) + F_T \sin\left(180° + \frac{\theta}{2}\right)$$

2e loi de Newton

Puisque ce morceau fait un mouvement circulaire et que la force centripète est dirigée dans la direction opposée à l'axe des y, on a

$$\sum F_y = ma_y \qquad \to \qquad F_T \sin\left(-\frac{\theta}{2}\right) + F_T \sin\left(180° + \frac{\theta}{2}\right) = -m\frac{4\pi^2 r}{T^2}$$

Solution des équations

Puisque sin $-x$ = -sin x et sin (180°+x) = -sin x, on a

$$-F_T \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) - F_T \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) = -m\frac{4\pi^2 r}{T^2}$$

$$2F_T \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) = m\frac{4\pi^2 r}{T^2}$$

Puisque l'angle est petit, on a sin x = x. (Cela signifie qu'on travaille maintenant avec des angles en radians.)

$$2F_T \frac{\theta}{2} = m\frac{4\pi^2 r}{T^2}$$
$$F_T\theta = m\frac{4\pi^2 r}{T^2}$$

La masse du petit morceau dépend de l'angle. La proportion de la masse de la corde dans le petit morceau est la même que celle de l'angle par rapport à 2π radians.

$$\frac{m}{6kg} = \frac{\theta}{2\pi}$$
$$m = \frac{\theta}{2\pi}6kg$$

L'équation des forces devient alors

$$F_T\theta = m\frac{4\pi^2 r}{T^2}$$
$$F_T\theta = \frac{\theta}{2\pi}\cdot 6kg \cdot \frac{4\pi^2 r}{T^2}$$
$$F_T = 6kg \cdot \frac{2\pi r}{T^2}$$

Avec les valeurs, on obtient

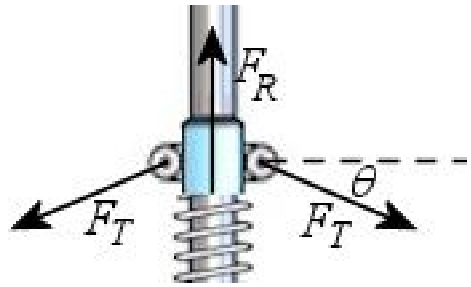
$$F_T = 6kg \cdot \frac{2\pi \cdot 0,5m}{(0,25s)^2}$$
$$= 301,6N$$

23. Pour trouver la compression de ressort, examinons les forces faites par le ressort sur les attaches des tiges. On pourra alors connaitre la force faite par le ressort et, ainsi, sa compression.

Attaches au bout des ressorts

Forces agissant sur l'objet

La figure nous montre les forces.



Somme des forces

La somme des forces en y est (avec un axe des y vers le haut)

$$\sum F_y = F_T \sin(-\theta) + F_T \sin(-\theta) + F_R$$

2^e loi de Newton

Puisque ce morceau est à l'équilibre, on a

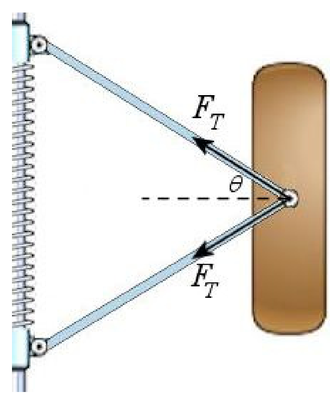
$$\sum F_y = ma_y \qquad \rightarrow \qquad F_T \sin(-\theta) + F_T \sin(-\theta) + F_R = 0$$

Pour trouver la force du ressort, il nous faut la force de tension. Pour la trouver, examinons les forces sur les masses qui se trouvent à l'autre bout de ces tiges.

Les masses

Forces agissant sur l'objet

On voit les forces sur la figure.



Somme des forces

La somme des forces en x est (avec un axe des x vers la gauche)

$$\sum F_x = F_T \cos\theta + F_T \cos\theta$$

2^e loi de Newton

Puisque la force centripète est dirigée dans la direction de l'axe des x, on a

$$\sum F_x = ma_x \qquad \rightarrow \qquad F_T \cos\theta + F_T \cos\theta = m\frac{4\pi^2 r}{T^2}$$

Solutions des équations

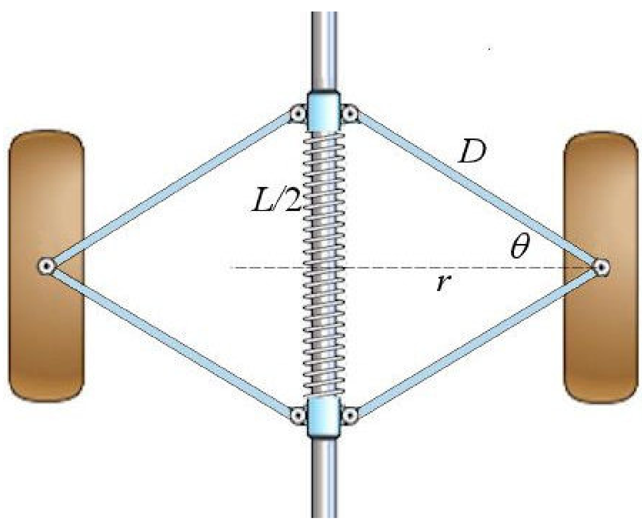
Notre équation des forces sur les masses donne

$$F_T \cos\theta + F_T \cos\theta = m\frac{4\pi^2 r}{T^2}$$
$$2F_T \cos\theta = m\frac{4\pi^2 r}{T^2}$$
$$F_T = \frac{2m\pi^2 r}{T^2 \cos\theta}$$

On peut alors utiliser cette valeur dans l'équation des forces sur les attaches.

$$F_T \sin(-\theta) + F_T \sin(-\theta) + F_R = 0$$
$$-2F_T \sin\theta + F_R = 0$$
$$-2\frac{2m\pi^2 r}{T^2 \cos\theta}\sin\theta + F_R = 0$$
$$F_R = \frac{4m\pi^2 r}{T^2 \cos\theta}\sin\theta$$

Reste maintenant à faire le lien entre quelques variables.



On a premièrement

$$D\cos\theta = r$$

Ainsi,

$$\begin{aligned} F_R &= \frac{4m\pi^2 r}{T^2 \cos\theta}\sin\theta \\ &= \frac{4m\pi^2 D}{T^2}\sin\theta \end{aligned}$$

Puis on a

$$D\sin\theta = \frac{L}{2}$$

Ainsi,

$$\begin{aligned} F_R &= \frac{4m\pi^2 D}{T^2}\sin\theta \\ &= \frac{2m\pi^2 L}{T^2} \end{aligned}$$

Puisque la force du ressort est

$$F_R = k\left(x_0 - L\right)$$

où x_0 est la longueur du ressort ni étiré ni comprimé, on a

$$k\left(x_0 - L\right) = \frac{2m\pi^2 L}{T^2}$$

Il ne reste qu'à isoler L dans cette formule.

$$\begin{aligned} kx_0 - kL &= \frac{2m\pi^2 L}{T^2} \\ kx_0 &= \left(\frac{2m\pi^2}{T^2} + k\right)L \\ L &= \frac{x_0}{1 + \frac{2m\pi^2}{kT^2}} \end{aligned}$$

Avec les chiffres, la longueur est

$$\begin{aligned} L &= \frac{x_0}{1+\frac{2m\pi^2}{kT^2}} \\ &= \frac{80cm}{1+\frac{2\cdot 1kg\cdot\pi^2}{2000\frac{N}{m}\cdot(0,1s)^2}} \\ &= 40,263cm \end{aligned}$$