Solutionnaire du chapitre 9

1. Puisque la tige est perpendiculaire à v et à B, la différence de potentiel est

$$\begin{aligned}\mathscr{E} &= vB\ell \\ &= 120\tfrac{m}{s}\cdot 0,025T\cdot 0,3m \\ &= 0,9V\end{aligned}$$

Quand la tige descend, les charges positives subissent une force vers la droite selon la règle de la main droite. C'est donc le côté droit de la tige qui est au potentiel le plus élevé.

2. Il n'y a pas de différence de potentiel dans la tige horizontale parce qu'elle n'est pas perpendiculaire à la vitesse et au champ magnétique. Autrement dit, quand on calcule $\vec{v}\times\vec{\ell}$, on obtient 0 puisque v et parallèle à ℓ. (Rapellez vous, on peut changer l'ordre des terme dans un produit mixte, mais en changeant le signe : $\vec{v}\times\vec{B}\cdot\vec{\ell} = -\vec{v}\times\vec{\ell}\cdot\vec{B}$

Il y a cependant une différence de potentiel dans la tige verticale puisqu'elle est perpendiculaire à la vitesse et au champ magnétique. Cette différence de potentiel est

$$\begin{aligned}\mathscr{E} &= vB\ell \\ &= 50\tfrac{m}{s}\cdot 0,02T\cdot 0,6m \\ &= 0,6V\end{aligned}$$

3. Puisque la tige est perpendiculaire à v et à B, la différence de potentiel est

$$\begin{aligned}\mathscr{E} &= vB\ell \\ &= 250\tfrac{m}{s}\cdot 0,00005T\cdot 45m \\ &= 0,5625V\end{aligned}$$

4. a)

En descendant vers le sol, la force sur la charge positive dans le bloc est en sortant de la page. Les charges positives vont donc s'accumuler sur le devant du cube et les charges négatives vont s'accumuler sur le derrière du cube. C'est donc le devant du cube qui a le potentiel le plus élevé et le derrière du cube qui a le potentiel le plus bas.

b) Pour trouver la différence de potentiel, il faut connaitre la vitesse du cube. Cette vitesse est

$$\begin{aligned} v &= gt \\ &= 9{,}8\tfrac{N}{kg} \cdot 5s \\ &= 49\tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

Puisque la distance entre le devant du cube et le derrière du cube est perpendiculaire à v et à B, la différence de potentiel est

$$\begin{aligned} \mathscr{E} &= vB\ell \\ &= 49\tfrac{m}{s} \cdot 0{,}00005T \cdot 0{,}2m \\ &= 0{,}49mV \end{aligned}$$

5. Le flux est

$$\phi_B = BA\cos\theta$$

Il nous faut l'aire. Cette aire est

$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{2} base \cdot hauteur \\ &= \frac{1}{2} \cdot 0{,}3m \cdot \left(0{,}3m \cdot \cos 30°\right) \\ &= 0{,}03897m^2 \end{aligned}$$

En utilisant un vecteur A qui entre dans la feuille, le flux est donc

$$\begin{aligned} \phi_B &= BA\cos\theta \\ &= 0{,}2T \cdot 0{,}03897m^2 \cdot \cos 0° \\ &= 7{,}794 \times 10^{-3} Wb \end{aligned}$$

6. Comme le champ n'est pas uniforme, il faut séparer l'aire en région où le champ est uniforme. On aura ainsi la moitié gauche du rectangle et la moitié droite du rectangle. En utilisant un vecteur A qui entre dans la feuille, le flux à travers la partie gauche est

$$\begin{aligned}\phi_1 &= BA\cos\theta \\ &= 0,05T\cdot(0,2m\cdot 0,2m)\cdot\cos 0° \\ &= 2\times 10^{-3}Wb\end{aligned}$$

Pour la partie de droite, le flux est

$$\begin{aligned}\phi_2 &= BA\cos\theta \\ &= 0,0125T\cdot(0,2m\cdot 0,2m)\cdot\cos 180° \\ &= -0,5\times 10^{-3}Wb\end{aligned}$$

Le flux total est donc de

$$\begin{aligned}\phi &= \phi_1+\phi_2 \\ &= 2\times 10^{-3}Wb + -0,5\times 10^{-3}Wb \\ &= 1,5\times 10^{-3}Wb\end{aligned}$$

7. Comme l'angle change, il faut séparer l'aire en région où l'angle est constant. On aura ainsi la partie verticale du cadre et la partie horizontale du cadre.

Pour la partie verticale, on utilise un vecteur A qui va vers les y positifs, le flux à travers cette partie est

$$\begin{aligned}\phi_1 &= BA\cos\theta \\ &= 0,08T\cdot(0,24m\cdot 0,36m)\cdot\cos 25° \\ &= 6,264\times 10^{-3}Wb\end{aligned}$$

Pour la partie horizontale, on utilise un vecteur A qui va vers les z négatifs, le flux à travers cette partie est

$$\begin{aligned}\phi_2 &= BA\cos\theta \\ &= 0,08T\cdot(0,24m\cdot 0,36m)\cdot\cos 65° \\ &= 2,921\times 10^{-3}Wb\end{aligned}$$

Le flux total est donc de

$$\begin{aligned}\phi &= \phi_1+\phi_2 \\ &= 6,264\times 10^{-3}Wb + 2,921\times 10^{-3}Wb \\ &= 9,186\times 10^{-3}Wb\end{aligned}$$

8. En prenant un vecteur A qui entre dans la page, le flux initial est

$$\begin{aligned}\phi &= BA\cos\theta \\ &= 0{,}02T \cdot \pi \cdot (0{,}12m)^2 \cdot \cos 0° \\ &= 9{,}048 \times 10^{-4} Wb\end{aligned}$$

Le flux final est

$$\begin{aligned}\phi' &= B'A\cos\theta \\ &= 0{,}024T \cdot \pi \cdot (0{,}12m)^2 \cdot \cos 0° \\ &= 10{,}857 \times 10^{-4} Wb\end{aligned}$$

La différence de potentiel induite est donc

$$\begin{aligned}\mathscr{E} &= -N\frac{\Delta\phi}{\Delta t} \\ &= -N\frac{\phi' - \phi}{\Delta t} \\ &= -1 \cdot \frac{10{,}857 \times 10^{-4} Wb - 9{,}048 \times 10^{-4} Wb}{0{,}04s} \\ &= -4{,}524 mV\end{aligned}$$

Le courant est donc

$$\begin{aligned}I &= \frac{\mathscr{E}}{R} \\ &= \frac{-4{,}524 mV}{2\Omega} \\ &= -2{,}262 mA\end{aligned}$$

Puisque la réponse est négative, le courant est dans le sens contraire des aiguilles d'une montre selon la règle de la main droite.

