

11 LES CIRCUITS EN COURANT ALTERNATIF

Pourquoi ces pylônes transportent-ils 3 fils ?

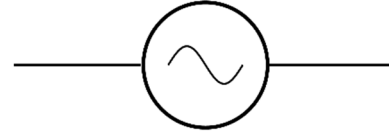


www.meed.com/knowledge-bank/top-100-projects/Pan-Arab-Grid

Découvrez la réponse à cette question dans ce chapitre.

11.1 L'IMPÉDANCE, LE DÉPHASAGE ET LA PUISSANCE FOURNIE

Dans ce chapitre, nous allons brancher différents circuits à une source de tension alternative. On se rappelle que le symbole d'une telle source est le symbole de droite.



Cette source va fournir un courant alternatif qui varie de façon sinusoïdale. On a donc

Courant fourni par la source de courant alternatif

$$i = i_0 \sin(\omega t)$$

où i_0 est l'amplitude du courant et ω est reliée à la fréquence de la source f par $\omega = 2\pi f$.

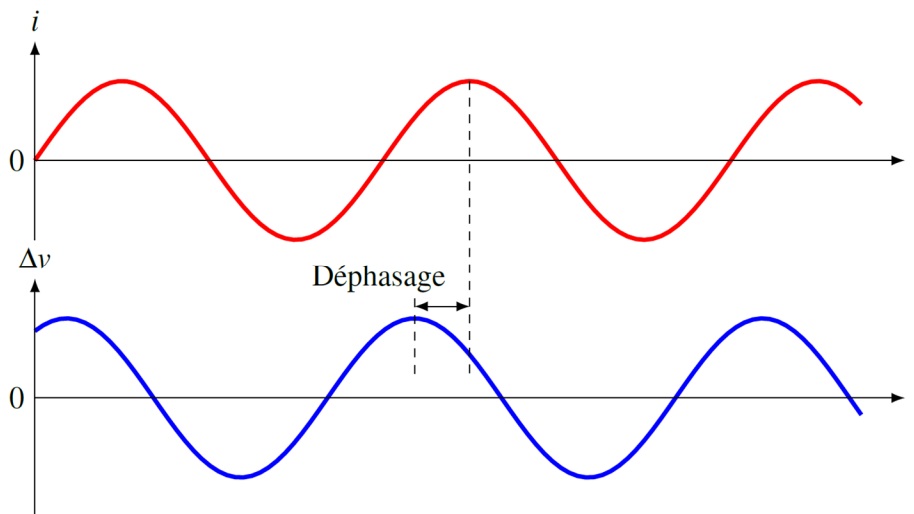
(On utilise des lettres minuscules ici pour les valeurs instantanées du courant et de la différence de potentiel. Les lettres majuscules I et V seront utilisées un peu plus loin pour les valeurs efficaces.)

La différence de potentiel aux bornes de la source varie également de façon sinusoïdale.

Différence de potentiel aux bornes d'une source de courant alternatif

$$\Delta v = \Delta v_0 \sin(\omega t + \phi)$$

On voit qu'on a mis un déphasage entre le courant et le potentiel. Cela voudrait dire que le courant maximum n'est pas nécessairement atteint au moment où la différence de potentiel aux bornes de la source est maximale.



Dans l'exemple de ce graphique, la différence de potentiel atteint sa valeur maximale un peu avant que le courant atteigne sa valeur maximale. Ça peut sembler surprenant que le courant arrive à une valeur maximale pendant que la source n'est pas à sa tension maximale, mais il faut se rappeler qu'un condensateur chargé ou un inducteur traversé par un courant variable peuvent agir comme des sources et fournir du courant. Il n'y a donc pas que la source qui peut fournir du courant et il est possible que la valeur maximale du courant soit décalée par rapport au maximum de la tension de la source à cause des courants générés par les condensateurs et les inducteurs.

Le déphasage ϕ donne l'écart entre les deux courbes (en radians). Cet écart, en proportion d'un cycle qui est de 2π radians, est

$$\frac{\phi}{2\pi}$$

On doit avoir cette même proportion si on donne l'écart de temps par rapport à la période d'un cycle, dont la durée est égale à la période T . On a donc

$$\frac{\Delta t}{T} = \frac{\phi}{2\pi}$$

L'écart de temps est donc

$$\Delta t = \frac{\phi}{2\pi} T = \frac{\phi}{2\pi f}$$

Ce qui donne

Écart de temps entre les maximums du courant et le maximum de la différence de potentiel aux bornes de la source

$$\Delta t = \frac{\phi}{\omega}$$

Une valeur positive de ϕ décale le graphique de la différence de potentiel vers la gauche. Dans ce cas, ΔV arrivera à sa valeur maximale avant i . C'est la situation illustrée sur la figure avec les deux graphiques.

Une valeur négative de ϕ décale le graphique de la différence de potentiel vers la droite. Dans ce cas, c'est i qui arrivera à sa valeur maximale avant ΔV .

Écart de temps entre les maximums du courant et le maximum de la différence de potentiel aux bornes de la source

Si ϕ ou Δt sont positifs, la valeur maximale de la différence de potentiel aux bornes de la source se produit avant la valeur maximale du courant dans le circuit. On dit alors que la différence de potentiel devance le courant.

Si ϕ ou Δt sont négatifs, la valeur maximale de la différence de potentiel aux bornes de la source se produit après la valeur maximale du courant dans le circuit. On dit alors que le courant devance la différence de potentiel.

Voici quels seront les éléments qu'on cherchera à obtenir pour chaque circuit qu'on branchera aux bornes de la source.

1) Le lien entre i_0 et Δv_0

On va définir le rapport de l'amplitude de la différence du potentiel et de l'amplitude du courant comme étant l'impédance du circuit (Z).

Impédance d'un circuit

$$Z = \frac{\Delta v_0}{i_0}$$

On l'appelle l'impédance, car c'est le terme général donné à un rapport entre deux amplitudes. C'était aussi un terme employé avec les ondes parce que c'était le rapport entre l'amplitude de la force faisant l'onde et l'amplitude de la vitesse du milieu quand l'onde passe.

L'impédance est en ohms. Conceptuellement, elle est identique à la résistance dans les circuits uniquement composés de résistance. Pour une même source, le courant sera plus petit si l'impédance est plus grande et le courant sera très grand si l'impédance est faible.

Dans ce cas, pourquoi ne pas l'avoir appelé tout simplement la résistance du circuit ? On va voir un peu plus loin que la résistance n'est qu'un cas particulier de l'impédance.



Erreur fréquente : Faire le lien entre i et Δv avec l'impédance.

L'impédance fait le lien entre les amplitudes (i_0 et Δv_0) et non pas entre les valeurs du courant et de la différence de potentiel à un moment précis (i et Δv). Si on vous demande de trouver l'amplitude du courant à partir de l'amplitude de la différence de potentiel de la source, on peut le faire avec l'impédance. Si on vous demande de trouver le courant dans le circuit à $t = 3$ s à partir de la valeur de la différence de potentiel de la source à $t = 3$ s, il faudra prendre une autre méthode.

2) La valeur de ϕ

Ceci permettra de connaître l'écart de temps entre les maximums du courant dans le circuit et de la différence de potentiel aux bornes de la source.

3) La puissance fournie par la source

Selon nos résultats des chapitres précédents, on a

Puissance instantanée fournie par la source

$$P = i\Delta v$$

$$P = i_0 \sin(\omega t) \Delta v_0 \sin(\omega t + \phi)$$

Si cette puissance est positive, la source fournit de l'énergie. Si elle est négative, la source reçoit de l'énergie (qui peut être fournie par un condensateur ou un inducteur).

Pour obtenir la puissance moyenne, on va calculer l'énergie fournie sur un cycle. L'énergie fournie pendant un temps dt est

$$dE = P dt$$

On trouve l'énergie totale fournie pendant un cycle en sommant toutes ces énergies pendant un cycle.

$$\begin{aligned} E &= \int_0^T P dt \\ &= \int_0^T i_0 \sin(\omega t) \Delta v_0 \sin(\omega t + \phi) dt \\ &= i_0 \Delta v_0 \int_0^T \sin(\omega t) \sin(\omega t + \phi) dt \end{aligned}$$

On vous épargne les détails de cette intégrale. Le résultat est

$$E = i_0 \Delta v_0 \left(\frac{T}{2} \cos \phi \right)$$

La puissance moyenne est l'énergie totale divisée par le temps qu'il a fallu pour fournir cette énergie, qui est la période T ici. On a donc

$$\begin{aligned} \bar{P} &= \frac{E}{T} \\ &= \frac{i_0 \Delta v_0 \frac{T}{2} \cos \phi}{T} \end{aligned}$$

On obtient ainsi le résultat suivant.

Puissance moyenne fournie par la source

$$\bar{P} = \frac{1}{2} i_0 \Delta v_0 \cos \phi$$

Si la source fournit de la puissance, c'est que le circuit dissipe cette énergie. On l'appelle donc aussi la *puissance dissipée par le circuit*.

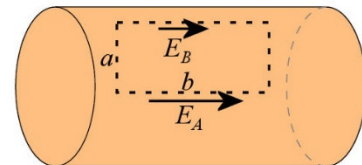
11.2 UNE SOURCE DE COURANT ALTERNATIF AVEC UNE RÉSISTANCE

Le calcul de la résistance d'un objet et l'effet de peau

Sachez que le calcul de la résistance d'un objet ou d'un fil n'est pas aussi simple avec des courants alternatifs parce que le courant alternatif ne se répartit pas de façon uniforme dans un fil. Rappelez-vous, on avait montré que le courant devait être uniforme dans le fil en utilisant le fait qu'on doit avoir

$$\sum_{\text{un tour}} \Delta V = - \sum_{\text{un tour}} \vec{E} \cdot \vec{\Delta s} = 0$$

sur la trajectoire montrée sur la figure. Cette équation nous avait amenés à conclure que les champs électriques E_A et E_B devaient être égaux et que le courant devait être réparti uniformément.



Avec des courants alternatifs, les courants variables font des champs magnétiques variables, ce qui fait en sorte qu'il y a des variations de flux magnétique à l'intérieur de la trajectoire. Comme il y a des variations de flux, on doit donc ajouter $-d\phi/dt$ à la somme des différences de potentiel.

$$\sum_{\text{un tour}} \Delta V = - \sum_{\text{un tour}} \vec{E} \cdot \vec{\Delta s} - \frac{d\phi}{dt} = 0$$

Sans faire les détails, les variations de flux magnétique font en sorte que le champ électrique dans le fil n'est plus le même partout. Le courant se concentre maintenant sur les bords du fil, un phénomène qu'on nomme *l'effet de peau*. Plus la fréquence est élevée, plus l'effet est prononcé. Par exemple, voici quelques valeurs pour un fil de cuivre.

Fréquence	Épaisseur	Fréquence	Épaisseur
50 Hz	9,38 mm	1 MHz	66 μm
10 kHz	0,66 mm	1 GHz	2,1 μm
100 kHz	0,21 mm	1 THz	66 nm

Ce tableau indique, par exemple, qu'à une fréquence de 100 kHz, le courant passe presque uniquement dans une couche ayant une épaisseur de 0,21 mm à la surface du fil.

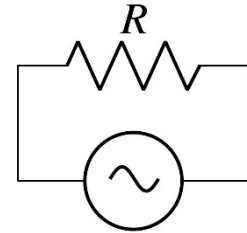
Cet effet complique le calcul de la résistance d'un fil par exemple parce que c'est comme si le courant passait dans un fil plus petit (la partie centrale du fil n'est presque pas utilisée). Toutefois, on ne s'occupera pas de cette complication ici.

La loi des mailles de ce circuit

On va maintenant examiner un circuit en courant alternatif avec une simple résistance.

La loi des mailles de ce circuit est

$$\Delta v - Ri = 0$$



Dans cette équation, on retrouve les valeurs instantanées de la différence de potentiel et du courant. On peut alors écrire

$$\Delta v - Ri = 0$$

$$\Delta v_0 \sin(\omega t + \phi) - Ri_0 \sin(\omega t) = 0$$

$$\Delta v_0 \sin(\omega t + \phi) = Ri_0 \sin(\omega t)$$

Pour que cette équation soit toujours vraie (à toutes les valeurs de t), il faut que l'amplitude et la phase (ce qu'il y a dans le sinus) des deux sinus soient identiques. On a donc

Équation des amplitudes

$$\Delta v_0 = Ri_0$$

Équation des phases

$$\omega t + \phi = \omega t$$

L'impédance

La première équation nous permet de trouver l'impédance de ce circuit.

$$\Delta v_0 = Ri_0$$

$$\frac{\Delta v_0}{i_0} = R$$

Ce qui signifie que

Impédance d'un circuit formé d'une résistance seulement

$$Z_R = R$$

Le déphasage

La deuxième équation nous permet de trouver le déphasage dans ce circuit

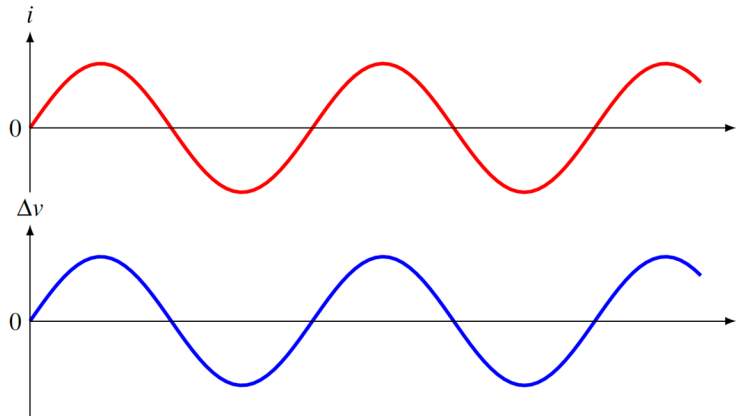
$$\omega t + \phi = \omega t$$

Il est clair alors que le déphasage est

Déphasage dans un circuit formé d'une résistance seulement

$$\phi = 0$$

On obtient donc les graphiques suivants pour le courant et la différence de potentiel.



On voit que le courant et la différence de potentiel sont en phase, ce qui signifie qu'ils atteignent leurs maximums en même temps. Ce résultat n'est pas très surprenant. On a dit que le courant pourrait être déphasé s'il y a des inducteurs ou des condensateurs qui agissent comme des sources. Comme il n'y a pas d'inducteur ou de condensateur dans ce circuit, on devait s'attendre à ce que le courant et la différence de potentiel soient en phase.

La puissance dissipée par le circuit et les valeurs efficaces

La formule de la puissance moyenne fournie par la source est

$$\bar{P} = \frac{1}{2} i_0 \Delta v_0 \cos \phi$$

Puisque le déphasage est nul ici, on arrive à

$$\bar{P}_R = \frac{i_0 \Delta v_0}{2}$$

On peut modifier cette formule en utilisant $\Delta v_0 = R i_0$ pour obtenir les équations suivantes.

Puissance dissipée dans un circuit formé d'une résistance seulement

$$\bar{P}_R = \frac{i_0 \Delta v_0}{2} = \frac{1}{2} R i_0^2 = \frac{\Delta v_0^2}{2R}$$

C'est une puissance dissipée parce que la puissance fournie par la source est dissipée en chaleur dans la résistance.

Il arrive très souvent qu'on utilise les valeurs efficaces du courant et de la différence de potentiel. Le courant efficace est défini ainsi

Le courant efficace d'un courant alternatif est la valeur du courant continu qui dissipe la même puissance moyenne dans une résistance que le courant alternatif.

On va noter ce courant I . Cette définition veut dire qu'on doit avoir

$$RI^2 = \frac{1}{2} Ri_0^2$$

Ce qui nous donne

Valeur efficace du courant alternatif

$$I = \frac{i_0}{\sqrt{2}}$$

La différence de potentiel efficace est définie ainsi.

La différence de potentiel efficace d'un courant alternatif est la valeur de la différence de potentiel constante qui dissipe la même puissance moyenne dans une résistance que le courant alternatif.

On va noter cette différence de potentiel ΔV . Cette définition veut dire qu'on doit avoir

$$\frac{\Delta V^2}{R} = \frac{\Delta v_0^2}{2R}$$

Ce qui nous donne

Valeur efficace de la différence de potentiel alternative

$$\Delta V = \frac{\Delta v_0}{\sqrt{2}}$$

On peut alors donner la formule de la puissance dissipée par le circuit en utilisant les valeurs efficaces. On arrive alors aux formules suivantes.

Puissance dissipée dans un circuit formé d'une résistance seulement

$$\bar{P}_R = I\Delta V = RI^2 = \frac{\Delta V^2}{R}$$

On revient donc aux formules obtenues avec les courants continus en utilisant les valeurs efficaces.

L'impédance du circuit est aussi le rapport des valeurs efficaces puisque

$$Z = \frac{\Delta v_0}{i_0} = \frac{\Delta v_0 / \sqrt{2}}{i_0 / \sqrt{2}} = \frac{\Delta V}{I}$$

On peut donc calculer l'impédance avec les amplitudes ou les valeurs efficaces.

Impédance d'un circuit

$$Z = \frac{\Delta v_0}{i_0} = \frac{\Delta V}{I}$$

Exemple 11.2.1

Dans le circuit suivant, la puissance moyenne dissipée par la résistance est de 60 W.

- a) Quelle est la valeur de la résistance ?

On trouve la résistance avec la formule de la puissance moyenne.

$$\begin{aligned}\bar{P}_R &= \frac{\Delta V^2}{R} \\ 60W &= \frac{(120V)^2}{R} \\ R &= 240\Omega\end{aligned}$$

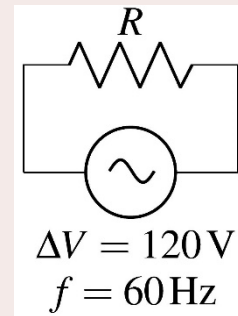
- b) Quelle est l'amplitude du courant ?