9. En prenant un vecteur A qui entre dans la page, la différence de potentiel induite est

$$\begin{aligned}\mathscr{E} &= RI \\ &= 12\Omega \cdot (-0{,}15A) \\ &= -1{,}8V\end{aligned}$$

La valeur est négative, car le courant est dans le sens contraire du sens positif donné par la règle de la main droite. On a donc

$$\begin{aligned}\mathcal{E} &= -N\frac{d\phi}{dt}\\ -1,8V &= -1\cdot\frac{d\phi}{dt}\\ \frac{d\phi}{dt} &= 1,8V\end{aligned}$$

On trouve finalement le taux de variation du champ.

$$\begin{aligned}\frac{d\phi}{dt} &= \frac{d\left(BA\cos\theta\right)}{dt}\\ \frac{d\phi}{dt} &= A\cos\theta\frac{dB}{dt}\\ 1,8V &= \left(0,08m\right)^2\cdot\cos 0°\cdot\frac{dB}{dt}\\ \frac{dB}{dt} &= 281,25\tfrac{T}{s}\end{aligned}$$

Le champ augmente donc au rythme de 218,25 Tesla par seconde.

10. En utilisant un vecteur A qui entre dans la feuille, la différence de potentiel est

$$\begin{aligned}\mathcal{E} &= -N\frac{d\phi}{dt}\\ &= -N\cdot\frac{d\left(BA\cos\theta\right)}{dt}\\ &= -NA\cos\theta\frac{dB}{dt}\\ &= -NA\cos\theta\frac{d\left(1,2G+0,5\frac{G}{s}\cdot t+0,02\frac{G}{s^2}\cdot t^2\right)}{dt}\\ &= -NA\cos\theta\left(0,5\tfrac{G}{s}+0,04\tfrac{G}{s^2}\cdot t\right)\\ &= -NA\cos\theta\left(0,00005\tfrac{T}{s}+0,000004\tfrac{T}{s^2}\cdot t\right)\end{aligned}$$

Avec les valeurs, on a

$$\begin{aligned}\mathscr{E} &= -1\cdot\pi\cdot\left(0{,}12m\right)^2\cdot\cos 0°\cdot\left(0{,}00005\tfrac{T}{s}+0{,}000004\tfrac{T}{s^2}\cdot 5s\right)\\ &= -3{,}167\times10^{-6}V\end{aligned}$$

Le courant est donc

$$\begin{aligned}I &= \frac{\mathscr{E}}{R}\\ &= \frac{-3{,}167\times10^{-6}V}{2\Omega}\\ &= -1{,}583\times10^{-6}A\end{aligned}$$

Le courant est dans le sens contraire des aiguilles d'une horloge selon la règle de la main droite.

11. En utilisant un vecteur A vers le haut, la différence de potentiel est

$$\begin{aligned}\mathscr{E} &= -N\frac{d\phi}{dt}\\ &= -N\cdot\frac{d\left(BA\cos\theta\right)}{dt}\\ &= -NA\cos\theta\frac{dB}{dt}\\ &= -NA\cos\theta\frac{d\left(500G-50\frac{G}{s}\cdot t\right)}{dt}\\ &= -NA\cos\theta\left(-50\tfrac{G}{s}\right)\\ &= NA\cos\theta\left(0{,}005\tfrac{T}{s}\right)\end{aligned}$$

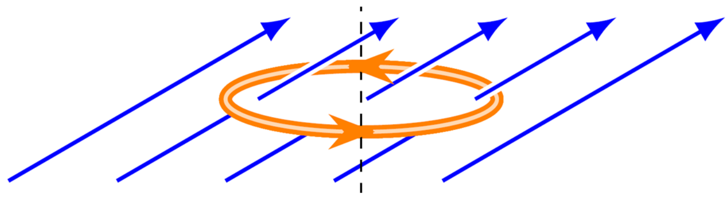
Avec les valeurs, on a

$$\begin{aligned}\mathscr{E} &= 1\cdot\pi\cdot\left(0{,}1m\right)^2\cdot\cos 70°\cdot\left(0{,}005\tfrac{T}{s}\right)\\ &= 5{,}372\times10^{-5}V\end{aligned}$$

Le courant est donc

$$\begin{aligned}I &= \frac{\mathscr{E}}{R}\\ &= \frac{5{,}372\times10^{-5}V}{0{,}1\Omega}\\ &= 5{,}372\times10^{-4}A\end{aligned}$$

Le courant est dans le sens montré sur la figure suivante selon la règle de la main droite.



12. La dérivée du flux à t = 0,4 s est égale à la pente sur le graphique à t = 0,4 s. Cette pente est

$$\begin{aligned} \frac{d\phi}{dt} &= \frac{\Delta\phi}{\Delta t} \\ &= \frac{-5Wb - 10Wb}{0,6s - 0,2s} \\ &= -37,5\tfrac{Wb}{s} \end{aligned}$$

La différence de potentiel induite est donc

$$\begin{aligned} \mathscr{E} &= -N\frac{d\phi}{dt} \\ &= -30 \cdot \left(-37,5\tfrac{Wb}{s}\right) \\ &= 1125V \end{aligned}$$

Le courant est donc

$$\begin{aligned} I &= \frac{\mathscr{E}}{R} \\ &= \frac{1125V}{50\Omega} \\ &= 22,5A \end{aligned}$$

13. Le rayon de l'anneau est

$$r = \frac{40cm}{2\pi} = 6,366cm$$

En prenant un vecteur A vers le haut, le flux initial est

$$\begin{aligned}\phi &= BA\cos\theta \\ &= 0,06T\cdot\pi\cdot(0,06366m)^2\cdot\cos 0° \\ &= 7,639\times10^{-4}Wb\end{aligned}$$

Le flux final est

$$\begin{aligned}\phi' &= B'A\cos\theta \\ &= 0,02T\cdot\pi\cdot(0,06366m)^2\cdot\cos 180° \\ &= -2,546\times10^{-4}Wb\end{aligned}$$

La différence de potentiel induite est donc

$$\begin{aligned}\mathscr{E} &= -N\frac{\Delta\phi}{\Delta t} \\ &= -500\cdot\frac{-2,546\times10^{-4}Wb - 7,639\times10^{-4}Wb}{0,12s} \\ &= 4,244V\end{aligned}$$

On trouve la résistance avec

$$\begin{aligned}I &= \frac{\mathscr{E}}{R} \\ 0,25A &= \frac{4,244V}{R} \\ R &= 16,98\Omega\end{aligned}$$

14. En utilisant un vecteur A vers la droite, la différence de potentiel est

$$\begin{aligned}\mathscr{E} &= -N\frac{d\phi}{dt} \\ &= -N\cdot\frac{d(BA\cos\theta)}{dt} \\ &= -NA\cos\theta\frac{dB}{dt} \\ &= -1000\cdot\pi\cdot(0,12m)^2\cdot\cos 0°\cdot\left(-0,1\tfrac{T}{s}\right) \\ &= 4,524V\end{aligned}$$

La puissance dissipée est donc

$$\begin{aligned} P &= \frac{\mathscr{E}^2}{R} \\ &= \frac{(4,524V)^2}{25\Omega} \\ &= 0,8186W \end{aligned}$$

15. Si on prend un vecteur A qui entre dans la page, le courant est négatif dans le circuit selon la règle de la main droite.

La différence de potentiel induite est donc

$$\begin{aligned} \mathscr{E} &= RI \\ &= 0,2\Omega \cdot (-12A) \\ &= -2,4V \end{aligned}$$

Une réponse négative signifie que le flux augmente. Il faut donc que la tige se déplace vers la droite.

On trouve la grandeur de la vitesse avec

$$\begin{aligned} \mathscr{E} &= vB\ell \\ 2,4V &= v \cdot 0,02T \cdot 0,6m \\ v &= 200\tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

16. Ici, c'est l'aire qui change, on aura donc

$$\begin{aligned} \mathscr{E} &= -N\frac{d\phi}{dt} \\ &= -N \cdot \frac{d\left(BA\cos\theta\right)}{dt} \\ &= -NB\cos\theta\frac{dA}{dt} \end{aligned}$$

L'aire délimitée par la boucle est une portion de cercle. S'il y a l'angle θ (en radian) entre la tige mobile et le fil sur lequel il y a la résistance, cette aire est

$$\begin{aligned} A &= \pi r^2 \frac{\theta}{2\pi} \\ &= \frac{\theta r^2}{2} \end{aligned}$$

Le rythme de changement d'aire est (le rythme est négatif puisque l'aire diminue)

$$\begin{aligned} \frac{dA}{dt} &= -\frac{r^2}{2}\frac{d\theta}{dt} \\ &= -\frac{r^2}{2}\omega \end{aligned}$$

La différence de potentiel est donc

$$\begin{aligned} \mathscr{E} &= -NB\cos\theta \frac{dA}{dt} \\ &= -NB\cos\theta\left(-\frac{r^2}{2}\omega\right) \\ &= NB\cos\theta \frac{r^2}{2}\omega \end{aligned}$$

Avec un vecteur *A* qui entre dans la feuille, on a

$$\begin{aligned} \mathscr{E} &= 1\cdot 0,6T\cdot\cos 0°\cdot\frac{(0,2m)^2}{2}\cdot 0,1\tfrac{rad}{s} \\ &= 0,0012V \end{aligned}$$

Le courant est alors

$$\begin{aligned} I &= \frac{\mathscr{E}}{R} \\ &= \frac{0,0012V}{20\Omega} \\ &= 6\times 10^{-5}A \end{aligned}$$

Puisque la réponse est positive, le courant dans le circuit est dans le sens des aiguilles d'une montre. Le courant dans la résistance est donc vers la gauche.

17. Quand la boucle est entrée de la distance *x* dans le champ, le flux dans la boucle est

$$\begin{aligned}\phi &= BA\cos\theta \\ &= B\cdot(x\cdot 0{,}2m)\cdot\cos\theta\end{aligned}$$

où x est la largeur de la région où il y a un champ à l'intérieur de la boucle. À mesure que la boucle avance, cette valeur de x augmente. La variation du flux est donc

$$\begin{aligned}\frac{d\phi}{dt} &= \frac{d\left(B\cdot(x\cdot 0{,}2m)\cdot\cos\theta\right)}{dt} \\ &= B\cdot 0{,}2m\cdot\cos\theta\cdot\frac{dx}{dt} \\ &= B\cdot 0{,}2m\cdot v\cdot\cos\theta\end{aligned}$$

La différence de potentiel induite est alors

$$\begin{aligned}\mathscr{E} &= -N\frac{d\phi}{dt} \\ &= -1\cdot\left(B\cdot 0{,}2m\cdot v\cdot\cos\theta\right) \\ &= -B\cdot 0{,}2m\cdot v\cdot\cos\theta\end{aligned}$$

En prenant un vecteur A qui entre dans la page, on a

$$\begin{aligned}\mathscr{E} &= -B\cdot 0{,}2m\cdot v\cdot\cos 0° \\ &= -B\cdot 0{,}2m\cdot v\end{aligned}$$

Le courant est donc

$$\begin{aligned}I &= \frac{\mathscr{E}}{R} \\ &= \frac{B\cdot 0{,}2m\cdot v}{50\Omega}\end{aligned}$$

(On ne s'occupe pas du signe qui indique simplement la direction du courant.)