La valeur efficace du courant est

$$\begin{aligned}I &= \frac{\Delta V}{Z} \\ &= \frac{120V}{240\Omega} \\ &= 0,5A\end{aligned}$$

L'amplitude du courant est donc

$$\begin{aligned}i_0 &= \sqrt{2}I \\ &= \sqrt{2} \cdot 0,5A\end{aligned}$$



$$= 0,7071A$$

c) Quelle est la puissance instantanée maximale ?

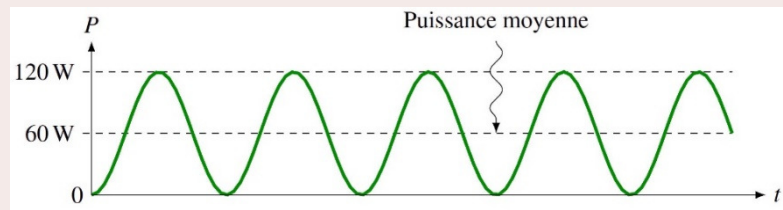
La puissance instantanée est

$$\begin{aligned} P &= Ri^2 \\ &= Ri_0^2 \sin^2(\omega t) \end{aligned}$$

La valeur maximale de cette fonction se trouve quand le sinus au carré vaut 1. On a donc

$$\begin{aligned} P_{\max} &= Ri_0^2 \\ &= 240\Omega \cdot (0,7071A)^2 \\ &= 120W \end{aligned}$$

En fait, la puissance instantanée de l'ampoule varie continuellement entre 0 W et 120 W, et la valeur moyenne de la puissance est de 60 W. C'est ce que nous montre ce graphique.



Les valeurs données par les multimètres

Notez que ce sont les valeurs efficaces qui sont affichées par les multimètres quand on travaille avec du courant alternatif.

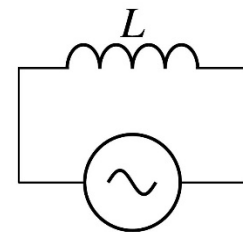
11.3 UNE SOURCE DE COURANT ALTERNATIF AVEC UN INDUCTEUR

La loi des mailles de ce circuit

On va maintenant examiner un circuit en courant alternatif avec un simple inducteur.

La loi des mailles de ce circuit est

$$\Delta v - L \frac{di}{dt} = 0$$



On peut ensuite écrire

$$\Delta v_0 \sin(\omega t + \phi) - L \frac{d(i_0 \sin(\omega t))}{dt} = 0$$

$$\Delta v_0 \sin(\omega t + \phi) - \omega L i_0 \cos(\omega t) = 0$$

$$\Delta v_0 \sin(\omega t + \phi) = \omega L i_0 \cos(\omega t)$$

On doit retrouver exactement la même chose de chaque côté de cette équation. Toutefois, ce sera difficile de comparer, car il y a un sinus d'un côté et un cosinus de l'autre. Pour remédier à cette situation, on utilise l'identité trigonométrique suivante.

$$\cos(\omega t) = \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

En transformant le cosinus en sinus, notre équation devient

$$\Delta v_0 \sin(\omega t + \phi) = \omega L i_0 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

Pour que cette équation soit toujours vraie (à toutes les valeurs de t), il faut que l'amplitude et la phase (ce qu'il y a dans le sinus) des deux sinus soient identiques. On a donc

Équation des amplitudes

$$\Delta v_0 = \omega L i_0$$

Équation des phases

$$\omega t + \phi = \omega t + \frac{\pi}{2}$$

L'impédance

L'équation des amplitudes nous permet de trouver l'impédance de ce circuit.

$$\Delta v_0 = \omega L i_0$$

$$\frac{\Delta v_0}{i_0} = \omega L$$

Ce qui signifie que

Impédance d'un circuit formé d'un inducteur seulement

$$Z_L = \omega L$$

L'impédance dépend maintenant de la fréquence de la source.

À haute fréquence, l'impédance de l'inducteur est élevée, ce qui veut dire qu'il y a peu de courant. C'est qu'à haute fréquence, le courant doit changer de direction rapidement. Comme l'inducteur empêche le courant de changer trop rapidement, le courant n'a pas le

temps de monter beaucoup avant de changer de direction. L'amplitude du courant est donc petite.

À basse fréquence, le courant aura davantage le temps de monter avant de changer de direction, ce qui donnera une amplitude plus grande.

Le déphasage

L'équation des phases

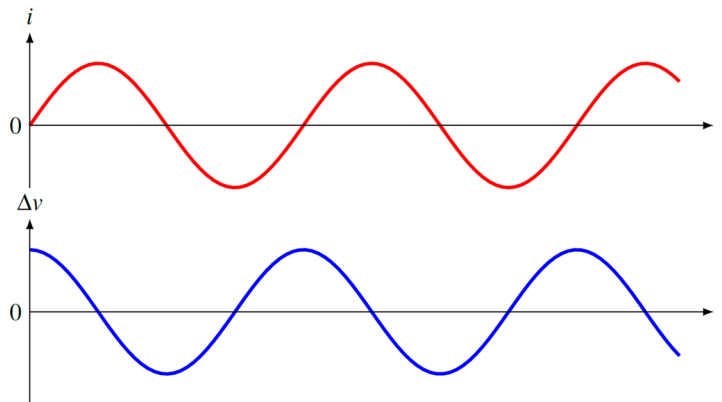
$$\omega t + \phi = \omega t + \frac{\pi}{2}$$

nous permet de trouver le déphasage dans ce circuit. Il est clair alors que le déphasage est

Déphasage dans un circuit formé d'un inducteur seulement

$$\phi = \frac{\pi}{2}$$

On obtient alors les graphiques suivants pour le courant et la différence de potentiel.



On voit que le maximum de la différence de potentiel aux bornes de la source atteint sa valeur maximale un quart de cycle avant que le courant arrive à sa valeur maximale. On remarque même que le courant est nul quand la différence de potentiel de la source est maximale et que la différence de potentiel de la source est nulle quand le courant est à son maximum. Le courant peut ainsi être déphasé de la tension aux bornes de la source parce que la source **ET** l'inducteur peuvent tous les deux générer un courant.

La puissance dissipée par le circuit

La formule de la puissance moyenne fournie par la source est

$$\bar{P} = \frac{1}{2} i_0 \Delta v_0 \cos \phi$$

Puisque le déphasage est de $\pi/2$ ici, on arrive à

Puissance dissipée dans un circuit formé d'un inducteur seulement

$$\bar{P}_L = 0$$

Il ne se perd donc pas d'énergie dans ce circuit. Parfois, la source donne de l'énergie à l'inducteur et parfois c'est l'inducteur qui redonne de l'énergie qu'il avait emmagasinée sous forme de champ magnétique. Sur un cycle, la source va donner autant d'énergie qu'elle en reçoit et la puissance moyenne dissipée sera nulle.

Exemple 11.3.1

Voici un circuit avec une source de courant alternatif et un inducteur de 300 mH.

- a) Quelle est l'amplitude du courant dans ce circuit ?

On trouve le courant avec

$$I = \frac{\Delta V}{Z}$$

Pour trouver le courant, on doit donc trouver l'impédance. L'impédance du circuit est

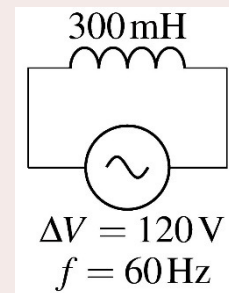
$$\begin{aligned} Z &= \omega L \\ &= 2\pi fL \\ &= 2\pi \cdot 60\text{Hz} \cdot 0,3\text{H} \\ &= 113,1\Omega \end{aligned}$$

La valeur efficace du courant est donc

$$\begin{aligned} I &= \frac{\Delta V}{Z} \\ &= \frac{120\text{V}}{113,1\Omega} \\ &= 1,061\text{A} \end{aligned}$$

L'amplitude du courant est donc

$$\begin{aligned} i_0 &= \sqrt{2}I \\ &= \sqrt{2} \cdot 1,061\text{A} \\ &= 1,501\text{A} \end{aligned}$$



- b) Quel est l'écart de temps entre le moment où la différence de potentiel atteint son maximum et le moment où le courant atteint son maximum ?

L'écart de temps est égal au quart de la période. Puisque la période est

$$\begin{aligned} T &= \frac{1}{f} \\ &= \frac{1}{60\text{Hz}} \\ &= 0,01667\text{s} = 16,67\text{ms} \end{aligned}$$

l'écart de temps est

$$\begin{aligned} \Delta t &= \frac{T}{4} \\ &= 4,167\text{ms} \end{aligned}$$

11.4 UNE SOURCE DE COURANT ALTERNATIF AVEC UN CONDENSATEUR

La loi des mailles de ce circuit

On va maintenant examiner un circuit en courant alternatif avec un simple condensateur.

La loi des mailles de ce circuit est

$$\Delta v - \frac{q}{C} = 0$$

Puisque le courant dans le circuit charge le condensateur, on a

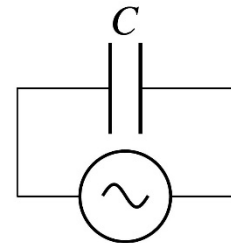
$$\begin{aligned} \frac{dq}{dt} &= i \\ \frac{dq}{dt} &= i_0 \sin(\omega t) \end{aligned}$$

En intégrant, on obtient

$$q = -\frac{i_0}{\omega} \cos(\omega t) + \text{constante}$$

On peut donc écrire

$$\Delta v - \frac{q}{C} = 0$$



$$\Delta v_0 \sin(\omega t + \phi) + \frac{i_0 \cos(\omega t)}{\omega C} + \text{constante} = 0$$

$$\Delta v_0 \sin(\omega t + \phi) = -\frac{i_0 \cos(\omega t)}{\omega C} - \text{constante}$$

On doit retrouver exactement la même chose de chaque côté de cette équation. Toutefois, ce sera difficile de comparer, car il y a un sinus d'un côté et un cosinus de l'autre. Pour remédier à cette situation, on utilise l'identité trigonométrique suivante.

$$-\cos(\omega t) = \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

En transformant le cosinus en sinus, notre équation devient

$$\Delta v_0 \sin(\omega t + \phi) = \frac{i_0}{\omega C} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) - \text{constante}$$

Pour que cette équation soit toujours vraie (à toutes les valeurs de t), il faut que l'amplitude et la phase (ce qu'il y a dans le sinus) des deux sinus soient identiques et que la constante d'intégration soit nulle. On a donc

Équation des amplitudes

$$\Delta v_0 = \frac{i_0}{\omega C}$$

Équation des phases

$$\omega t + \phi = \omega t - \frac{\pi}{2}$$

L'impédance

L'équation des amplitudes nous permet de trouver l'impédance de ce circuit.

$$\Delta v_0 = \frac{i_0}{\omega C}$$

$$\frac{\Delta v_0}{i_0} = \frac{1}{\omega C}$$

Ce qui signifie que

Impédance d'un circuit formé d'un condensateur seulement

$$Z_c = \frac{1}{\omega C}$$

L'impédance dépend encore une fois de la fréquence de la source.

À haute fréquence, l'impédance est basse, ce qui veut dire qu'il y a beaucoup de courant. C'est qu'à haute fréquence, le condensateur doit se charger très rapidement, ce qui nécessite beaucoup de courant.

À basse fréquence, le condensateur se charge plus lentement, ce qui nécessite un courant plus petit. Il y a donc peu de courant, ce qui veut dire que l'impédance du circuit est grande.

Le déphasage

L'équation des phases

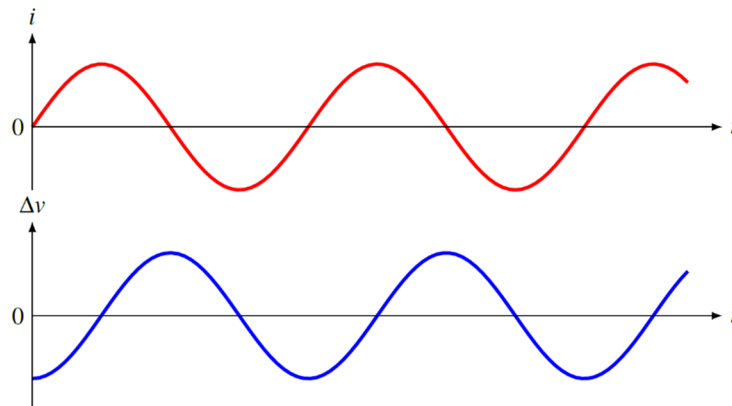
$$\omega t + \phi = \omega t - \frac{\pi}{2}$$

nous permet de trouver le déphasage dans ce circuit. Il est clair alors que le déphasage est

Déphasage dans un circuit formé d'un condensateur seulement

$$\phi = -\frac{\pi}{2}$$

On obtient alors les graphiques suivants pour le courant et la différence de potentiel.



On voit que le maximum de la différence de potentiel aux bornes de la source atteint sa valeur maximale un quart de cycle après que le courant arrive à sa valeur maximale. On remarque même que le courant est nul quand la différence de potentiel est maximale et que la différence de potentiel est nulle quand le courant est à son maximum. Le courant peut ainsi être déphasé de la tension aux bornes de la source parce que la source **ET** le condensateur peuvent tous les deux générer un courant.

La puissance dissipée par le circuit

La formule de la puissance moyenne fournie par la source est

$$\bar{P} = \frac{1}{2} i_0 \Delta v_0 \cos \phi$$

Puisque le déphasage est de $-\pi/2$ ici, on arrive à

Puissance dissipée dans un circuit formé d'un condensateur seulement

$$\bar{P}_C = 0$$

Il ne se perd donc pas d'énergie dans ce circuit. Parfois, la source donne de l'énergie au condensateur et parfois c'est le condensateur qui redonne de l'énergie qu'il avait emmagasinée. Sur un cycle, la source va donner autant d'énergie qu'elle en reçoit et la puissance moyenne dissipée sera nulle.

Exemple 11.4.1

Voici un circuit avec une source de courant alternatif et un condensateur de $1 \mu\text{F}$.

- a) Quelle est l'amplitude du courant dans ce circuit ?

On trouve le courant avec

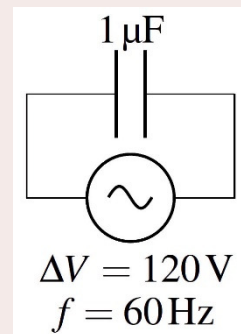
$$I = \frac{\Delta V}{Z}$$

Pour trouver le courant, on doit donc trouver l'impédance. L'impédance du circuit est

$$\begin{aligned} Z &= \frac{1}{\omega C} \\ &= \frac{1}{2\pi f C} \\ &= \frac{1}{2\pi \cdot 60\text{Hz} \cdot 10^{-6}\text{F}} \\ &= 2653\Omega \end{aligned}$$

La valeur efficace du courant est

$$\begin{aligned} I &= \frac{\Delta V}{Z} \\ &= \frac{120\text{V}}{2653\Omega} \\ &= 0,04523\text{A} \\ &= 45,23\text{mA} \end{aligned}$$



L'amplitude du courant est donc

$$\begin{aligned}i_0 &= \sqrt{2}I \\ &= \sqrt{2} \cdot 45,23\text{mA} \\ &= 63,97\text{mA}\end{aligned}$$

b) Quelle est la puissance instantanée de la source à $t = 0,01$ s ?

La puissance instantanée est

$$P = i\Delta v$$

À $t = 0,01$ s, la différence de potentiel aux bornes de la source est

$$\begin{aligned}\Delta v &= \Delta v_0 \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \\ &= 169,7\text{V} \cdot \sin\left(2\pi \cdot 60\text{Hz} \cdot 0,01\text{s} - \frac{\pi}{2}\right) \\ &= 137,3\text{V}\end{aligned}$$

À $t = 0,01$ s, le courant fourni par la source est

$$\begin{aligned}i &= i_0 \sin(\omega t) \\ &= 0,06397\text{A} \cdot \sin(2\pi \cdot 60\text{Hz} \cdot 0,01\text{s}) \\ &= -0,0376\text{A}\end{aligned}$$

La puissance de la source à ce moment est donc

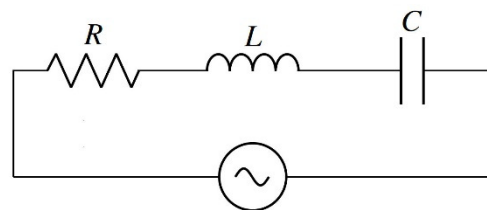
$$\begin{aligned}P &= i\Delta v \\ &= -0,0376\text{A} \cdot 137,3\text{V} \\ &= -5,16\text{W}\end{aligned}$$

Comme la puissance est négative, la source reçoit de l'énergie à ce moment.

11.5 LES CIRCUITS RLC EN SÉRIE

La loi des mailles du circuit

Le circuit RLC en série est un circuit dans lequel il y a une résistance, un inducteur et un condensateur qui sont tous branchés en série avec une source.



On peut déjà prévoir un peu ce qui va se passer selon la fréquence dans ce circuit. On a vu que les inducteurs permettent de grands courants

(petite impédance) à basse fréquence et de petits courants à haute fréquence (grande impédance). On a vu également que les condensateurs permettent de petits courants à basse fréquence (grande impédance) et de grands courants (petite impédance) à haute fréquence. Une situation qu'on peut résumer ainsi.