Il y aura ce courant seulement pendant l'entrée du cadre dans le champ. Si le temps d'entrée est Δt, alors la charge qui traverse est

$$Q = I\Delta t$$

Mais ce temps d'entrée est facile à trouver. C'est le temps qu'il faut au derrière du cadre pour arriver dans le champ à partir du moment où le devant du cadre arrive dans le champ. Le derrière du cadre doit alors parcourir 30 cm à la vitesse v. Le temps est donc

$$\Delta t = \frac{0,3m}{v}$$

La charge est donc

$$\begin{aligned}
Q &= I\Delta t \\
&= \frac{B \cdot 0,2m \cdot v}{50\Omega} \cdot \frac{0,3m}{v} \\
&= \frac{B \cdot 0,2m \cdot 0,3m}{50\Omega} \\
&= \frac{0,1T \cdot 0,2m \cdot 0,3m}{50\Omega} \\
&= 120\mu C
\end{aligned}$$

18. La différence de potentiel induite est

$$\begin{aligned}
\mathscr{E} &= -N\frac{d\phi}{dt} \\
&= -N\frac{d\left(BA\cos\theta\right)}{dt}
\end{aligned}$$

Comme A est une constante, on a

$$\begin{aligned}
\mathscr{E} &= -NA\frac{d\left(B\cos\theta\right)}{dt} \\
&= -NA\left(B\frac{d\cos\theta}{dt} + \cos\theta\frac{dB}{dt}\right) \\
&= -NA\left(\left(2\times10^{-3}\,\tfrac{T}{s}\cdot t + 10^{-4}T\right)\frac{d\cos\left(6\pi\,\tfrac{rad}{s}\cdot t + \tfrac{\pi}{4}\right)}{dt} + \cos\left(6\pi\,\tfrac{rad}{s}\cdot t + \tfrac{\pi}{4}\right)\frac{d\left(2\times10^{-3}\,\tfrac{T}{s}\cdot t + 10^{-4}T\right)}{dt}\right) \\
&= -NA\left(\left(2\times10^{-3}\,\tfrac{T}{s}t + 10^{-4}T\right)\cdot 6\pi\,\tfrac{rad}{s}\cdot -\sin\left(6\pi\,\tfrac{rad}{s}\cdot t + \tfrac{\pi}{4}\right) + \cos\left(6\pi\,\tfrac{rad}{s}\cdot t + \tfrac{\pi}{4}\right)\cdot 2\times10^{-3}\,\tfrac{T}{s}\right) \\
&= NA\left(\left(2\times10^{-3}\,\tfrac{T}{s}t + 10^{-4}T\right)\cdot 6\pi\,\tfrac{rad}{s}\cdot \sin\left(6\pi\,\tfrac{rad}{s}\cdot t + \tfrac{\pi}{4}\right) - \cos\left(6\pi\,\tfrac{rad}{s}\cdot t + \tfrac{\pi}{4}\right)\cdot 2\times10^{-3}\,\tfrac{T}{s}\right)
\end{aligned}$$

À t = 2 s, la différence de potentiel est

$$\begin{aligned}\mathcal{E} &= 3000 \cdot 0,1m \cdot 0,2m \\ &\times\left(\left(2\times10^{-3}\,\tfrac{T}{s}\cdot 2s+10^{-4}T\right)\cdot 6\pi\,\tfrac{rad}{s}\cdot\sin\left(6\pi\,\tfrac{rad}{s}\cdot 2s+\tfrac{\pi}{4}\right)-\cos\left(6\pi\,\tfrac{rad}{s}\cdot 2s+\tfrac{\pi}{4}\right)\cdot 2\times10^{-3}\,\tfrac{T}{s}\right) \\ &= 60m^2\cdot\left(\left(4,1\times10^{-3}T\right)\cdot 6\pi\,\tfrac{rad}{s}\cdot\sin\left(\tfrac{49\pi}{4}\right)-\cos\left(\tfrac{49\pi}{4}\right)\cdot 2\times10^{-3}\,\tfrac{T}{s}\right) \\ &= 60m^2\cdot\left(0,05323\,\tfrac{T}{s}\right) \\ &= 3,194V\end{aligned}$$

Le courant est donc

$$\begin{aligned}I &= \frac{\mathcal{E}}{R} \\ &= \frac{3,194V}{10\Omega} \\ &= 0,3194A\end{aligned}$$

19. En utilisant un vecteur *A* qui sort de la page, la différence de potentiel est

$$\begin{aligned}\mathcal{E} &= -N\frac{d\phi}{dt} \\ &= -N\cdot\frac{d\left(BA\cos\theta\right)}{dt} \\ &= -NA\cos\theta\frac{dB}{dt} \\ &= -NA\cos\theta\frac{d\left(0,02T\cdot\sin\left(50\,\tfrac{rad}{s}\,t\right)\right)}{dt} \\ &= -NA\cos\theta\left(0,02T\cdot 50\,\tfrac{rad}{s}\cdot\cos\left(50\,\tfrac{rad}{s}\,t\right)\right) \\ &= -NA\cos\theta\left(1\,\tfrac{T}{s}\cdot\cos\left(50\,\tfrac{rad}{s}\,t\right)\right)\end{aligned}$$

Avec les valeurs, on a

$$\begin{aligned}\mathcal{E} &= -1\cdot\left(0,5m\cdot 0,2m\right)\cdot\cos 0°\cdot 1\,\tfrac{T}{s}\cdot\cos\left(50\,\tfrac{rad}{s}\cdot 0,54s\right) \\ &= 0,02921V\end{aligned}$$

La charge du condensateur est donc

$$\begin{aligned}Q &= C\Delta V \\ &= 20mF\cdot 0,02921V \\ &= 584,3\mu C\end{aligned}$$

20. a) Le flux dans la boucle est

$$\begin{aligned}\phi &= BA\cos\theta \\ &= B\cdot\left(x\cdot 0,2m\right)\cdot\cos\theta\end{aligned}$$

où *x* est la largeur de la région où il y a un champ à l'intérieur de la boucle. À mesure que la boucle avance, cette valeur de *x* diminue. La variation du flux est donc

$$\begin{aligned}\frac{d\phi}{dt} &= \frac{d\left(B\cdot\left(x\cdot 0,2m\right)\cdot\cos\theta\right)}{dt} \\ &= B\cdot 0,2m\cdot\cos\theta\cdot\frac{dx}{dt} \\ &= -B\cdot 0,2m\cdot v\cdot\cos\theta\end{aligned}$$

La valeur est négative parce que l'aire diminue à mesure que le cadre avance (donc $dx/dt = -v$). La différence de potentiel induite est alors

$$\begin{aligned}\mathscr{E} &= -N\frac{d\phi}{dt} \\ &= -N\left(-B\cdot 0,2m\cdot v\cdot\cos\theta\right) \\ &= NB\cdot 0,2m\cdot v\cdot\cos\theta\end{aligned}$$

En prenant un vecteur *A* qui entre dans la page, on a

$$\begin{aligned}\mathscr{E} &= 1\cdot 0,1T\cdot 0,2m\cdot 20\tfrac{m}{s}\cdot\cos 0° \\ &= 0,4V\end{aligned}$$

Pour trouver le courant, il nous faut la résistance du fil. Cette résistance est

$$\begin{aligned}R &= \rho\frac{l}{A} \\ &= 1,678\times 10^{-8}\,\Omega m\cdot\frac{1,6m}{\pi\cdot\left(0,001m\right)^2} \\ &= 0,008546\Omega\end{aligned}$$

Le courant est donc

$$\begin{aligned} I &= \frac{\mathcal{E}}{R} \\ &= \frac{0,4V}{0,008546\Omega} \\ &= 46,81A \end{aligned}$$

Selon la règle de la main droite, ce courant est dans le sens des aiguilles d'une montre.

b) Seuls les fils qui sont dans le champ magnétique subissent une force. Le fil du haut subit une force vers le haut et le fil du bas subit une force vers le bas de même grandeur. Ces deux forces s'annulent et il ne reste donc que la force sur le fil de gauche. La force sur ce fil est

$$\begin{aligned} F &= I\ell B \sin\theta \\ &= 46,81A \cdot 0,2m \cdot 0,1T \cdot \sin 90° \\ &= 0,9361N \end{aligned}$$

Selon la règle de la main droite, cette force est vers la gauche.

21. Avec la force sur la tige, on peut trouver le courant dans le circuit.

$$\begin{aligned} F &= I\ell B \sin\theta \\ 0,288N &= I \cdot 0,6m \cdot 0,02T \cdot \sin 90° \\ I &= 24A \end{aligned}$$

La différence de potentiel induite est donc de

$$\begin{aligned} \mathcal{E} &= RI \\ &= 0,2\Omega \cdot 24A \\ &= 4,8V \end{aligned}$$

Selon la formule de l'induction, on a

$$\begin{aligned} \mathcal{E} &= vB\ell \\ 4,8V &= v \cdot 0,02T \cdot 0,6m \\ v &= 400 \tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

22. Il y a deux forces sur la tige qui tombe. Il y a la force gravitationnelle vers le bas et la force magnétique vers le haut. Cette force est due au courant induit. Trouvons premièrement ce courant.

Le flux dans la boucle (celle délimitée par la tige tombante, les rails et le fil avec la résistance est) est

$$\begin{aligned}\phi &= BA\cos\theta \\ &= B\cdot\left(x\cdot 0{,}6m\right)\cdot\cos\theta\end{aligned}$$

où x est la distance entre la tige tombante et le fil avec la résistance. À mesure que la tige tombe avance, cette valeur de x augmente. La variation du flux est donc

$$\begin{aligned}\frac{d\phi}{dt} &= \frac{d\left(B\cdot\left(x\cdot 0{,}6m\right)\cdot\cos\theta\right)}{dt} \\ &= B\cdot 0{,}6m\cdot\cos\theta\cdot\frac{dx}{dt} \\ &= B\cdot 0{,}6m\cdot v\cdot\cos\theta\end{aligned}$$

La différence de potentiel induite est alors

$$\begin{aligned}\mathscr{E} &= -N\frac{d\phi}{dt} \\ &= -N\cdot\left(B\cdot 0{,}6m\cdot v\cdot\cos\theta\right) \\ &= -N\cdot B\cdot 0{,}6m\cdot v\cdot\cos\theta\end{aligned}$$

En prenant un vecteur A dans le même sens que le champ magnétique, on a

$$\begin{aligned}\mathscr{E} &= -1\cdot 0{,}2T\cdot 0{,}6m\cdot v\cdot\cos 0° \\ &= -0{,}12Tm\cdot v\end{aligned}$$

La grandeur du courant (donc la valeur absolue du courant) est donc

$$\begin{aligned}I &= \frac{\mathscr{E}}{R} \\ &= \frac{0{,}12Tm\cdot v}{1\Omega} \\ &= 0{,}12\tfrac{Tm}{\Omega}\cdot v\end{aligned}$$

La force magnétique sur la tige tombante est donc

$$\begin{aligned} F &= I\ell B\sin\theta \\ &= 0{,}12\tfrac{Tm}{\Omega}\cdot v\cdot 0{,}6m\cdot 0{,}2T\cdot\sin 90° \\ &= 0{,}0144\tfrac{T^2m^2}{\Omega}\cdot v \end{aligned}$$

Quand la tige atteint sa vitesse limite, cette force est égale à la force de gravitation. On a donc

$$\begin{aligned} F_g &= F_{mag} \\ 0{,}1kg\cdot 9{,}8\tfrac{N}{kg} &= 0{,}0144\tfrac{T^2m^2}{\Omega}\cdot v \\ v &= 68{,}05\tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

23. a) La puissance de la force est

$$P = Fv\cos\theta$$

Pour la trouver, on doit connaitre la force qui s'exerce sur le cadre. Cette force est donnée par

$$F = I\ell B\sin\theta$$

Pour trouver cette force, on doit connaitre le courant. Ce courant est

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R}$$

Pour connaitre ce courant, on doit connaitre la différence de potentiel induite. Dans ce cas, cette différence de potentiel est

$$\begin{aligned} \mathcal{E} &= vB\ell \\ &= 10\tfrac{m}{s}\cdot 0{,}1T\cdot 0{,}4m \\ &= 0{,}4V \end{aligned}$$

Le courant est donc

$$\begin{aligned} I &= \frac{\mathcal{E}}{R} \\ &= \frac{0{,}4V}{0{,}8\Omega} \\ &= 0{,}5A \end{aligned}$$

Selon la loi de Lenz, ce courant est dans le sens contraire des aiguilles d'une montre.