	Basse fréquence	Haute fréquence
Résistance	L'effet ne dépend pas de la fréquence.	
Inducteur	Laisse passer beaucoup de courant.	Laisse passer peu de courant.
Condensateur	Laisse passer peu de courant.	Laisse passer beaucoup de courant.

On pourrait donc se servir des inducteurs et des condensateurs pour faire des filtres qui bloquent les hautes ou les basses fréquences.

Dans notre circuit, on devra s'attendre à un courant faible à basse fréquence parce que le condensateur laissera passer peu de courant à basse fréquence. On devra s'attendre aussi à un courant faible à haute fréquence parce que l'inducteur laissera passer peu de courant à haute fréquence. Allons voir si c'est ce qu'on obtient

La loi des mailles de ce circuit est

$$\Delta v - Ri - L \frac{di}{dt} - \frac{q}{C} = 0$$

En utilisant la formule de la différence de potentiel aux bornes de la source en fonction du temps, du courant en fonction du temps et de la charge en fonction du temps (qu'on a trouvées dans la section sur le condensateur), on a

$$\Delta v_0 \sin(\omega t + \phi) - Ri_0 \sin(\omega t) - L \frac{d(i_0 \sin(\omega t))}{dt} + \frac{i_0 \cos(\omega t)}{\omega C} = 0$$

$$\Delta v_0 \sin(\omega t + \phi) - Ri_0 \sin(\omega t) - \omega Li_0 \cos(\omega t) + \frac{i_0 \cos(\omega t)}{\omega C} = 0$$

$$\Delta v_0 \sin(\omega t + \phi) = Ri_0 \sin(\omega t) + \omega Li_0 \cos(\omega t) - \frac{i_0 \cos(\omega t)}{\omega C}$$

Puisque $Z_L = \omega L$ et $Z_C = 1/\omega C$, on peut écrire

$$\Delta v_0 \sin(\omega t + \phi) = Ri_0 \sin(\omega t) + Z_L i_0 \cos(\omega t) - Z_C i_0 \cos(\omega t)$$

On va procéder un peu différemment ici pour résoudre cette équation. On va premièrement transformer le côté gauche de cette équation en utilisant l'identité trigonométrique

$$\sin(\omega t + \phi) = \sin \omega t \cos \phi + \cos \omega t \sin \phi$$

On obtient ainsi

$$\Delta v_0 (\sin \omega t \cos \phi + \cos \omega t \sin \phi) = Ri_0 \sin(\omega t) + Z_L i_0 \cos(\omega t) - Z_C i_0 \cos(\omega t)$$

On va ensuite regrouper ensemble, de chaque côté de l'équation, tous les termes avec $\sin(\omega t)$ et regrouper ensemble tous les termes avec $\cos(\omega t)$. On a alors

$$\Delta v_0 \cos \phi \sin \omega t + \Delta v_0 \sin \phi \cos \omega t = Ri_0 \sin(\omega t) + (Z_L - Z_C) i_0 \cos(\omega t)$$

Pour que cette équation soit toujours vraie (à toutes les valeurs de t), il faut que les termes devant les sinus soient égaux de chaque côté de l'équation et que les termes devant les cosinus soient aussi égaux de chaque côté de l'équation. On a donc

Équation des sinus

$$\Delta v_0 \cos \phi = Ri_0$$

Équation des cosinus

$$\Delta v_0 \sin \phi = (Z_L - Z_C) i_0$$

Ce sont les deux équations qu'on devra résoudre pour trouver l'amplitude et le déphasage.

L'impédance

Pour trouver l'impédance, on doit éliminer ϕ des deux équations (équation des sinus et équation des cosinus). On peut éliminer le déphasage avec le truc suivant.

$$(\Delta v_0 \cos \phi)^2 + (\Delta v_0 \sin \phi)^2 = (Ri_0)^2 + ((Z_L - Z_C) i_0)^2$$

$$\Delta v_0^2 (\cos^2 \phi + \sin^2 \phi) = R^2 i_0^2 + (Z_L - Z_C)^2 i_0^2$$

$$\Delta v_0^2 = (R^2 + (Z_L - Z_C)^2) i_0^2$$

$$\frac{\Delta v_0}{i_0} = \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}$$

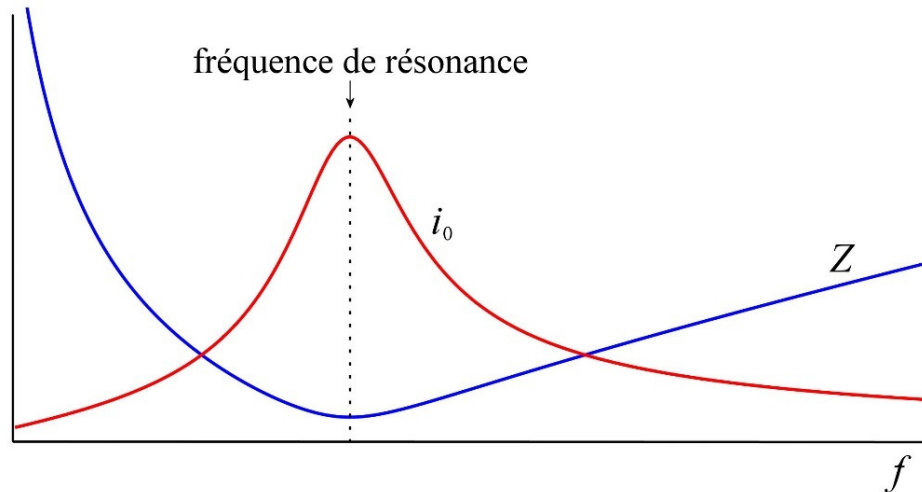
Comme $\Delta v_0/i_0$ est l'impédance, on a

Impédance d'un circuit RLC en série

$$Z = \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}$$

Puisque Z_L et Z_C dépendent de la fréquence, l'impédance dépend de la fréquence de la source.

L'amplitude du courant dans le circuit est $i_0 = \Delta v_0 / Z$. L'amplitude du courant va donc dépendre de la fréquence de la source, même si l'amplitude de la différence de potentiel de la source est constante. Le graphique suivant vous montre l'impédance et l'amplitude du courant en fonction de la fréquence.



On voit qu'à basse fréquence, l'impédance est grande et le courant est faible comme on l'avait prévu. C'est le condensateur qui limite alors le courant dans le circuit à basse fréquence.

On voit aussi qu'à haute fréquence, l'impédance est grande et le courant est faible comme on l'avait prévu. C'est alors l'inducteur qui limite alors le courant dans le circuit à haute fréquence.

Entre les deux, l'impédance est plus faible. À une certaine valeur de la fréquence, on a l'impédance minimale et donc l'amplitude du courant maximale. On dit alors que le circuit est en résonance et la fréquence à laquelle la résonance se produit est la *fréquence de résonance* qu'on note f_0 .

En fait, l'impédance est minimale quand les deux termes Z_L et Z_C s'annulent mutuellement dans la formule de l'impédance. On a alors

$$\begin{aligned} Z_L &= Z_C \\ \omega_0 L &= \frac{1}{\omega_0 C} \\ \omega_0^2 &= \frac{1}{LC} \\ \omega_0 &= \frac{1}{\sqrt{LC}} \end{aligned}$$

Ce qui nous donne

Fréquence de résonance d'un circuit RLC en série

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

À cette fréquence, l'impédance

$$Z = \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}$$

est simplement R puisque $Z_L = Z_C$,

Impédance d'un circuit RLC en série à la fréquence de résonance

$$Z_0 = R$$

On voit que l'impédance à la fréquence de résonance ne dépend que de la résistance. C'est qu'à cette fréquence, le condensateur et l'inducteur agissent comme des sources qui font des différences de potentiel toujours exactement opposées l'une à l'autre. Elles s'annulent donc mutuellement et le circuit agit comme s'il n'y avait qu'une résistance.

Le déphasage

Pour trouver le déphasage, reprenons nos deux équations obtenues avec la loi des mailles de Kirchhoff.

Équation des sinus

$$\Delta v_0 \cos \phi = Ri_0$$

Équation des cosinus

$$\Delta v_0 \sin \phi = (Z_L - Z_C)i_0$$

On peut trouver le déphasage en divisant les 2 équations l'une par l'autre.

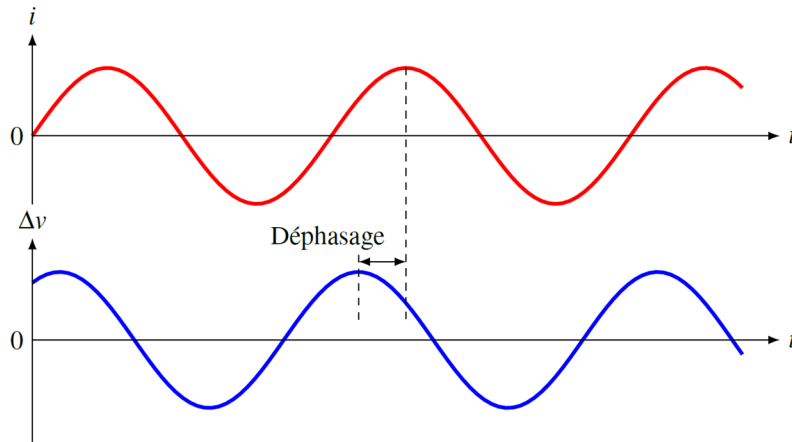
$$\frac{\Delta v_0 \sin \phi}{\Delta v_0 \cos \phi} = \frac{(Z_L - Z_C)i_0}{Ri_0}$$

On obtient alors

Déphasage dans un circuit RLC en série

$$\tan \phi = \frac{Z_L - Z_C}{R}$$

Le déphasage peut alors prendre n'importe quelle valeur entre $-\pi/2$ et $\pi/2$.



Une valeur positive de ϕ signifie que la différence de potentiel arrivera à sa valeur maximale avant le courant.

Une valeur négative de ϕ signifie que le courant arrivera à sa valeur maximale avant la différence de potentiel.

On peut aussi trouver le déphasage en partant de l'équation des sinus de la loi des mailles

$$\Delta v_0 \cos \phi = Ri_0$$

$$Zi_0 \cos \phi = Ri_0$$

pour arriver à

$$\cos \phi = \frac{R}{Z}$$

Faites attention toutefois : vous ne pourrez pas savoir le signe de ϕ en prenant cette formule.

La puissance dissipée par le circuit

On a vu que la formule générale de la puissance moyenne fournie par la source est

$$\bar{P} = \frac{1}{2} i_0 \Delta v_0 \cos \phi$$

À partir de cette formule, on arrive aux multiples formules suivantes en jouant avec les différentes équations obtenues jusqu'ici. Évidemment, toutes ces formules donnent le même résultat.

Puissance dissipée dans un circuit RLC en série

$$\bar{P} = \frac{i_0 \Delta v_0}{2} \cos \phi$$

$$\begin{aligned}\bar{P} &= \frac{Zi_0^2}{2} \cos \phi \\ \bar{P} &= \frac{\Delta v_0^2}{2Z} \cos \phi \\ \bar{P} &= \frac{Ri_0^2}{2} \\ \bar{P} &= I\Delta V \cos \phi \\ \bar{P} &= ZI^2 \cos \phi \\ \bar{P} &= \frac{\Delta V^2}{Z} \cos \phi \\ \bar{P} &= RI^2\end{aligned}$$

La dernière formule, obtenue à partir de la cinquième et de $Z \cos \phi = R$, montre bien qu'il n'y a que la résistance qui dissipe l'énergie dans un circuit RLC. L'inducteur et le condensateur peuvent temporairement emmagasiner de l'énergie, mais ils vont finir par la redonner à la source et l'énergie ne sera donc pas perdue.

La puissance maximale dissipée se produit quand l'amplitude du courant est la plus grande (ou quand le courant efficace est le plus grand, ce qui revient au même). Cela se produit bien sûr à la fréquence de résonance.

L'amplitude de la différence de potentiel aux bornes de chaque élément du circuit

On trouve la différence de potentiel aux bornes de chaque élément à partir du courant qui traverse les éléments (qui est le même pour tous les éléments puisqu'ils sont en série). Selon ce qu'on a vu dans les sections précédentes, ces différences de potentiel sont donc

Différence de potentiel aux bornes des éléments du circuit RLC en série

$$\begin{aligned}\Delta v_{0R} &= Z_R i_0 = Ri_0 \\ \Delta v_{0L} &= Z_L i_0 = \omega L i_0 \\ \Delta v_{0C} &= Z_C i_0 = \frac{i_0}{\omega C}\end{aligned}$$

Il ne faut pas penser qu'on va arriver à l'amplitude de la différence de potentiel de la source en additionnant ces amplitudes, comme avec les lois des mailles. La loi des mailles est bonne, mais avec les valeurs des différences de potentiel qu'il y a à un certain moment. Les amplitudes ne sont pas les valeurs instantanées de la différence de potentiel aux bornes des éléments du circuit, ce sont plutôt les valeurs maximales. Ces valeurs maximales ne se produisent pas en même temps pour chaque élément du circuit et elles ne sont donc pas des valeurs des différences de potentiel à un certain moment dans le circuit. Par exemple, quand

la différence de potentiel aux bornes de la résistance est à sa valeur maximale, les différences de potentiel aux bornes de l'inducteur et du condensateur sont nulles.

On peut quand même faire le lien entre ces amplitudes et l'amplitude de la source en utilisant la formule de l'impédance.

$$Z = \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}$$

$$Zi_0 = i_0 \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}$$

$$Zi_0 = \sqrt{i_0^2 (R^2 + (Z_L - Z_C)^2)}$$

$$Zi_0 = \sqrt{R^2 i_0^2 + (Z_L - Z_C)^2 i_0^2}$$

$$Zi_0 = \sqrt{(Ri_0)^2 + (Z_L i_0 - Z_C i_0)^2}$$

Ce qui donne

Liens entre les différences de potentiel aux bornes des éléments du circuit RLC en série

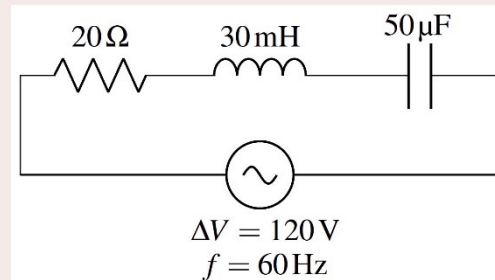
$$\Delta v_0 = \sqrt{(\Delta v_{0R})^2 + (\Delta v_{0L} - \Delta v_{0C})^2}$$

$$\Delta V = \sqrt{(\Delta V_R)^2 + (\Delta V_L - \Delta V_C)^2}$$

On obtient la deuxième équation avec les valeurs efficaces en divisant la première par $\sqrt{2}$.

Exemple 11.5.1

Une source de courant alternatif est branchée en série à une résistance, un condensateur et un inducteur, tel qu'illustré sur cette figure.



- a) Quelle est l'impédance du circuit ?

L'impédance est

$$Z = \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}$$

Pour trouver l'impédance, on doit trouver Z_L et Z_C .

$$Z_L = \omega L$$

$$= 2\pi \cdot 60 \text{ Hz} \cdot 0,03 \text{ H}$$

$$= 11,31 \Omega$$

$$\begin{aligned}
 Z_C &= \frac{1}{\omega C} \\
 &= \frac{1}{2\pi \cdot 60\text{Hz} \cdot 50 \times 10^{-6}\text{F}} \\
 &= 53,05\Omega
 \end{aligned}$$

L'impédance du circuit est donc

$$\begin{aligned}
 Z &= \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} \\
 &= \sqrt{(20\Omega)^2 + (11,31\Omega - 53,05\Omega)^2} \\
 &= 46,29\Omega
 \end{aligned}$$

b) Quelle est l'amplitude du courant dans ce circuit ?

Le courant efficace est

$$\begin{aligned}
 I &= \frac{\Delta V}{Z} \\
 &= \frac{120\text{V}}{46,29\Omega} \\
 &= 2,592\text{A}
 \end{aligned}$$

L'amplitude du courant est donc

$$\begin{aligned}
 i_0 &= \sqrt{2}I \\
 &= \sqrt{2} \cdot 2,592\text{A} \\
 &= 3,666\text{A}
 \end{aligned}$$

c) Quelle est l'amplitude de la différence de potentiel aux bornes de chaque élément du circuit ?

On a

$$\begin{aligned}
 \Delta v_{0R} &= Ri_0 \\
 &= 20\Omega \cdot 3,666\text{A} \\
 &= 73,32\text{V}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \Delta v_{0L} &= Z_L i_0 \\
 &= 11,31\Omega \cdot 3,666\text{A} \\
 &= 41,46\text{V}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Delta v_{0C} &= Z_C i_0 \\ &= 53,05\Omega \cdot 3,666A \\ &= 194,48V\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Delta v_{0source} &= \sqrt{2}\Delta V \\ &= \sqrt{2} \cdot 120V \\ &= 169,71V\end{aligned}$$

- d) Quel est l'écart de temps entre le maximum du courant dans le circuit et le maximum de la différence de potentiel aux bornes de la source ?

L'écart de temps est donné par

$$\Delta t = \frac{\phi}{\omega}$$

Pour trouver cet écart, on doit donc trouver le déphasage. Ce déphasage est

$$\begin{aligned}\tan \phi &= \frac{Z_L - Z_C}{R} \\ &= \frac{11,31\Omega - 53,05\Omega}{20\Omega} \\ &= -2,087 \\ \phi &= -1,124rad\end{aligned}$$

L'écart de temps est donc

$$\begin{aligned}\Delta t &= \frac{\phi}{\omega} \\ &= \frac{\phi}{2\pi f} \\ &= \frac{-1,124rad}{2\pi \cdot 60Hz} \\ &= -0,002981s \\ &= -2,981ms\end{aligned}$$

La réponse négative signifie que le maximum du courant se produit 2,981 ms avant le maximum de la différence de potentiel.