La force est donc

$$\begin{aligned} F &= I\ell B\sin\theta \\ &= 0,5A\cdot 0,4m\cdot 0,1T\cdot\sin 90° \\ &= 0,02N \end{aligned}$$

Selon la règle de la main droite, cette force est vers la gauche.

La puissance de cette force est donc

$$\begin{aligned} P &= Fv\cos\theta \\ &= 0,02N\cdot 10\tfrac{m}{s}\cdot\cos 180° \\ &= -0,2W \end{aligned}$$

L'énergie cinétique diminue donc au rythme de 0,2 J/s.

b) La puissance dissipée en chaleur est

$$\begin{aligned} P &= RI^2 \\ &= 0,8\Omega\cdot(0,5A)^2 \\ &= 0,2W \end{aligned}$$

c) Oui, les deux puissances sont égales. Cela signifie que l'énergie cinétique se transforme en chaleur.

24. En prenant un vecteur A vers le haut, le flux initial est

$$\begin{aligned} \phi &= BA\cos\theta \\ &= 0,4T\cdot(0,8m\cdot 0,6m)\cdot\cos 0° \\ &= 0,192Wb \end{aligned}$$

Le flux final est

$$\begin{aligned} \phi' &= B'A\cos\theta \\ &= 0,2T\cdot(0,8m\cdot 0,6m)\cdot\cos 0° \\ &= 0,096Wb \end{aligned}$$

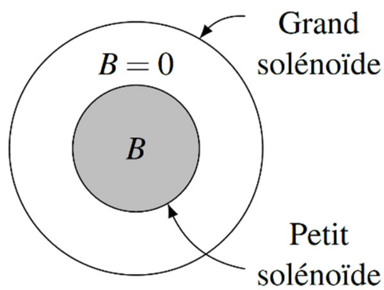
La différence de potentiel induite est donc

$$\begin{aligned}\mathcal{E} &= -N\frac{\Delta\phi}{\Delta t}\\ &= -5\cdot\frac{0,096Wb-0,192Wb}{60s}\\ &= 0,008V\end{aligned}$$

25. Trouvons premièrement le champ fait par le solénoïde.

$$\begin{aligned}B &= \frac{\mu_0 NI}{L}\\ &= \frac{\mu_0 N}{L}\cdot 15A\cdot\sin\left(377\tfrac{rad}{s}t\right)\\ &= \frac{4\pi\times10^{-7}\tfrac{Tm}{A}\cdot 40}{0,2m}\cdot 15A\cdot\sin\left(377\tfrac{rad}{s}t\right)\\ &= 3,767\times10^{-3}T\cdot\sin\left(377\tfrac{rad}{s}t\right)\end{aligned}$$

On doit maintenant calculer le flux dans le solénoïde ayant le rayon de 4 cm. Toutefois, il n'y a pas de champ partout dans ce solénoïde, il n'y a que du champ à l'intérieur du solénoïde ayant le rayon de 2 cm.



On doit donc séparer l'aire en deux parties. Une des parties est l'aire à l'intérieur du solénoïde ayant un rayon de 2 cm et l'autre partie est l'aire entre les deux solénoïdes. Comme il n'y a pas de flux dans la deuxième partie, on ne calcule que le flux dans le solénoïde ayant un rayon de 2 cm. On a donc

$$\begin{aligned}\phi &= BA\cos 0°\\ &= 3,767\times10^{-3}T\cdot\sin\left(377\tfrac{rad}{s}t\right)\cdot\pi\cdot(0,02m)^2\\ &= 4,737\times10^{-6}Wb\cdot\sin\left(377\tfrac{rad}{s}t\right)\end{aligned}$$

La dérivée est alors

$$\begin{aligned}\frac{d\phi}{dt} &= \frac{d\left(4,737\times10^{-6}Wb\cdot\sin\left(377\tfrac{rad}{s}t\right)\right)}{dt}\\ &= 4,737\times10^{-6}Wb\cdot 377\tfrac{rad}{s}\cdot\cos\left(377\tfrac{rad}{s}t\right)\\ &= 1,786\times10^{-3}\tfrac{Wb}{s}\cdot\cos\left(377\tfrac{rad}{s}t\right)\end{aligned}$$

La différence de potentiel est donc

$$\begin{aligned}\mathscr{E} &= -N\frac{d\phi}{dt}\\ &= -2,5\cdot 1,786\times10^{-3}\tfrac{Wb}{s}\cdot\cos\left(377\tfrac{rad}{s}t\right)\\ &= -4,465\times10^{-3}V\cdot\cos\left(377\tfrac{rad}{s}t\right)\end{aligned}$$

À t = 0,71 s, on a

$$\begin{aligned}\mathscr{E} &= -4,465\times10^{-3}V\cdot\cos\left(377\tfrac{rad}{s}\cdot 0,71s\right)\\ &= 3,596\times10^{-3}V\end{aligned}$$

26. La différence de potentiel maximale est

$$\begin{aligned}\Delta v_0 &= NBA\omega\\ &= 800\cdot 0,2T\cdot\left(0,4m\cdot 0,2m\right)\cdot 100\pi\tfrac{rad}{s}\\ &= 4021V\end{aligned}$$

27. La différence de potentiel maximale se trouve avec

$$P_{\max} = \frac{\Delta V_{\max}^2}{R}$$
$$P_{\max} = \frac{\Delta v_0^2}{R}$$
$$12,5W = \frac{\Delta v_0^2}{200\Omega}$$
$$\Delta v_0 = 50V$$

On a donc

$$\Delta v_0 = NBA\omega$$
$$50V = 1\cdot 0,1T\cdot 0,8m^2\cdot\omega$$
$$\omega = 625\tfrac{rad}{s}$$

28. a) La valeur maximale est

$$\begin{aligned}\Delta v_0 &= NBA\omega\\ &= 1\cdot 0,1T\cdot 0,2m^2\cdot 500\tfrac{rad}{s}\\ &= 10V\end{aligned}$$

b) L'angle initial entre le vecteur *A* et le champ magnétique est de 0°. On a donc

$$\begin{aligned}\Delta v &= \Delta v_0 \sin\left(\omega t + \theta_0\right)\\ &= \Delta v_0 \sin\left(\omega t\right)\\ &= 10V\sin\left(500\tfrac{rad}{s}t\right)\end{aligned}$$

À t = 0,01 s, on a

$$\begin{aligned}\Delta v &= 10V\sin\left(500\tfrac{rad}{s}\cdot 0,01s\right)\\ &= -9,589V\end{aligned}$$

Le courant est donc de

$$\begin{aligned}I &= \frac{\Delta V}{R}\\ &= \frac{9,589V}{200\Omega}\\ &= 47,95mA\end{aligned}$$

c) Le moment de force sur la boucle à ce moment est

$$\tau = NIAB\sin\theta$$

L'angle à ce moment est

$$\begin{aligned}\theta &= \omega t + \theta_0\\ &= 500\tfrac{rad}{s}\cdot 0,01s + 0\\ &= 5rad\end{aligned}$$

À ce moment, le vecteur μ pourrait être donc faire un angle de 5 rad ou de $(5 + \pi)$ rad avec le champ magnétique, cela dépend de la direction du courant dans la boucle à ce moment. On ne cherchera pas la direction de μ puisque ces 2 angles possibles nous donnent les moments de force suivants.

$$\begin{aligned}\tau &= NIAB\sin\theta \\ &= 1\cdot 0,04795A\cdot 0,2m^2\cdot 0,1T\cdot\sin(5rad) \\ &= -9,195\times 10^{-4}\,Nm\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\tau &= NIAB\sin\theta \\ &= 1\cdot 0,04795A\cdot 0,2m^2\cdot 0,1T\cdot\sin(5rad+\pi rad) \\ &= 9,195\times 10^{-4}\,Nm\end{aligned}$$

Comme on veut uniquement la grandeur, on arrive à $9,195 \times 10^{-4}$ Nm.

d) La puissance dissipée par la résistance à ce moment est

$$\begin{aligned}P &= RI^2 \\ &= 200\Omega\cdot(0,04795A)^2 \\ &= 0,4598W\end{aligned}$$

e) Le moment de force externe qui fait tourner la boucle doit faire un moment de force de $9,195 \times 10^{-4}$ Nm dans le sens de la rotation pour annuler le moment de force qui s'oppose à la rotation. La puissance de ce moment de force externe est (selon ce qu'on a vu en mécanique).

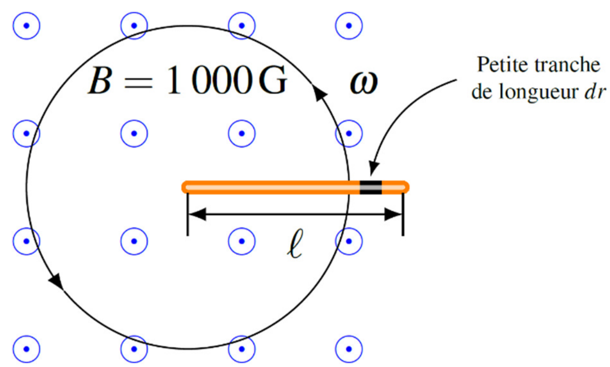
$$\begin{aligned}P &= \tau\omega \\ &= 9,195\times 10^{-4}\,Nm\cdot 500\tfrac{rad}{s} \\ &= 0,4598W\end{aligned}$$

Ça a bien de l'allure que la puissance fournie par le moment de force externe soit égale à la puissance dissipée par la résistance.

29. La différence de potentiel est donnée par

$$\mathscr{E} = vB\ell$$

Toutefois, la vitesse de la tige n'est pas la même partout. Plus on est loin de l'axe de rotation, plus la vitesse est grande. Pour contourner ce problème, on va séparer la tige en petits morceaux.



La différence de potentiel aux bornes de cette petite tranche est

$$d\mathscr{E} = vBdr$$

La vitesse à cet endroit est

$$v = \omega r$$

La différence de potentiel est donc

$$d\mathscr{E} = \omega rBdr$$

Si on additionne maintenant toutes les différences de potentiel avec une intégrale, on arrive à

$$\begin{aligned}
\mathscr{E} &= \int_0^L \omega rBdr \\
&= \omega B\int_0^L rdr \\
&= \omega B\left[\frac{r^2}{2}\right]_0^L \\
&= \frac{\omega BL^2}{2} \\
&= \frac{20\frac{rad}{s}\cdot 0,1T\cdot(2m)^2}{2} \\
&= 4V
\end{aligned}$$

30. Quand le cadre entre, la différence de potentiel induite est (comme on l'a fait dans les notes de cours)

$$\begin{aligned}\mathcal{E} &= -\frac{d\phi}{dt} \\ &= -\frac{d\left(BA\cos 0°\right)}{dt} \\ &= -B\frac{dA}{dt} \\ &= -BL\frac{dx}{dt} \\ &= -BLv\end{aligned}$$

(On a utilisé un vecteur *A* qui entre dans la page, même direction que le champ, puisque l'angle est 0°.)

Le courant dans le cadre est donc

$$I = -\frac{BLv}{R}$$

Comme le courant est négatif, le courant est dans le sens antihoraire (vu que *A* entre dans la page).