- e) Quelle est la puissance moyenne dissipée par le circuit ?

La puissance moyenne est

$$\begin{aligned}\bar{P} &= \frac{1}{2} R i_0^2 \\ &= \frac{1}{2} \cdot 20\Omega \cdot (3,666A)^2 \\ &= 134,4W\end{aligned}$$

- f) Quelle fréquence la source devrait-elle avoir pour que l'amplitude du courant dans le circuit soit la plus grande ?

L'amplitude du courant est la plus grande à la fréquence de résonance. Cette fréquence est

$$\begin{aligned}f_0 &= \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \\ &= \frac{1}{2\pi\sqrt{0,03H \cdot 50 \times 10^{-6}F}} \\ &= 129,95Hz\end{aligned}$$

- g) Quelle serait l'amplitude du courant si la fréquence de la source était égale à la fréquence de résonance ?

À cette fréquence, $Z = R$, on aurait donc

$$\begin{aligned}i_0 &= \frac{\Delta v_0}{Z} \\ &= \frac{\Delta v_0}{R} \\ &= \frac{169,7V}{20\Omega} \\ &= 8,485A\end{aligned}$$

La syntonisation d'un poste avec une radio

Une radio est un simple circuit RLC qui reçoit des ondes électromagnétiques qui jouent le rôle de source. Dans ce circuit, l'impédance est très grande, sauf à la fréquence de résonance. Si la fréquence de la source, donc celle des ondes, n'est pas égale à la fréquence de résonance du circuit, le courant dans le circuit sera peu important, car l'impédance est élevée. Si la fréquence de la source, donc celle des ondes, est égale à la fréquence de résonance du circuit, le courant dans le circuit sera important, car l'impédance est faible à cette fréquence.

Une radio reçoit en fait une superposition d'ondes à toutes les fréquences et chacune de ces ondes fait un courant dans le circuit. Toutefois, seule l'onde à la fréquence de résonance fait un courant important. C'est donc le courant donné par cette onde qui va dominer et c'est ce signal qu'on va entendre.

On peut changer facilement la fréquence captée en changeant la fréquence de résonance du circuit. On le fait généralement en changeant la valeur de la capacité dans le circuit. Cela peut se faire, par exemple en changeant simplement la distance entre les plaques d'un condensateur à plaques parallèles.

11.6 LES CIRCUITS LC, RC OU RL EN SÉRIE

Pour résoudre des circuits dans lesquels il y a simplement deux éléments en série avec la source, on utilise ce qu'on a trouvé pour les circuits RLC, mais avec les règles suivantes.

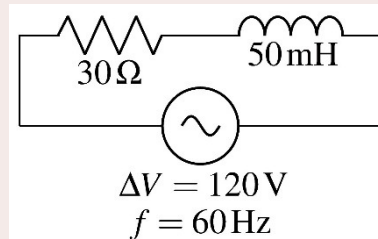
Mettre $R = 0$ s'il n'y a pas de résistance.

Mettre $Z_L = 0$ s'il n'y a pas d'inducteur.

Mettre $Z_C = 0$ s'il n'y a pas de condensateur.

Exemple 11.6.1

Une source de courant alternatif est branchée en série à une résistance et un inducteur, tel qu'illustré sur cette figure.



- a) Quelle est l'impédance du circuit ?

L'impédance est

$$Z = \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}$$

Pour trouver l'impédance, on doit trouver Z_L et Z_C .

$$\begin{aligned} Z_L &= \omega L \\ &= 2\pi \cdot 60\text{Hz} \cdot 0,05\text{H} \\ &= 18,85\Omega \end{aligned}$$

$$Z_C = 0 \quad (\text{Puisqu'il n'y a pas de condensateur})$$

L'impédance du circuit est donc

$$\begin{aligned} Z &= \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} \\ &= \sqrt{(30\Omega)^2 + (18,85\Omega - 0)^2} \\ &= 35,43\Omega \end{aligned}$$

b) Quelle est l'amplitude du courant dans ce circuit ?

Le courant efficace est

$$\begin{aligned} I &= \frac{\Delta V}{Z} \\ &= \frac{120V}{35,43\Omega} \\ &= 3,387A \end{aligned}$$

L'amplitude du courant est donc

$$\begin{aligned} i_0 &= \sqrt{2}I \\ &= \sqrt{2} \cdot 3,387A \\ &= 4,790A \end{aligned}$$

c) Quel est l'écart de temps entre le maximum du courant dans le circuit et le maximum de la différence de potentiel aux bornes de la source ?

L'écart de temps est donné par

$$\Delta t = \frac{\phi}{\omega}$$

Pour trouver cet écart, on doit donc trouver le déphasage. Ce déphasage est

$$\begin{aligned} \tan \phi &= \frac{Z_L - Z_C}{R} \\ &= \frac{18,85\Omega - 0\Omega}{30\Omega} \\ &= 0,628 \\ \phi &= 0,561rad \end{aligned}$$

L'écart de temps est donc

$$\begin{aligned} \Delta t &= \frac{\phi}{\omega} \\ &= \frac{\phi}{2\pi f} \\ &= \frac{0,561}{2\pi \cdot 60Hz} \\ &= 0,001488s = 1,488ms \end{aligned}$$

La réponse positive signifie que le maximum du courant se produit 1,488 ms après le maximum de la différence de potentiel.

d) Quelle est la puissance moyenne dissipée par le circuit ?

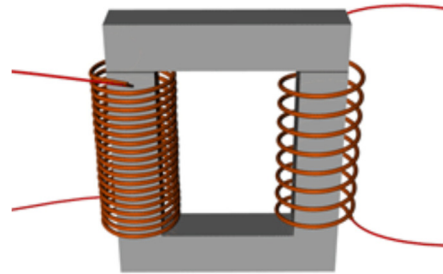
La puissance moyenne est

$$\begin{aligned}\bar{P} &= \frac{1}{2} R i_0^2 \\ &= \frac{1}{2} \cdot 30\Omega \cdot (4,790A)^2 \\ &= 344,1W\end{aligned}$$

11.7 LES TRANSFORMATEURS

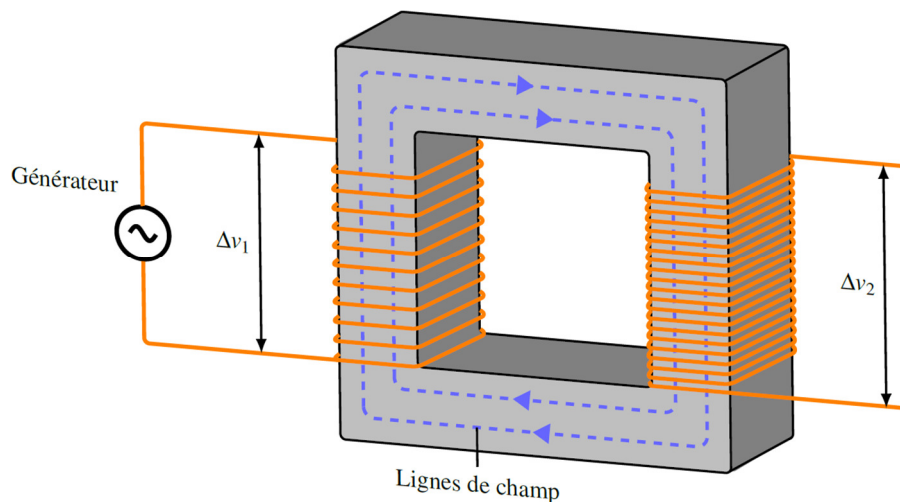
Un transformateur est un appareil qui permet de changer l'amplitude de la différence de potentiel. Ce changement se fait grâce à l'induction.

Le transformateur est formé simplement de deux bobines reliées par un cadre métallique. S'il y a une différence de potentiel variable aux bornes d'une bobine (appelé *bobine primaire* ou *enroulement primaire*), on verra alors apparaître, par induction électromagnétique, une différence de potentiel aux bornes de l'autre bobine (appelé *bobine secondaire* ou *enroulement secondaire*).



www.phynet.de/e-lehre/transformator

Quand on applique une différence de potentiel aux bornes de la bobine primaire, il circule un courant dans la bobine et il y a donc un champ magnétique fait par cette bobine. On ne l'a pas vu, mais les lignes de champ sont pratiquement prisonnières dans un cadre métallique. Les lignes de champ vont donc suivre le cadre pour aller passer à l'intérieur de la bobine secondaire pour ensuite revenir dans la bobine primaire.



Si le courant varie dans la bobine 1, alors le champ sera variable et le flux dans la bobine 2 sera variable. La différence de potentiel induite dans la bobine 2 sera donc

$$\Delta v_2 = -N_2 \frac{d\phi}{dt}$$

(Il y a N_2 tours de fil pour la bobine secondaire). Il va également se passer la même chose dans la bobine 1. En fait, si on fait la loi de Kirchhoff sur le circuit primaire, on doit avoir

$$\Delta v_{source} - \Delta v_1 = 0$$

Autrement dit, la différence de potentiel faite par le générateur doit se perdre dans la bobine. Elle pourrait se perdre à cause de la résistance des fils, mais il n'y a pas que ça. Le champ magnétique dans le cadre métallique passe dans les deux bobines, ce qui fait un flux dans les deux bobines. Si ce flux change, il devrait y avoir une différence de potentiel induite dans les deux bobines. Si on néglige la résistance du fil de la bobine primaire, c'est uniquement cette différence de potentiel induite par les variations de flux qui fait la différence de potentiel qu'on doit avoir aux bornes de la bobine. On doit avoir que

$$\Delta v_1 = -N_1 \frac{d\phi}{dt}$$

(Il y a N_1 tours de fil pour la bobine primaire). On a donc

$$\frac{d\phi}{dt} = -\frac{\Delta v_1}{N_1} \quad \text{et} \quad \frac{d\phi}{dt} = -\frac{\Delta v_2}{N_2}$$

Puisque le flux est le même, cela nous amène à

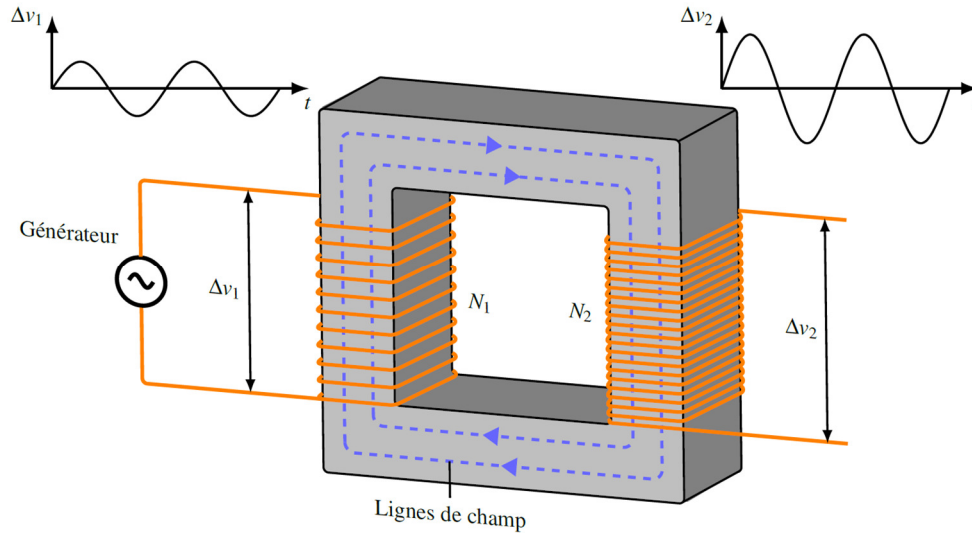
$$\begin{aligned} -\frac{\Delta v_1}{N_1} &= -\frac{\Delta v_2}{N_2} \\ \frac{\Delta v_{01} \sin(\omega t + \theta_0)}{N_1} &= \frac{\Delta v_{02} \sin(\omega t + \theta_0)}{N_2} \end{aligned}$$

et donc à

Changement de la différence de potentiel avec un transformateur

$$\begin{aligned} \Delta v_{02} &= \frac{N_2}{N_1} \Delta v_{01} \\ \Delta V_2 &= \frac{N_2}{N_1} \Delta V_1 \end{aligned}$$

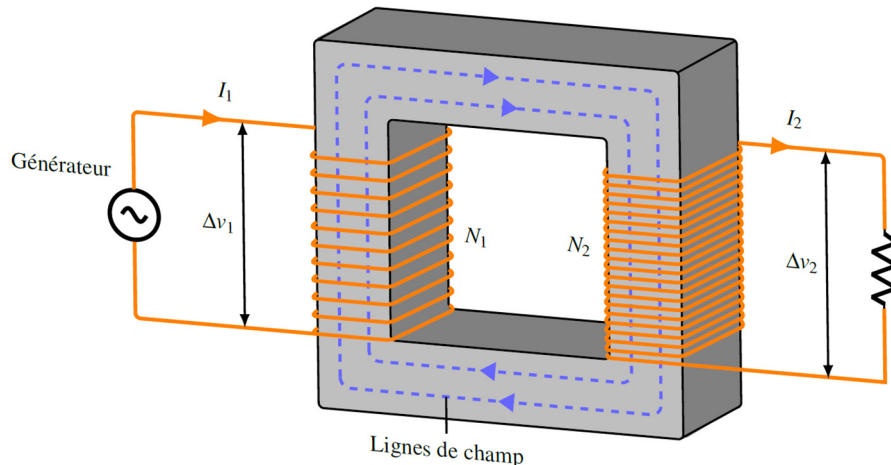
On a obtenu la seconde équation en divisant la première équation par $\sqrt{2}$ pour obtenir la relation entre les valeurs efficaces. On a donc la situation suivante.



C'est donc uniquement le nombre de tours de fils des bobines qui détermine si on va monter ou descendre l'amplitude de la tension avec un transformateur. Si $N_2 > N_1$, l'amplitude de la tension va monter et on a alors un transformateur survolteur. Si $N_2 < N_1$, l'amplitude de la tension va baisser et on a alors un transformateur dévolteur.

On ne peut pas utiliser un transformateur si la tension n'est pas alternative. Si on branche une batterie au transformateur, la différence de potentiel aux bornes de la bobine 1 sera toujours la même et il n'y aura pas de variation de courant, et donc pas de variation de champ magnétique et de flux. Il n'y aura pas donc d'induction et ainsi la différence de potentiel aux bornes de la bobine secondaire sera toujours nulle. De plus, comme il n'y a plus d'induction, seule la résistance du fil 1 pourra faire la différence de potentiel qu'on doit avoir aux bornes de la bobine primaire pour annuler la différence de potentiel de la source. Comme la résistance d'un fil n'est pas très grande, le courant sera très important et on risque alors de faire brûler le transformateur.

Le courant circulant dans le circuit primaire sera aussi différent de celui qui circule dans le circuit secondaire. Supposons donc qu'il y a une résistance branchée sur la bobine secondaire pour former un circuit.



La puissance fournie à la résistance

$$P = I_2 \Delta V_2$$

La puissance fournie par le générateur est

$$P = I_1 \Delta V_1$$

Si on suppose qu'il ne se perd pas d'énergie dans le transformateur (en fait, il se perd à peu près 1 % de l'énergie dans un transformateur), les puissances devraient être les mêmes et on a alors

$$I_1 \Delta V_1 = I_2 \Delta V_2$$

$$I_2 = \frac{\Delta V_1}{\Delta V_2} I_1$$

$$I_2 = \frac{\Delta V_1}{\frac{N_2}{N_1} \Delta V_1} I_1$$

En simplifiant, on arrive à l'équation suivante.

Changement de courant avec un transformateur

$$i_{02} = \frac{N_1}{N_2} i_{01}$$

$$I_2 = \frac{N_1}{N_2} I_1$$

On a obtenu la première équation en multipliant la deuxième équation par $\sqrt{2}$ pour obtenir la relation entre les amplitudes.

(En fait, le courant qu'on obtient ainsi n'est pas le courant total dans le circuit primaire. Il y a un autre petit courant qui s'ajoute et qui ne fournit aucune puissance. On ne s'occupera pas de ce courant. Pour plus de détails, vous pouvez consulter le document suivant :

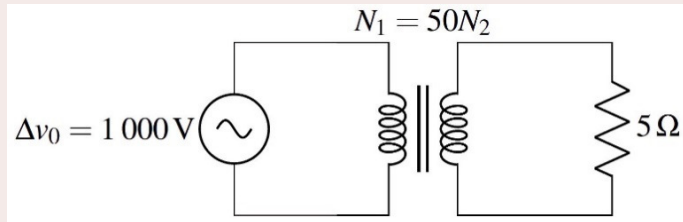
<https://physique.merici.ca/electricite/Transfo.pdf>

Terminons en vous montrant le symbole du transformateur pour le représenter dans les circuits. Il existe quelques variantes, en voici 2.



Exemple 11.7.1

Un générateur fournissant une différence de potentiel alternative ayant une tension dont l'amplitude est de 1000 V est branché à la bobine primaire d'un transformateur. On branche ensuite une résistance de $5\ \Omega$ à la bobine secondaire. Dans le transformateur, la bobine primaire a 50 fois plus de tours de fils que la bobine secondaire.



- a) Quelle est l'amplitude de la différence de potentiel aux bornes de la bobine secondaire ?

On doit donc avoir

$$\begin{aligned}\Delta v_{02} &= \frac{N_2}{N_1} \Delta v_{01} \\ &= \frac{N_2}{50N_2} \cdot 1000V \\ &= 20V\end{aligned}$$

- b) Quelle est l'amplitude du courant dans le circuit secondaire ?

L'amplitude de la différence de potentiel aux bornes de la résistance est la même que celle aux bornes de la bobine secondaire. Le courant dans le circuit secondaire est donc

$$\begin{aligned}i_{02} &= \frac{\Delta v_{02}}{R} \\ &= \frac{20V}{5\Omega} \\ &= 4A\end{aligned}$$

- c) Quelle est l'amplitude du courant dans la bobine primaire ?

L'amplitude du courant est

$$\begin{aligned}i_{02} &= \frac{N_1}{N_2} i_{01} \\ 4A &= \frac{50N_2}{N_2} \cdot i_{01} \\ i_{01} &= 0,08A\end{aligned}$$

11.8 LE RÉSEAU ÉLECTRIQUE

Pourquoi utilise-t-on du courant alternatif ?

Dans les réseaux électriques, on utilise du courant alternatif, mais on pourrait très bien utiliser aussi le courant continu.

On installa les premiers réseaux électriques peu après l'invention de la première ampoule électrique fiable en 1879 par Edison. Le réseau implanté à New York par Edison utilisait un courant continu alors que le réseau développé par George Westinghouse utilisait un courant alternatif. Edison s'opposait à l'utilisation du courant alternatif, car celui-ci est plus dangereux. En effet, les courants alternatifs ont des effets plus importants sur les muscles que les courants continus, ce qui augmente les dangers de mort par électrocution, spécialement si le courant passe par le cœur. Voici d'ailleurs un tableau montrant les différences entre les deux types de courants.

	Courant continu	Courant alternatif
Seuil de téτανisation (les muscles restent contractés pour 95 % des gens)	300 mA	10 à 40 mA
Seuil de fibrillation pour le cœur (pour 95 % des gens)	150 mA (si dure plus de 2 s)	30 mA (si dure plus de 1 s)

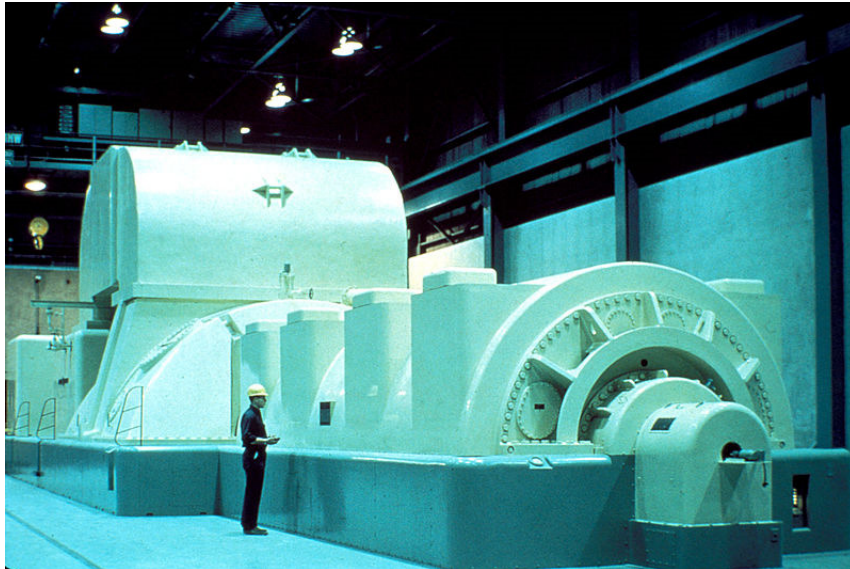
On voit que les effets se produisent avec des courants beaucoup plus faibles en courant alternatif. D'ailleurs, Edison suggéra fortement à l'état de New York, qui cherchait un moyen plus civilisé que la pendaison pour exécuter les criminels, d'utiliser une chaise électrique fonctionnant avec du courant alternatif pour illustrer à quel point le courant alternatif pouvait être dangereux. Toutefois, les avantages du courant alternatif sont indéniables. Les principaux avantages sont, en ordre d'importance :

- 1) On peut facilement changer l'amplitude de la différence de potentiel avec un transformateur. Les transformateurs ne fonctionnent pas avec du courant continu et il est donc beaucoup plus difficile de changer la tension du courant continu. Avec de petits réseaux, il était inutile de changer la tension, mais avec de grandes lignes de transport, il est essentiel d'utiliser une tension la plus élevée possible pour le transport (on verra pourquoi un peu plus loin).
- 2) Les générateurs produisent déjà une différence de potentiel alternative. On n'a donc pas à le transformer en courant continu comme on doit le faire si on veut utiliser un réseau en courant continu. Cela élimine l'appareil nécessaire pour faire la transformation.

La production

Presque toutes les centrales produisent de l'électricité avec des générateurs (la seule exception étant les panneaux solaires). La seule chose qui change, c'est la source d'énergie utilisée pour faire tourner le générateur. Très souvent, on va le faire tourner avec de la vapeur. On peut chauffer cette vapeur avec du charbon (centrale au charbon), du pétrole (centrale au mazout), avec du gaz (centrale au gaz) ou avec une réaction nucléaire (centrale nucléaire). On peut aussi utiliser le vent (éolienne) ou le passage de l'eau (centrale hydroélectrique).

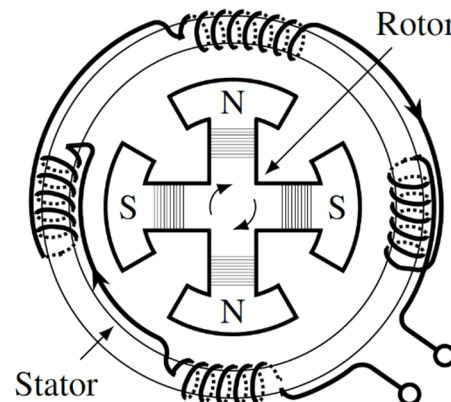
Pour vous donner une idée, les générateurs utilisés à la centrale Robert-Bourassa au Québec produisent une différence de potentiel efficace de 13 800 V et une fréquence de 60 Hz ($\pm 0,2$ Hz). La puissance maximale que peut fournir un de ces générateurs est de 390 MW. Au-delà de cette valeur, le générateur devient trop difficile à faire tourner.



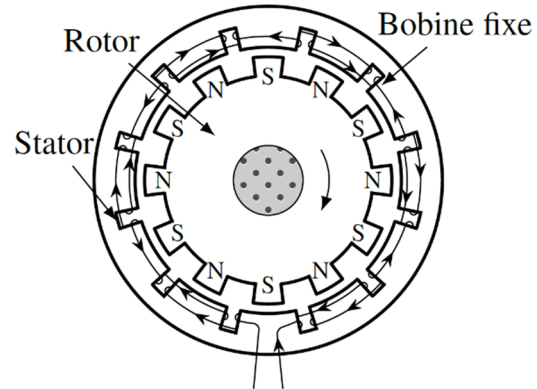
en.wikipedia.org/wiki/Electric_generator

Tous les générateurs de tout le Québec doivent être synchronisés, ce qui veut dire qu'ils doivent tous arriver au maximum de la tension en même temps. Cela est très important, car un générateur déphasé par rapport aux autres pourrait recevoir du courant, ce qui le transformerait en moteur. Si, par exemple, c'est une éolienne, elle deviendrait alors un gros ventilateur. Elle consommerait alors de l'énergie plutôt que d'en produire.

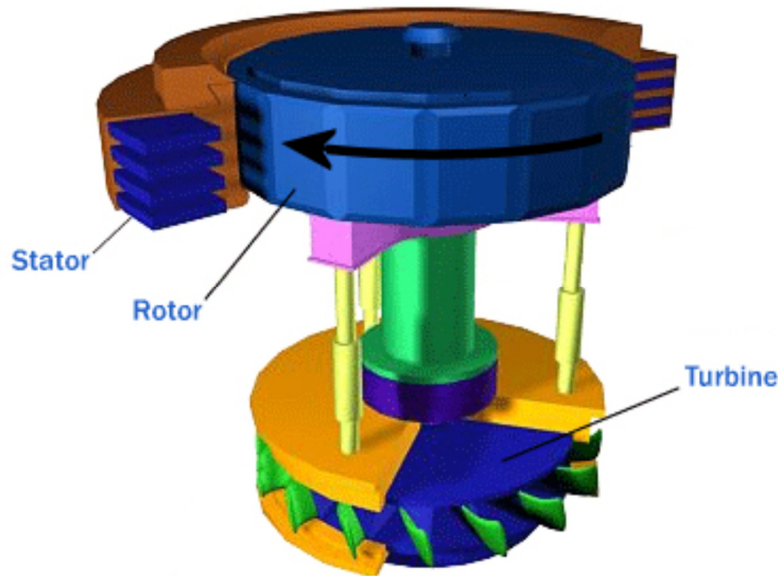
Les générateurs sont en fait des alternateurs, ce qui signifie que ce sont les aimants qui tournent (rotor) alors que les boucles de fil restent immobiles (stator).



Généralement, il y a beaucoup de pôles magnétiques. Le générateur ressemble plus à ce qu'on peut voir sur l'image de droite.



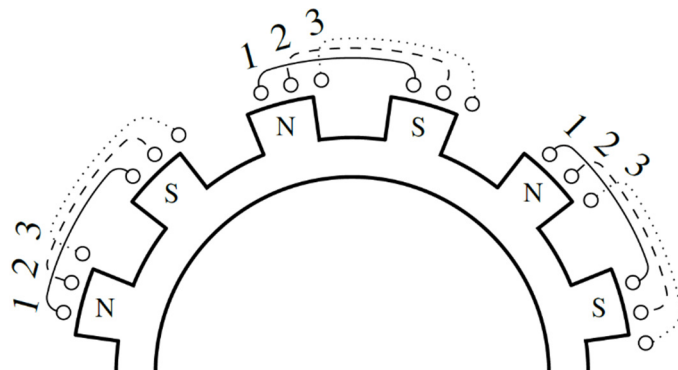
Le rotor est fixé à la turbine, où la force s'applique pour faire tourner le générateur.



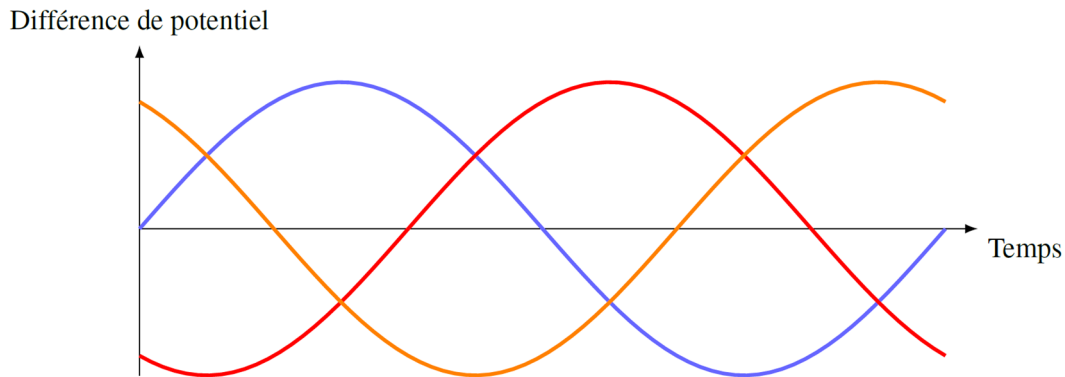
www.emt-india.net/process/power_plants/Hydro_power.htm

À la centrale Robert-Bourassa, la partie tournante du générateur (rotor et turbine) pèse 600 tonnes.

De plus, il y a trois séries de bobines dans un générateur. Chaque série de bobines est légèrement décalée par rapport à la précédente. Sur l'image suivante, on montre les trois séries de bobines (1, 2, 3) dans le stator (chaque bobine est un simple anneau sur cette figure). On voit ces anneaux de côté, ce qui veut dire qu'on voit un fil qui entre et un fil qui sort de la page pour chaque anneau).



Il y aura une différence de potentiel induite dans chacune de ces séries de bobines, mais les maximums de la différence de potentiel ne sont pas atteints en même temps dans chaque série de bobines. Le potentiel est déphasé de $1/3$ de cycles par rapport aux deux autres séries de bobines. On obtient donc 3 différences de potentiel déphasées l'une par rapport à l'autre. C'est ce qu'on appelle le *courant triphasé*.



Nous pouvons voir sur cette figure la différence de potentiel aux bornes des 3 séries de bobines et voir qu'elles sont déphasées de $1/3$ de cycle les unes par rapport aux autres.

Il y a deux avantages majeurs à utiliser un système à trois phases.

- 1) On utilise les 3 phases pour équilibrer la force contreélectromotrice sur le générateur. Avec une seule phase, le moment de force varierait trop durant un tour, ce qui entraînerait des vibrations pouvant aller jusqu'à détruire le générateur.
- 2) Les moteurs électriques fonctionnant avec un courant triphasé sont très efficaces.

Le transport

On va ensuite transporter l'électricité. Pour y arriver sans trop perdre d'énergie, on va premièrement monter la différence de potentiel au maximum. On fait cela pour diminuer les pertes d'énergie dans les fils. En effet, comme la puissance fournie est

$$P = \Delta V \cdot I$$

on va diminuer le courant dans les fils si on augmente la différence de potentiel. Les pertes dues à la résistance des fils, données par

$$P = RI^2$$

sont alors diminuées. Évidemment, on ne peut pas trop monter cette différence de potentiel, car le champ électrique fait par les fils pourrait devenir trop grand, ce qui ioniserait l'air et entraînerait la production d'éclairs entre le fil et le sol ou entre les fils de transport, ce qui entraînerait des pertes d'énergie encore plus grande. Au Québec, on augmente l'amplitude de la différence de potentiel jusqu'à 600 000 V sur les grandes lignes de transport ce qui veut dire que la tension efficace est de 424 000 V.

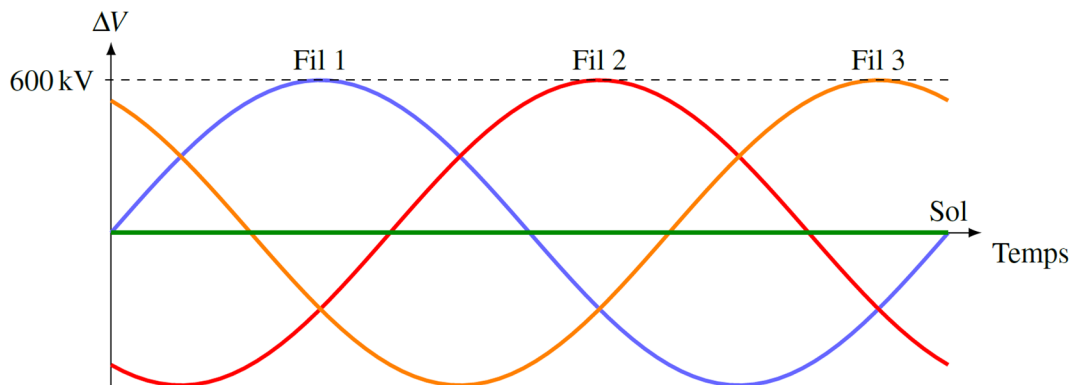
Il y a trois fils principaux dans la ligne de transport, soit un fil pour chaque phase du courant triphasé.

(Les deux fils complètement en haut des pylônes sont des fils de protections contre la foudre.)



ants.asso-
web.com/uploaded/colloquebourges/pleiniere23mai/ants-
rayonnements-non-ionisants-v6.pdf

Le graphique suivant vous montre la différence de potentiel qu'il y a entre le sol et chacun de ces fils en fonction du temps.



Les tensions sur chaque fil de cette figure sont

$$\Delta v_1 = 600kV \cdot \sin(\omega t)$$

$$\Delta v_2 = 600kV \cdot \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$\Delta v_3 = 600kV \cdot \sin\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right)$$

On dit souvent que les grandes lignes d'Hydro-Québec sont des lignes à 735 000 V. Pourtant, l'amplitude est de 600 000 V sur chacun des fils. Pourquoi cette différence ? Disons en partant qu'on utilise les valeurs efficaces, mais il y a quelque chose de plus.

En fait, on donne plutôt la valeur efficace de la différence de potentiel entre deux fils du courant triphasé. Commençons par calculer la différence de potentiel entre deux fils. On va prendre les fils 1 et 2, mais l'amplitude du résultat est la même, peu importe les deux fils qu'on prend. La différence est

$$\Delta v = 600kV \cdot \sin(\omega t) - 600kV \cdot \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right)$$

Le résultat de cette soustraction est (que l'on trouve avec

$$\sin x - \sin y = 2 \sin \frac{1}{2}(x + y) \cos \frac{1}{2}(x - y))$$

$$\Delta v = \sqrt{3} \cdot 600kV \cdot \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right) = 1039kV \cdot \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right)$$

Remarquez que l'amplitude de la différence de potentiel entre deux fils est toujours $\sqrt{3}$ fois plus grande que l'amplitude de la différence de potentiel sur un fil.

Finalement, la valeur efficace de cette différence de potentiel alternative est

$$\Delta V = \frac{\Delta v_0}{\sqrt{2}} = \frac{1039kV}{\sqrt{2}} = 735kV$$

qui est aussi $\sqrt{3}$ fois plus grande que la tension efficace d'un seul fil, qui est de 424 kV. La valeur donnée par Hydro-Québec est donc la valeur efficace de la différence de potentiel entre deux fils du courant triphasé.