La force sur la partie verticale du cadre dans le champ (le devant du cadre) est

$$\begin{aligned}F &= ILB\sin 90° \\ &= \frac{BLv}{R}LB \\ &= \frac{B^2L^2v}{R}\end{aligned}$$

Cette force est vers la gauche. Elle ralentit donc le cadre. On a donc

$$F_x = -\frac{B^2L^2v}{R}$$

L'accélération du cadre est

$$\begin{aligned}a_x &= \frac{F}{m} \\ &= -\frac{B^2L^2v}{mR}\end{aligned}$$

On a donc

$$a_x = -\frac{B^2L^2v}{mR}$$
$$\frac{dv}{dt} = -\frac{B^2L^2v}{mR}$$

Cette équation nous donne

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{B^2L^2v}{mR}$$
$$\frac{dv}{v} = -\frac{B^2L^2}{mR}dt$$
$$\int\frac{dv}{v} = -\int\frac{B^2L^2}{mR}dt$$
$$\ln(v) = -\frac{B^2L^2}{mR}t + cst$$

Avec la vitesse initiale, on peut trouver la constante

$$\ln(v) = -\frac{B^2L^2}{mR}t + cst$$
$$\ln(v_0) = -\frac{B^2L^2}{mR}\cdot 0 + cst$$
$$\ln(v_0) = cst$$

On a donc

$$\ln(v) = -\frac{B^2L^2}{mR}t + \ln(v_0)$$
$$\ln(v) - \ln(v_0) = -\frac{B^2L^2}{mR}t$$
$$\ln\left(\frac{v}{v_0}\right) = -\frac{B^2L^2}{mR}t$$
$$\frac{v}{v_0} = e^{-\frac{B^2L^2}{mR}t}$$
$$v = v_0 e^{-\frac{B^2L^2}{mR}t}$$

On pourrait calculer la vitesse, mais on ne sait combien de temps cela prendra. On va donc intégrer une autre fois pour trouver la position du cadre en fonction du temps.

$$v = v_0 e^{-\frac{B^2L^2}{mR}t}$$

$$\frac{dx}{dt} = v_0 e^{-\frac{B^2L^2}{mR}t}$$

$$dx = v_0 e^{-\frac{B^2L^2}{mR}t} dt$$

$$\int dx = \int v_0 e^{-\frac{B^2L^2}{mR}t} dt$$

$$x = v_0 e^{-\frac{B^2L^2}{mR}t} \left(-\frac{mR}{B^2L^2}\right) + cst$$

$$x = -\frac{v_0 mR}{B^2L^2} e^{-\frac{B^2L^2}{mR}t} + cst$$

À $t = 0$, la position est 0. On a donc

$$x = -\frac{v_0 mR}{B^2L^2} e^{-\frac{B^2L^2}{mR}t} + cst$$

$$0 = -\frac{v_0 mR}{B^2L^2} e^{-\frac{B^2L^2}{mR}\cdot 0} + cst$$

$$0 = -\frac{v_0 mR}{B^2L^2} + cst$$

$$cst = -\frac{v_0 mR}{B^2L^2}$$

La position en fonction du temps est donc

$$\begin{aligned} x &= -\frac{v_0 mR}{B^2L^2} e^{-\frac{B^2L^2}{mR}t} - \frac{v_0 mR}{B^2L^2} \\ &= \frac{v_0 mR}{B^2L^2}\left(1 - e^{-\frac{B^2L^2}{mR}t}\right) \end{aligned}$$

Comme le cadre parcourt 10 cm en entrant dans le champ, on a

$$x = \frac{v_0 mR}{B^2 L^2}\left(1 - e^{-\frac{B^2L^2}{mR}t}\right)$$
$$0,1m = \frac{10\frac{m}{s}\cdot 0,1kg\cdot 0,02\Omega}{(2T)^2\cdot(0,1m)^2}\left(1 - e^{-\frac{B^2L^2}{mR}t}\right)$$
$$0,1m = 0,5m\left(1 - e^{-\frac{B^2L^2}{mR}t}\right)$$
$$\tfrac{1}{5} = 1 - e^{-\frac{B^2L^2}{mR}t}$$
$$e^{-\frac{B^2L^2}{mR}t} = \tfrac{4}{5}$$

On pourrait trouver le temps, mais ce n'est pas nécessaire puisque la vitesse est

$$\begin{aligned} v &= v_0 e^{-\frac{B^2L^2}{mR}t} \\ &= 10\tfrac{m}{s}\cdot\tfrac{4}{5} \\ &= 8\tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

Reste à faire la sortie du champ. En sortant, la différence de potentiel induite est

$$\mathscr{E} = BLv$$

(même chose qu'en entrant, sauf que le flux diminue au lieu d'augmenter, ce qui change le signe)

Le courant induit est

$$I = \frac{BLv}{R}$$

Ce courant positif est maintenant dans le sens horaire. Il y a alors une force qui s'oppose à la vitesse sur la partie verticale à l'arrière du cadre. Cette force est encore

$$F_x = -\frac{B^2L^2v}{R}$$

Ce qui veut dire que l'accélération est encore

$$a_x = -\frac{B^2L^2v}{mR}$$

Avec la même accélération qu'à l'entrée, la solution est identique à ce qu'elle était en entrant dans le cadre

$$v = v_0 e^{-\frac{B^2L^2}{mR}t}$$

Le déplacement est aussi donné par la même formule qu'en entrant

$$x = \frac{v_0 mR}{B^2L^2}\left(1 - e^{-\frac{B^2L^2}{mR}t}\right)$$

Comme ce déplacement est encore de 10 cm, on a

$$\begin{aligned}
x &= \frac{v_0 mR}{B^2L^2}\left(1 - e^{-\frac{B^2L^2}{mR}t}\right) \\
0,1m &= \frac{8\frac{m}{s} \cdot 0,1kg \cdot 0,02\Omega}{(2T)^2 \cdot (0,1m)^2}\left(1 - e^{-\frac{B^2L^2}{mR}t}\right) \\
0,1m &= 0,4m\left(1 - e^{-\frac{B^2L^2}{mR}t}\right) \\
\tfrac{1}{4} &= 1 - e^{-\frac{B^2L^2}{mR}t} \\
e^{-\frac{B^2L^2}{mR}t} &= \tfrac{3}{4}
\end{aligned}$$

La vitesse à la fin de la sortie est donc

$$\begin{aligned}
v &= v_0 e^{-\frac{B^2L^2}{mR}t} \\
&= 8\tfrac{m}{s} \cdot \tfrac{3}{4} \\
&= 6\tfrac{m}{s}
\end{aligned}$$