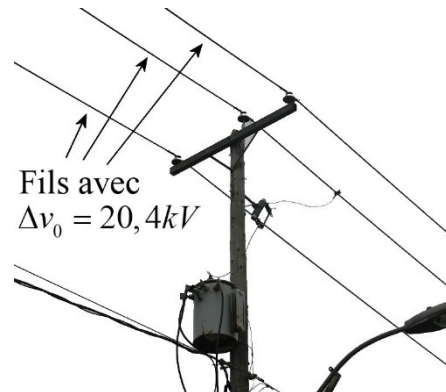
En arrivant en zone urbaine, on va baisser la tension de chaque fil pour que l'amplitude soit de 98 kV. Cela se fait avec des transformateurs regroupés dans des postes abaisseurs autour de la ville.



fr.wikipedia.org/wiki/Poste_électrique

On appelle ces lignes des lignes à 69,3 kV/120 kV. Cela signifie que la valeur efficace de la tension sur un fil est de 69,3 kV ($98 \text{ kV}/\sqrt{2}$) et que la valeur efficace de différence de potentiel entre deux fils du courant triphasé est de 120 kV. Le deuxième chiffre est toujours le premier multiplié par $\sqrt{3}$.

On arrive ensuite au poste de distribution, qui est un autre poste abaisseur. L'amplitude du potentiel sur chaque fil du courant triphasé sera alors abaissée à 20,4 kV. C'est donc une ligne à 14,4 kV/25 kV. C'est cette tension qu'il y a dans les trois fils complètement en haut des poteaux de rue.

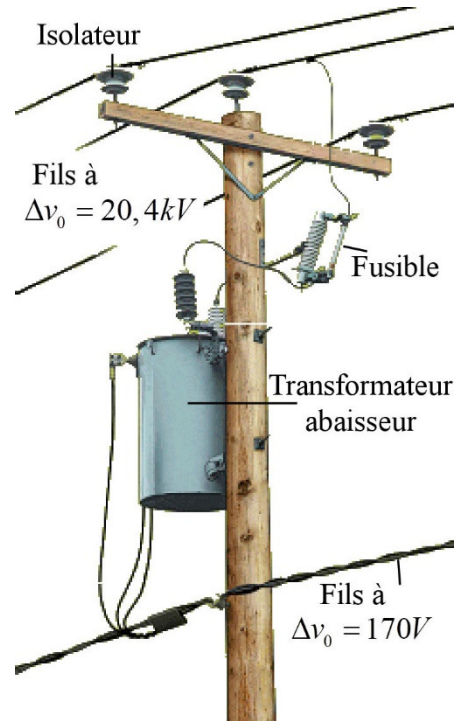


L'arrivée à la maison

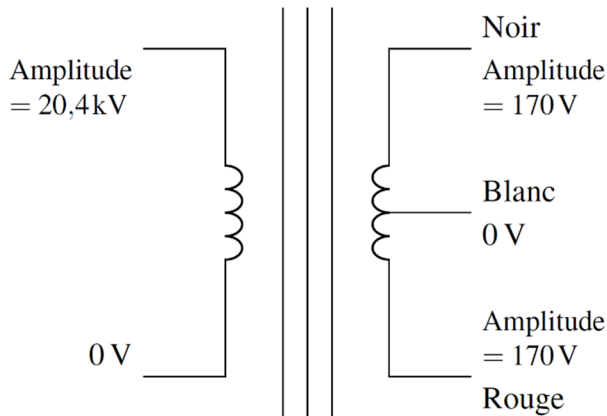
On va ensuite baisser encore la tension pour entrer les fils dans votre maison. On se branche alors à une des trois phases (en utilisant les 3 fils en alternance à chaque branchement). Il n'y a donc qu'une seule des trois phases du courant triphasé qui entre chez vous, et ce n'est pas nécessairement la même phase qu'il y a dans la maison de votre voisin.

À l'aide d'un transformateur, on abaisse la tension pour que l'amplitude de la tension ne soit plus que de 170 V, ce qui signifie que la valeur efficace de la tension est de 120 V (elle peut en fait varier entre 115 V et 125 V). Le transformateur est le cylindre gris attaché au poteau.

Parfois, il y a un autre fil en bas des fils à 120 V. Ce sont simplement les fils du téléphone et du câble. Tous les fils en bas du transformateur ne sont pas vraiment dangereux, surtout qu'il y a une gaine de plastique par-dessus les fils à 120 V. Par contre, les fils en haut du poteau (il peut y en avoir 1, 2 ou 3) sont très dangereux. La tension efficace de ces fils est de 14 400 V et ils ne sont pas recouverts d'une gaine. Ne touchez surtout pas à ces fils avec quelque chose de métallique.

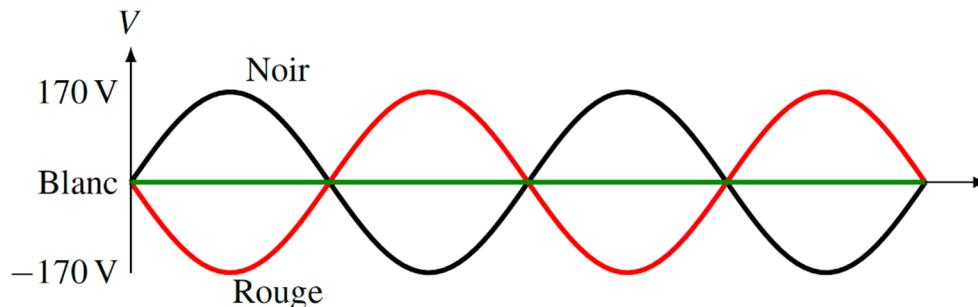


www.hydroquebec.com/comprendre/distribution/voie-aerienne.html



Il y a deux fils qui entrent dans le transformateur. Un de ces fils est mis à la terre et est à 0 V et l'autre a une tension alternative ayant une amplitude de 20,4 kV. Toutefois, il y a 3 fils qui sortent du transformateur. Une mise à la terre est connectée au milieu de la bobine secondaire. Ce fil est donc toujours à 0 V et il y aura un potentiel alternatif sur chacun des deux autres fils. Chacun de ces fils doit être d'une couleur très précise (indiquée sur la figure).

Les potentiels sur ces fils sont donc

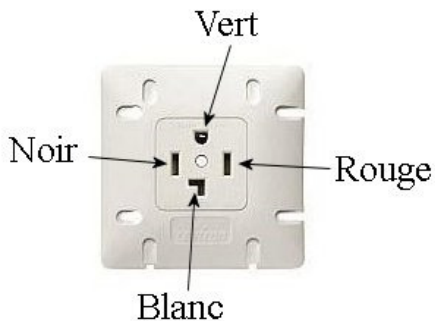
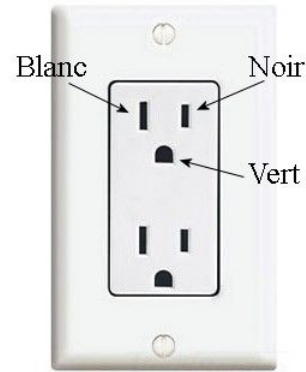


Ces trois fils, auxquels on ajoute un quatrième fil vert qui est aussi toujours à 0 V, entrent dans votre maison (on reviendra plus loin sur ce fil vert).

Dans les prises de courant, on se connecte avec un de ces fils dans chacun des trous de la prise. Les contacts sont illustrés sur la figure.

Quand on branche l'appareil, il y a une différence de potentiel alternative entre les fils noir et blanc et c'est ce qui fait fonctionner l'appareil.

Mais à quoi sert alors le fil rouge qui est entré chez vous ? Il va servir à faire fonctionner le four et la sècheuse. Vous n'avez peut-être pas remarqué, mais la prise pour brancher ces appareils est différente. Il y a quatre trous, un pour chacun des fils entrés dans la maison.



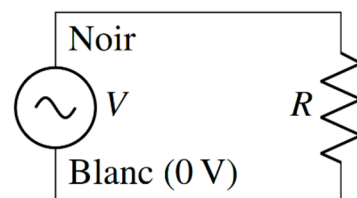
Les éléments chauffants du four et de la sècheuse sont branchés sur les fils rouge et noir. La différence de potentiel entre ces deux fils est une tension dont l'amplitude est de 340 V, car le fil noir atteint son maximum à 170 V quand le fil rouge est à -170 V. On a donc une tension efficace de 240 V. La tension est donc plus grande, ce qui permet de générer davantage de chaleur. Par contre, d'autres composants du four, comme l'horloge, ne nécessitent pas une différence de potentiel si grande. On les branche donc sur les fils noir et blanc.

Pour certaines installations commerciales ou industrielles, l'utilisation de moteurs électriques ou d'autres appareils nécessite l'utilisation des trois phases de tension produite par Hydro-Québec. On remarquera alors que chacun des trois fils en haut des poteaux est relié à un transformateur pour ensuite aller à l'entreprise. Les trois phases peuvent avoir chacune une amplitude de 170 V (circuit à 120 V/208 V) ou une amplitude de 490 V (circuit à 347 V/600 V).

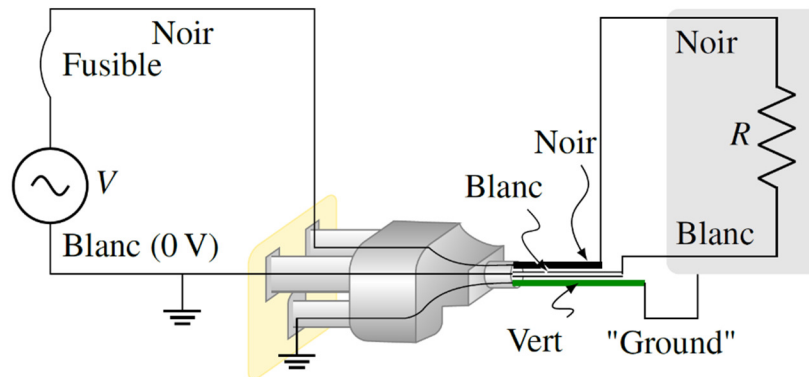


Quelques mesures de protection

Dans la maison, on branche les appareils pour les faire fonctionner. On pourrait croire que le branchement est représenté par ce simple circuit, mais ce n'est pas le cas.



En fait, il y a toute une série de mesures de sécurité dans les circuits de votre maison. En réalité, le circuit ressemble davantage à ceci.



On voit les fils noir et blanc branchés aux bornes de la résistance qui font fonctionner l'appareil. Le fil blanc est relié à la terre pour être certain qu'il soit toujours à 0 V.

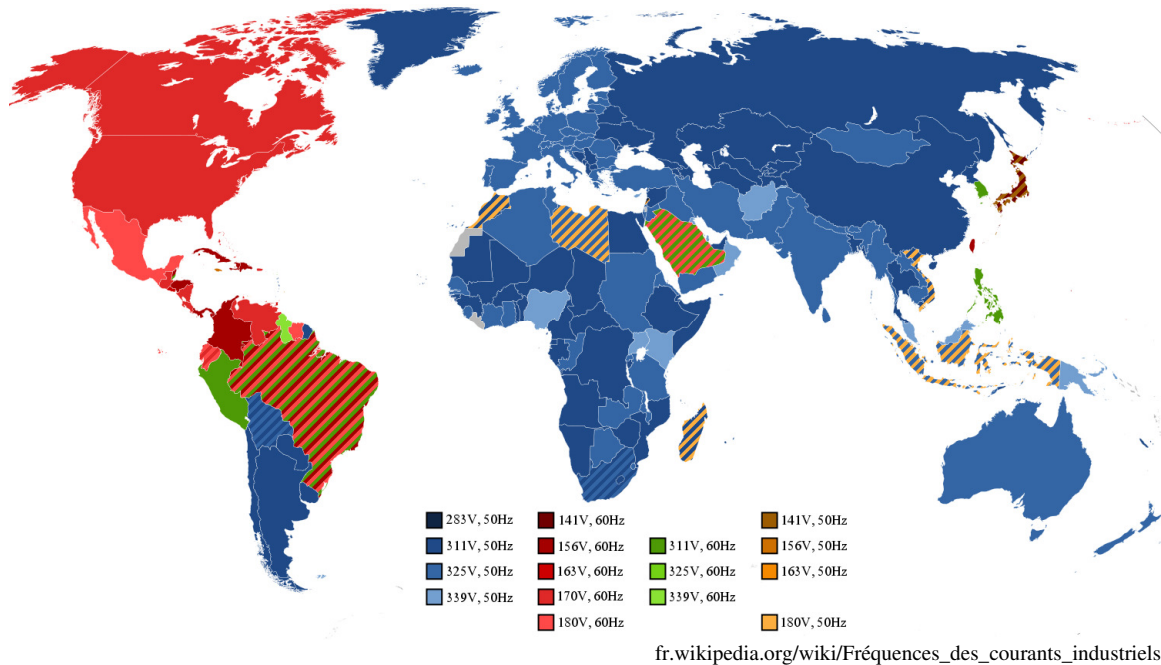
Il y a premièrement un fusible (ou un disjoncteur) sur ce circuit. Si, pour une raison quelconque, le courant dans ce circuit devenait trop grand, le fusible va couper le circuit et tout va s'arrêter. La présence de ce fusible est essentielle parce qu'un courant important génère beaucoup de chaleur et peut déclencher des incendies.

Il y a ensuite une mise à la terre (fil vert). Le fil vert ne sert pas à faire fonctionner l'appareil. C'est simplement une mise à la terre reliée au boîtier de l'appareil. Si pour une raison quelconque le fil noir (qui est le fil où le potentiel monte et descend) se dénude et entre en contact avec le boîtier, le boîtier de l'appareil sera sous tension s'il n'y a pas de fil vert. Si on touche alors au boîtier, on peut recevoir un choc important. S'il y a un fil vert, le courant va passer dans le fil vert, plutôt que dans le corps d'un utilisateur qui toucherait au boîtier. En fait, cela va probablement générer un courant assez important pour que le fusible coupe le courant.

Si vous faites de petits travaux électriques dans la maison, comme poser une lampe au plafond, vous verrez 3 fils. Il y a un fil noir, un fil blanc et un fil vert. Le blanc et le vert sont inoffensifs parce qu'ils sont toujours à 0 V (à moins que ce soit votre beau-frère qui ait fait votre réseau électrique et qu'il ne connaissait pas la convention des couleurs des fils). Méfiez-vous cependant du fil noir, car c'est lui qui a un potentiel efficace de 120 V. Normalement, l'interrupteur de la lampe est sur le fil noir. En ouvrant l'interrupteur (attention : quand l'interrupteur est ouvert, la lampe est éteinte et quand l'interrupteur est fermé, la lampe est allumée), il n'y aura plus de potentiel sur le fil noir dans le trou du plafond et il n'y a plus de danger, à moins que votre beau-frère ait fait votre réseau électrique et qu'il ait installé l'interrupteur sur le fil blanc... Dans ce cas, le fil noir aura toujours son potentiel. Pour plus de sécurité, fermez donc le fusible de ce circuit pour déconnecter le fil noir du réseau d'Hydro-Québec. (Normalement, votre beau-frère n'aurait pas tenté d'installer la boîte à fusibles lui-même à moins d'être vraiment débile. Ce travail est normalement fait par un électricien qualifié.) Vous pouvez alors procéder en toute sécurité.

La différence selon les pays

L'amplitude de la différence de potentiel et la fréquence du courant alternatif ne sont pas les mêmes partout dans le monde. Aux États-Unis et au Canada, l'amplitude de la différence de potentiel (Δv_0) est de 170 V et la fréquence est de 60 Hz. En Europe, l'amplitude est de 339 V et la fréquence est de 50 Hz. La carte suivante vous montre les amplitudes et les fréquences selon les pays.



Les pays hachurés (comme le Brésil) ont même des réseaux d'amplitudes différentes selon la région du pays.

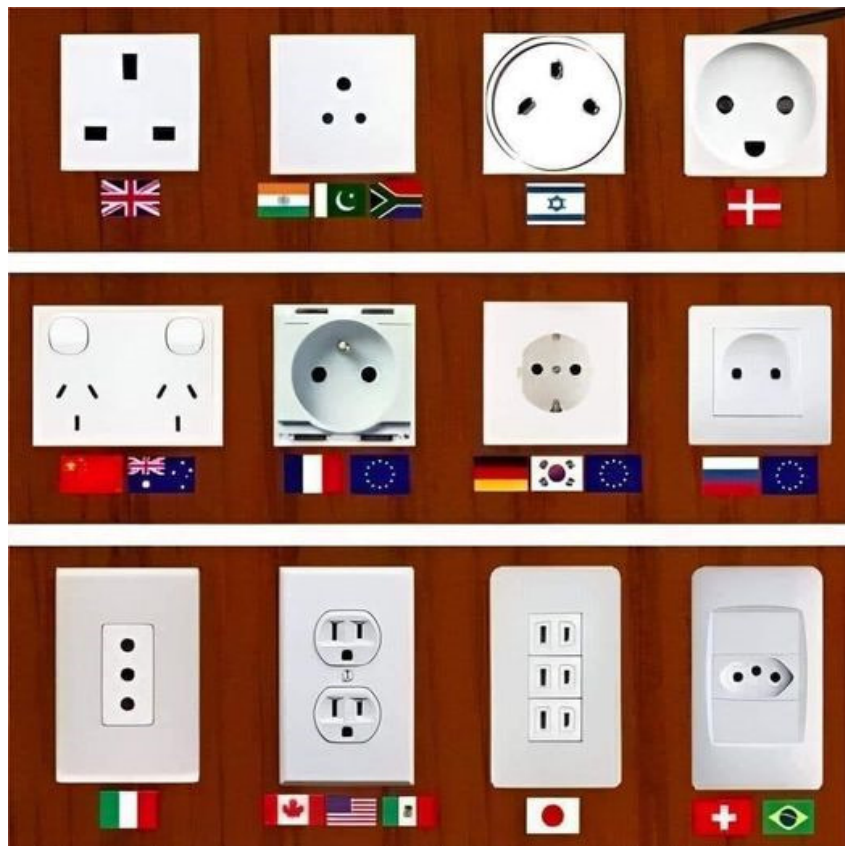
Tout cela n'est qu'une question de convention. Quand on construit les premiers réseaux électriques, les fréquences et les amplitudes étaient très différentes. À mesure que ces réseaux grandissaient, on devait les relier et il devenait essentiel d'uniformiser les amplitudes et les fréquences. On fit alors des conventions régionales.

Pour l'amplitude, il ne faut pas que l'amplitude soit trop grande (pour éviter que les gens meurent en s'électrocutant sur un fil dans leur maison) ou trop basse (les courants devraient alors être très grands pour fournir assez d'énergie, ce qui occasionnerait beaucoup de production de chaleur dans les fils). Quelques centaines de volts semblent un bon choix.

La fréquence ne doit pas être trop basse, car alors on verrait le changement d'intensité dans nos lumières puisque le courant change continuellement dans un courant alternatif. Un des premiers réseaux à New York fonctionnait à 25 Hz et certaines personnes pouvaient percevoir un certain scintillement des lumières, ce qui n'était pas très agréable, semble-t-il. Au-delà de 40 Hz, le changement d'intensité se fait trop rapidement pour qu'on puisse détecter un tel scintillement. Il ne faut pas utiliser des fréquences trop élevées non plus, car il faudra utiliser des fils plus gros à cause de l'effet de peau. Aux grandes fréquences, le

courant est forcé de se déplacer près de la surface du fil, ce qui fait diminuer l'aire utile du fil. Il faut alors compenser cet effet en utilisant des fils plus gros, ce qu'on veut éviter pour diminuer les coûts. On utilise donc des fréquences juste assez grandes pour éviter le scintillement et des fréquences autour de 50-60 Hz semblent donc idéales. Notez qu'on utilise parfois des fréquences très élevées pour des réseaux peu étendus. Par exemple, certains avions ont un réseau électrique fonctionnant à 400 Hz. Dans ce cas, on utilise des fils un peu plus gros, mais la masse totale de l'avion est quand même plus petite parce que les moteurs électriques fonctionnant à 400 Hz sont beaucoup plus compacts et légers que ceux fonctionnant à 60 Hz.

Les appareils électriques que vous utilisez sont conçus pour fonctionner avec une certaine tension et une certaine fréquence. N'apportez pas votre téléviseur en Europe puisqu'il est fait pour fonctionner avec une tension efficace de 120 V, alors que la tension efficace en Europe est de 240 V. Il ne survivra pas à cette tension plus élevée. De toute façon, vous ne pourrez même pas la brancher parce que la prise dans le mur est différente. Voici à quoi ressemblent les prises dans différents pays. Les prises sont différentes justement pour éviter de brancher des appareils conçus pour fonctionner avec une tension différente.



Comment la production s'ajuste-t-elle à la demande ?

La production d'électricité s'ajuste automatiquement à la demande. Inutile de produire plus d'énergie, car c'est très difficile d'emmagasiner l'énergie produite avec un courant

alternatif. La production s'ajuste en vérifiant le rythme de rotation des générateurs. Ce rythme est important, car tous les générateurs doivent rester synchronisés pour fournir un courant alternatif d'une fréquence de 60 Hz.

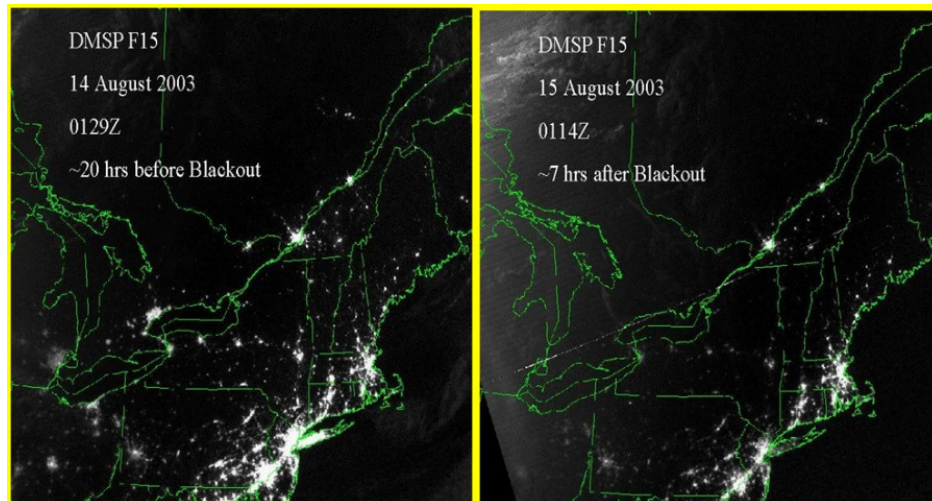
Si la demande devient très grande, les générateurs fourniront beaucoup de courant et deviendront plus difficiles à faire tourner, car le champ magnétique fait une force sur les courants dans les fils du générateur qui s'oppose à la rotation (la force contreélectromotrice). Si on ne fait rien, cette force plus grande va ralentir la rotation du générateur et la fréquence ne sera plus de 60 Hz. Pour éviter cela, on surveille minutieusement la vitesse de rotation du générateur. Si la demande augmente, la vitesse de rotation va commencer à diminuer, et on va compenser cela en augmentant la force qui fait tourner la turbine. Par exemple, dans une centrale hydroélectrique, on va augmenter le débit de l'eau passant dans la turbine pour augmenter la force qui fait tourner le générateur. Tout cela se fait automatiquement en quelques dizaines de secondes.

Si la demande baisse, le courant fourni va diminuer et le générateur sera plus facile à faire tourner puisque la force magnétique sur les courants dans le générateur va diminuer. Le générateur va donc commencer à tourner plus vite et on va compenser cela en diminuant la force qui fait tourner le générateur. Dans une centrale hydroélectrique, cela se fait en diminuant le débit d'eau arrivant à la turbine. On pourrait même carrément arrêter le générateur si on sait que la demande sera faible pour une longue période. Inutile donc de vous demander ce qu'on fait avec l'électricité produite quand la demande diminue : elle n'est tout simplement pas produite.

Ces ajustements ont cependant une limite si la consommation devient trop grande. Il y a toujours une force maximale qu'une turbine peut exercer pour faire tourner le générateur. Quand les vannes sont ouvertes au maximum dans une centrale hydroélectrique et que le débit d'eau est maximum, on ne pourrait plus compenser si la demande augmente encore plus, à moins d'avoir d'autres générateurs prêts à entrer en service. Si on est au maximum et que la demande augmente encore, la force contreélectromotrice va augmenter et la turbine va commencer à tourner moins vite. Comme on ne peut plus compenser en augmentant la force, le générateur ralentit toujours et commence à fournir du courant avec une fréquence inférieure à 60 Hz. Les écarts tolérés n'étant que de 0,2 Hz, le générateur va automatiquement se déconnecter du réseau si la fréquence devient trop basse. On fait cela pour éviter que le générateur se désynchronise et commence à agir comme un moteur en recevant du courant des autres générateurs.

Parfois, cela peut entraîner une réaction en chaîne. Quand un générateur se déconnecte du réseau, les autres générateurs doivent compenser la perte de ce générateur en fournissant plus de courant. Peut-être que cette augmentation va faire en sorte qu'on va dépasser les limites d'un autre générateur et entraîner sa déconnexion du réseau. Les autres générateurs devront alors aussi compenser la perte de cet autre générateur en fournissant encore plus de courant, ce qui peut entraîner la déconnexion d'autres générateurs et ainsi de suite. Tous les générateurs du réseau pourraient alors se déconnecter du réseau dans une vaste réaction en chaîne. C'est ce qui s'est produit dans l'est de l'Amérique le 10 novembre 1965 et le

14 août 2003. (L'image vous montre l'étendue de la panne du 14 août 2003 qui affecta 55 millions de personnes.)



technet.pnl.gov/sensors/electronics/projects/ES4EIOC-RpdMit.stm

Remarquez comme le Québec n'est pas affecté puisqu'il n'est pas relié directement au réseau qui s'est effondré.

Pour éviter une telle situation, on peut acheter de l'électricité des réseaux voisins, ou on peut simplement débrancher une partie de la population pour diminuer la demande et ainsi éviter de perdre le réseau au complet. Ce débranchement d'une partie de la population est courant dans certains pays du tiers monde.

Le cout de l'électricité

Vous trouvez peut-être que l'électricité coûte cher au Québec. Écoutez le commentaire de Stéphane Durand (2 min 47 s) et vous changerez probablement d'avis.

<https://stephane-durand.ca/carnet-insolite/vous-trouvez-que-lelectricite-coute-cher/>

En 2023, le prix moyen de l'électricité résidentielle au Québec était de 7,81 ¢/kWh. Elle est très peu chère quand on compare le coût au Québec avec le coût de l'électricité ailleurs dans le monde. Ailleurs au Canada, les prix varient entre 10,24 ¢/kWh (Winnipeg) et 29,80 ¢/kWh (Calgary). La table suivante donne le prix moyen de l'électricité résidentielle pour quelques pays en 2023.

Région	Coût (¢/kWh)	Région	Coût (¢/kWh)
Iran	0,3	États-Unis	22,2
Égypte	2,3	Japon	29,6
Russie	8,1	France	39,0
Chine	10,5	Royaume-Uni	55,0
Mexique	14,0	Allemagne	55,5
Norvège	19,4	Italie	63,0

Source : fr.globalpetrolprices.com/electricity_prices/#hl228

RÉSUMÉ DES ÉQUATIONS

Courant fourni par la source de courant alternatif

$$i = i_0 \sin(\omega t)$$

Différence de potentiel aux bornes d'une source de courant alternatif

$$\Delta v = \Delta v_0 \sin(\omega t + \phi)$$

Valeur efficace du courant alternatif

$$I = \frac{i_0}{\sqrt{2}}$$

Valeur efficace de la différence de potentiel alternative

$$\Delta V = \frac{\Delta v_0}{\sqrt{2}}$$

Écart de temps entre les maximums du courant et le maximum de la différence de potentiel aux bornes de la source

$$\Delta t = \frac{\phi}{\omega}$$

Impédance d'un circuit

$$Z = \frac{\Delta v_0}{i_0} = \frac{\Delta V}{I}$$

Puissance instantanée fournie par la source

$$P = i \Delta v$$

$$P = i_0 \sin(\omega t) \Delta v_0 \sin(\omega t + \phi)$$

Puissance moyenne fournie par la source

$$\bar{P} = \frac{1}{2} i_0 \Delta v_0 \cos \phi$$

Impédance d'un circuit formé d'une résistance seulement

$$Z_R = R$$

Déphasage dans un circuit formé d'une résistance seulement

$$\phi = 0$$

Puissance dissipée dans un circuit formé d'une résistance seulement

$$\bar{P}_R = \frac{i_0 \Delta v_0}{2} = \frac{1}{2} R i_0^2 = \frac{\Delta v_0^2}{2R} = I \Delta V = R I^2 = \frac{\Delta V^2}{R}$$

Impédance d'un circuit formé d'un inducteur seulement

$$Z_L = \omega L$$

Déphasage dans un circuit formé d'un inducteur seulement

$$\phi = \frac{\pi}{2}$$

Puissance dissipée dans un circuit formé d'un inducteur seulement

$$\bar{P}_L = 0$$

Impédance d'un circuit formé d'un condensateur seulement

$$Z_C = \frac{1}{\omega C}$$

Déphasage dans un circuit formé d'un condensateur seulement

$$\phi = -\frac{\pi}{2}$$

Puissance dissipée dans un circuit formé d'un condensateur seulement

$$\bar{P}_C = 0$$

Impédance d'un circuit RLC en série

$$Z = \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}$$

Déphasage dans un circuit RLC en série

$$\tan \phi = \frac{Z_L - Z_C}{R}$$

$$\cos \phi = \frac{R}{Z}$$

Puissance dissipée dans un circuit RLC en série

$$\bar{P} = \frac{i_0 \Delta v_0}{2} \cos \phi$$

$$\bar{P} = \frac{\Delta v_0^2}{2Z} \cos \phi$$

$$\bar{P} = Z I^2 \cos \phi$$

$$\bar{P} = \frac{R i_0^2}{2}$$

$$\bar{P} = \frac{\Delta V^2}{Z} \cos \phi$$

$$\bar{P} = I \Delta V \cos \phi$$

$$\bar{P} = R I^2$$

Différence de potentiel aux bornes des éléments du circuit RLC en série

$$\Delta v_{0R} = Z_R i_0 = R i_0$$

$$\Delta v_{0L} = Z_L i_0 = \omega L i_0$$

$$\Delta v_{0C} = Z_C i_0 = \frac{i_0}{\omega C}$$

Liens entre les différences de potentiel aux bornes des éléments du circuit RLC en série

$$\Delta v_0 = \sqrt{(\Delta v_{0R})^2 + (\Delta v_{0L} - \Delta v_{0C})^2}$$

$$\Delta V = \sqrt{(\Delta V_R)^2 + (\Delta V_L - \Delta V_C)^2}$$

Fréquence de résonance d'un circuit RLC en série

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

Impédance d'un circuit RLC en série à la fréquence de résonance

$$Z_0 = R$$

Changement de la différence de potentiel avec un transformateur

$$\Delta v_{02} = \frac{N_2}{N_1} \Delta v_{01}$$

$$\Delta V_2 = \frac{N_2}{N_1} \Delta V_1$$

Changement de courant avec un transformateur

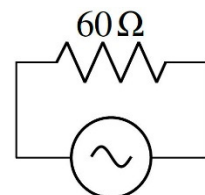
$$i_{02} = \frac{N_1}{N_2} i_{01}$$

$$I_2 = \frac{N_1}{N_2} I_1$$

EXERCICES**11.2 Une source de courant alternatif avec une résistance**

1. Voici un circuit en courant alternatif avec une résistance.

a) Quel est le courant efficace ?



$$\Delta V = 240 \text{ V}$$

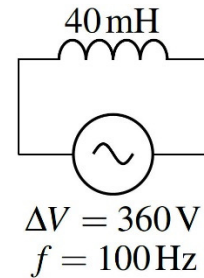
$$f = 50 \text{ Hz}$$

- b) Quelle est l'amplitude du courant ?
- c) Quelle est l'amplitude de la différence de potentiel aux bornes de la résistance ?
- d) Quelle est la puissance moyenne dissipée par la résistance ?
- e) Quelle est la puissance dissipée par la résistance quand la différence de potentiel aux bornes de la source est de 300 V ?

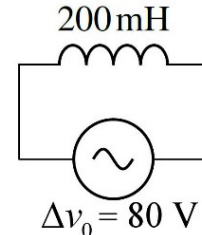
11.3 Une source de courant alternatif avec un inducteur

2. Voici un circuit en courant alternatif avec un inducteur.

- a) Quelle est l'amplitude du courant dans le circuit ?
- b) Quel est l'écart de temps entre le maximum du potentiel et le maximum du courant ?
- c) Quel est le courant dans le circuit quand la différence de potentiel aux bornes de la source est de 200 V ? (Il y a deux réponses possibles.)
- d) Quelle est la puissance moyenne de l'inducteur ?
- e) Quelle est la puissance de l'inducteur quand la différence de potentiel aux bornes de la source est de 200 V ? (Il y a deux réponses possibles.)
- f) Quelle est l'énergie maximale de l'inducteur ?



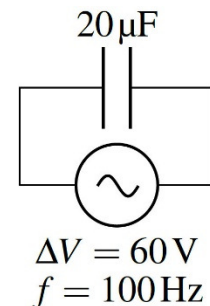
3. La figure montre un circuit en courant alternatif avec un inducteur. Quelle doit être la fréquence de la source pour que la valeur efficace du courant dans le circuit soit de 1 A ?



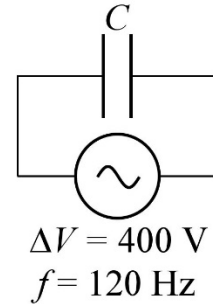
11.4 Une source de courant alternatif avec un condensateur

4. Voici un circuit en courant alternatif avec un condensateur.

- a) Quelle est l'amplitude du courant dans le circuit ?
- b) Quel est l'écart de temps entre le maximum du potentiel et le maximum du courant ?
- c) Quel est le courant dans le circuit quand la différence de potentiel aux bornes de la source est de 40 V ? (Il y a deux réponses possibles.)
- d) Quelle est la puissance moyenne du condensateur ?
- e) Quelle est la puissance du condensateur quand la différence de potentiel aux bornes de la source est de 40 V ? (Il y a deux réponses possibles.)
- f) Quelle est la charge maximale du condensateur ?



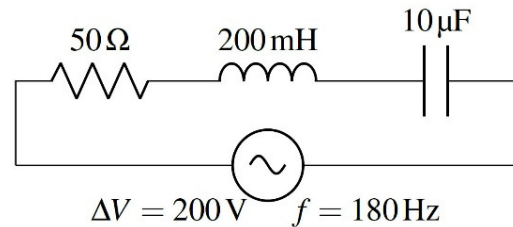
5. Voici un circuit en courant alternatif avec un condensateur. Quelle doit être la capacité du condensateur pour que la valeur efficace du courant dans le circuit soit de 100 mA ?



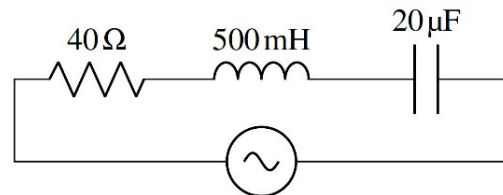
11.5 Les circuits RLC en série

6. Voici un circuit RLC en série.

- Quel est le courant efficace ?
- Quel est l'écart de temps entre le maximum du potentiel et le maximum du courant ? (Spécifiez si c'est le maximum du potentiel ou du courant qui arrive en premier)
- Quel est le courant dans le circuit quand la différence de potentiel aux bornes de la source est de 120 V ? (Il y a deux réponses possibles.)
- Quelle est la puissance moyenne dissipée par le circuit ?



7. Dans ce circuit RLC en série, le courant est donné par la formule $i = 0,32 \text{ A} \sin\left(200 \frac{\text{rad}}{\text{s}} t\right)$. Écrivez la formule qui donne la différence de potentiel aux bornes de la source en fonction du temps.



8. Dans un circuit RLC en série, la résistance a une valeur de 72Ω et l'inductance a une valeur de 200 mH. La différence de potentiel aux bornes de la source est

$$\Delta v = 60 \text{ V} \cdot \sin\left(200 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \cdot t + \phi\right)$$

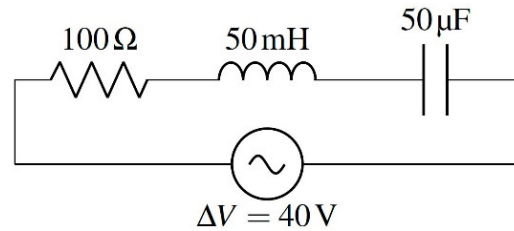
et le courant dans le circuit est

$$i = 0,5 \text{ A} \cdot \sin\left(200 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \cdot t\right)$$

- Quelle est l'impédance du circuit ?
- Quelle est la valeur de la constante de phase ϕ sachant que le courant devance le potentiel ?
- Quelle est la puissance moyenne dissipée par le circuit ?
- Quelle est la valeur de la capacité dans ce circuit ?

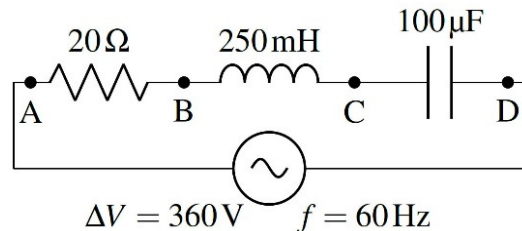
9. Voici un circuit RLC en série.

- Quelle doit être la fréquence de la source dans ce circuit pour que le courant efficace soit le plus grand possible ?
- Quel est le courant efficace si la source a la fréquence trouvée en a) ?
- Quelle doit être la fréquence de la source pour que le courant efficace soit de 0,1 A ? (Deux réponses possibles.)

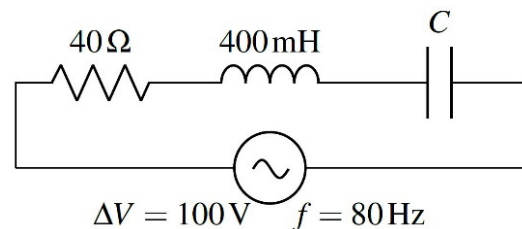


10. Voici un circuit RLC en série.

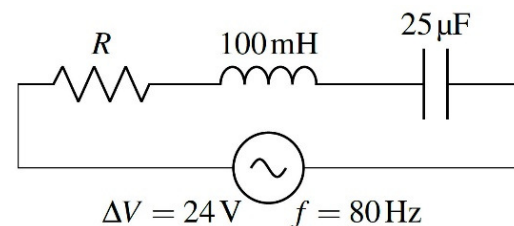
- Quelle est la différence de potentiel indiquée par un voltmètre branché aux points A et B ?
- Quelle est la différence de potentiel indiquée par un voltmètre branché aux points B et C ?
- Quelle est la différence de potentiel indiquée par un voltmètre branché aux points C et D ?
- Quelle est la différence de potentiel indiquée par un voltmètre branché aux points A et C ?
- Quelle est la différence de potentiel indiquée par un voltmètre branché aux points B et D ?



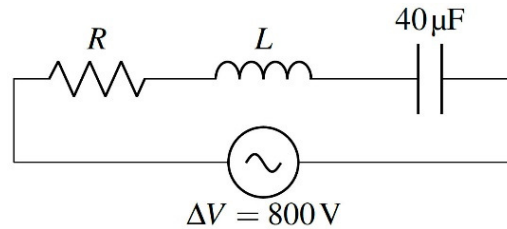
11. Dans ce circuit, la valeur efficace de la différence de potentiel aux bornes de la résistance est de 25 V. Quelle est la valeur de C ? (Il y a deux réponses possibles.)



12. Dans ce circuit, la valeur efficace de la différence de potentiel aux bornes de l'inducteur est de 30 V. Quelle est la puissance moyenne dissipée par ce circuit ?

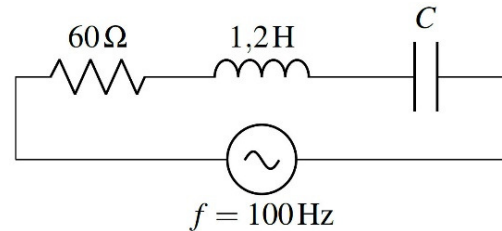


13. Quand on varie la fréquence de la source dans ce circuit RLC, on se rend compte que la puissance dissipée par la source atteint une valeur maximale de 400 W quand la fréquence est de 1500 Hz.



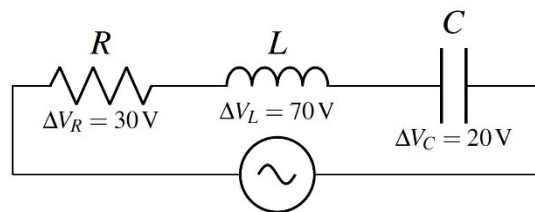
- a) Quelle est la valeur de L ?
- b) Quelle est la valeur de R ?

14. Dans ce circuit RLC en série, le maximum du courant est atteint 1 ms avant que le maximum de la différence de potentiel aux bornes de la source soit atteint quand la fréquence de la source est de 100 Hz.

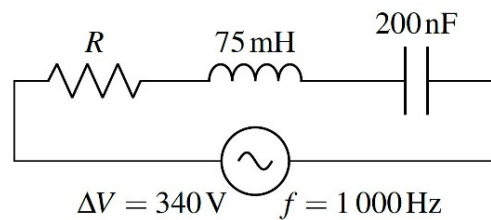


- a) Quelle est la valeur de C ?
- b) Quelle est la fréquence de résonance de ce circuit ?

15. Dans ce circuit, quelle est l'amplitude de la différence de potentiel aux bornes de la source ?

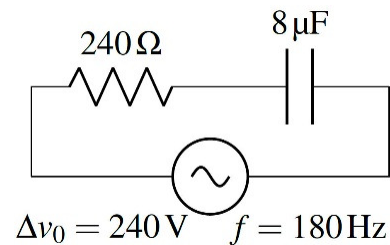


16. Dans le circuit suivant, la puissance dissipée est de 170 W. Quelle est la valeur de R ? (Il y a deux réponses possibles.)



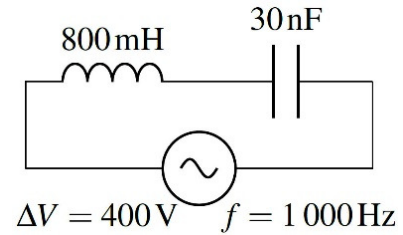
17. Voici un circuit RC en série.

- a) Quelle est l'amplitude du courant ?
- b) Quel est l'écart de temps entre le maximum du potentiel et le maximum du courant ? (Spécifiez lequel est en avance.)
- c) Quelle est la puissance moyenne dissipée par le circuit ?

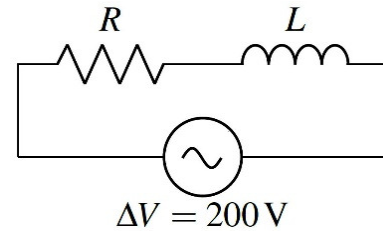


18. Voici un circuit LC en série.

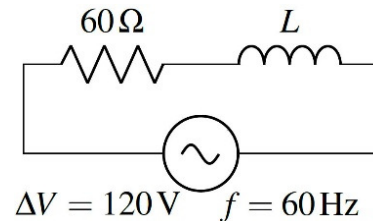
- Quel est le courant efficace ?
- Quel est l'écart de temps entre le maximum du potentiel et le maximum du courant ?
- Quelle est la puissance moyenne dissipée par le circuit ?



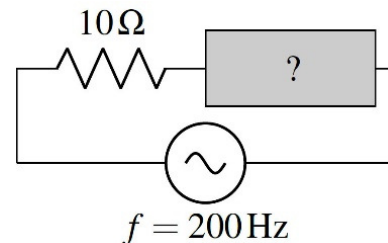
19. Dans ce circuit RL, le courant efficace est de 200 mA quand la fréquence de la source est de 250 Hz. Quand on monte la fréquence de la source à 350 Hz, le courant baisse à 160 mA. Quelles sont les valeurs de R et L ?



20. Déterminez la valeur de L sachant que la puissance dissipée moyenne par le circuit est de 21,6 W.

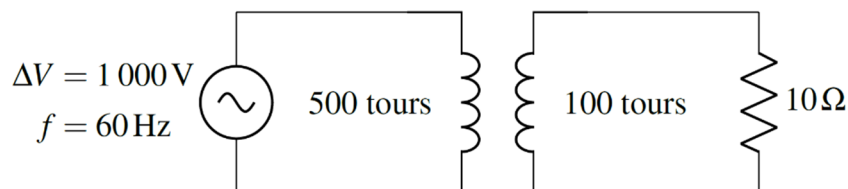


21. Dans ce circuit, le maximum du courant est atteint 1 ms avant que soit atteint le maximum de la différence de potentiel aux bornes de la source. Déterminez si l'élément mystère du circuit est un inducteur ou un condensateur. Trouvez la valeur de l'inductance si c'est un inducteur et trouvez la valeur de la capacité si c'est un condensateur.



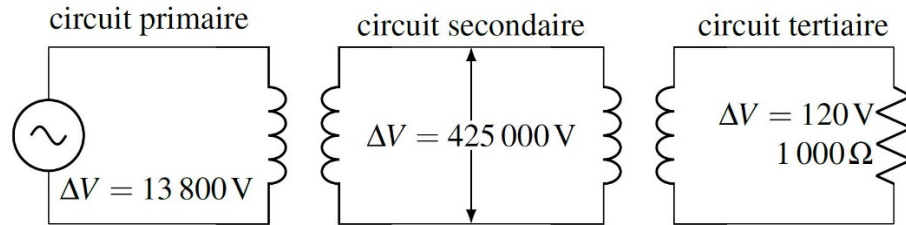
11.7 Les transformateurs

22. Voici un circuit avec un transformateur.



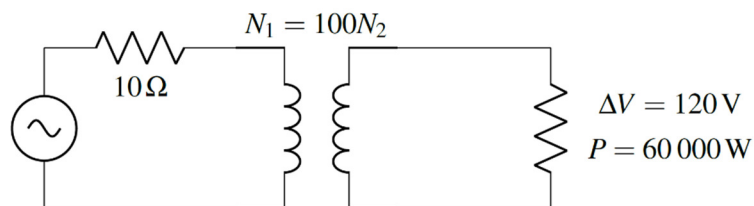
- Quelle est la différence de potentiel efficace aux bornes de la résistance ?
- Quel est le courant efficace dans le circuit secondaire ?
- Quel est le courant efficace dans le circuit primaire ?

23. Ce schéma illustre, de façon simplifiée, la façon dont on transporte l'électricité au Québec. Pour fournir l'électricité, on utilise un transformateur survolteur pour monter le potentiel pour le transport et on utilise un transformateur dévolteur pour baisser le potentiel avant la distribution dans les maisons.



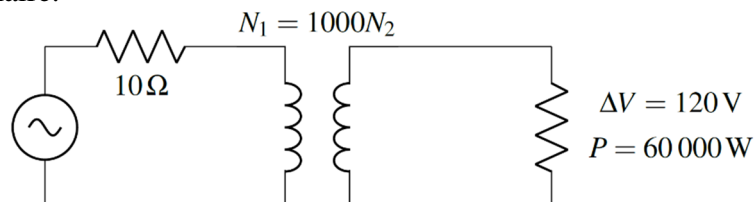
- Quel est le courant efficace dans le circuit tertiaire ?
- Quel est le rapport N_2/N_1 pour le transformateur entre les circuits secondaire et tertiaire ?
- Quel est le courant efficace dans le circuit secondaire ?
- Quel est le rapport N_2/N_1 pour le transformateur entre les circuits primaire et secondaire ?
- Quel est le courant efficace dans le circuit primaire ?

24. Dans cet exercice, on va constater que le transport d'électricité avec de grands potentiels diminue les pertes d'énergie dans les fils servant au transport. Notre objectif est de fournir 60 000 W à une usine en utilisant des fils dont la résistance est de 10Ω . (Cette valeur est la résistance des fils dans le circuit primaire, qui apportent l'électricité à l'usine). Pour commencer, on va travailler avec le circuit suivant.



- Quelle est la valeur efficace de la différence de potentiel aux bornes du transformateur dans le circuit primaire ?
- Quel est le courant dans le circuit secondaire ?
- Quel est le courant dans le circuit primaire ?
- Quelle est la puissance dissipée par la résistance des fils du circuit primaire ?

On va maintenant faire le transport avec un potentiel 10 fois plus grand dans le circuit primaire.



- e) Quelle est la valeur efficace de la différence de potentiel aux bornes du transformateur dans le circuit primaire ?
- f) Quel est le courant dans le circuit secondaire ?
- g) Quel est le courant dans le circuit primaire ?
- h) Quelle est la puissance dissipée par la résistance des fils du circuit primaire ?
- i) Est-ce que la puissance dissipée en chaleur dans les fils est inférieure dans ce circuit ?

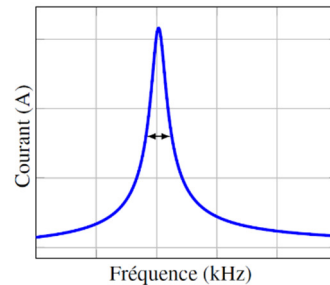
Défis

(Questions plus difficiles que les questions qu'il y aura à l'examen.)

25. Voici le graphique du courant efficace en fonction de la fréquence de la source dans un circuit RLC en série. Montrez que, si le pic est mince, la largeur du pic à mi-hauteur (double flèche sur le graphique) est donnée par

$$\Delta\omega = \sqrt{3} \frac{R}{L}$$

(Notez qu'un pic mince signifie que $\Delta\omega / \omega_0 \ll 1$.)



RÉPONSES

11.2 Une source de courant alternatif avec une résistance

1. a) 4A b) 5,657 A c) 339,4 V d) 960 W e) 1500 W

11.3 Une source de courant alternatif avec un inducteur

2. a) 20,26 A b) Le potentiel devance le courant de 2,5 ms c) $\pm 18,63$ A
d) 0 W e) ± 3726 W f) 8,207 J
3. 45,02 Hz

11.4 Une source de courant alternatif avec un condensateur

4. a) 1,066 A b) Le potentiel est en retard sur le courant de 2,5 ms c) $\pm 0,9404$ A
d) 0 W e) $\pm 37,62$ W f) 1697 μ C
5. 331,6 nF

11.5 Les circuits RLC en série

6. a) 1,365 A b) Le potentiel devance le courant de 1,081 ms
c) -1,363 A ou 1,922 A d) 93,1 W

7. $\Delta v = 49,68V \sin\left(200 \frac{\text{rad}}{\text{s}} t - 1,310\right)$
8. a) 120Ω b) $-0,9273 \text{ rad}$ c) 9 W d) $36,76 \mu\text{F}$
9. a) $100,7 \text{ Hz}$ b) $0,4 \text{ A}$ c) $8,165 \text{ Hz}$ et 1241 Hz
10. a) $102,0 \text{ V}$ b) $480,5 \text{ V}$ c) $135,2 \text{ V}$ d) $491,2 \text{ V}$ e) $345,3 \text{ V}$
11. $43,11 \mu\text{F}$ ou $5,589 \mu\text{F}$
12. $9,806 \text{ W}$
13. a) $281,4 \mu\text{H}$ b) 1600Ω
14. a) $1,995 \mu\text{F}$ b) $102,9 \text{ Hz}$
15. $82,46 \text{ V}$
16. $441,4 \Omega$ et $238,6 \Omega$
17. a) $0,9083 \text{ A}$ b) Le courant devance le potentiel de $0,3816 \text{ ms}$ c) 99 W
18. a) $1,436 \text{ A}$ b) Le courant devance le potentiel de $0,25 \text{ ms}$ c) 0 W
19. $L = 487,3 \text{ mH}$ $R = 643,5 \Omega$
20. $506,1 \text{ mH}$
21. L'élément inconnu est un condensateur dont la capacité est de $25,86 \mu\text{F}$

11.7 Les transformateurs

22. a) 200 V b) 20 A c) 4 A
23. a) $0,12 \text{ A}$ b) $1/3541$ c) $33,88 \mu\text{A}$ d) $30,8$ e) $1,04 \text{ mA}$
24. a) $12\,000 \text{ V}$ b) 500 A c) 5 A d) 250 W e) $120\,000 \text{ V}$ f) 500 A
g) $0,5 \text{ A}$ h) $2,5 \text{ W}$ i) Oui